Министерство образования и науки Челябинской области

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

**«Южно-Уральский государственный технический колледж»**

**Методические рекомендации**

**по организации внеаудиторной самостоятельной работы**

по учебной дисциплине:

**«ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»**

для студентов специальности

**09.02.06 Сетевое и системное администрирование**

Челябинск, 2019

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Методические рекомендации составлены в соответствии с утвержденной программой учебной дисциплины «Элементы высшей математики» для специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование | ОДОБРЕНО  Предметной (цикловой)  комиссией ЕМД  протокол № \_\_\_  «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2019 г.  Председатель ПЦК  \_\_\_\_\_\_\_\_\_/ О.И. Макаренко / | УТВЕРЖДАЮ  Зам. директора по НМР  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Т.Ю. Крашакова  «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2019 г. |

**Автор:** МакаренкоО.И., преподаватель Южно-Уральского государственного технического колледжа

# ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по организации внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине «Элементы высшей математики» предназначены для обучающихся по специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование.

Самостоятельная учебная работа организуется с целью:

- систематизации и закрепления, углубления и расширения полученных теоретических знаний, практических умений;

- развития познавательных способностей и активности студентов, самостоятельности, ответственности;

- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Учебная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Общий объём времени, отведённого на внеаудиторную самостоятельную работу по учебной дисциплине «Элементы высшей математики» для специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрированиесоставляет 16 часов.

В результате выполнения заданий учебной самостоятельной работы обучающийся должен:

*знать:*

* основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
* основы дифференциального и интегрального исчисления;
* основы теории комплексных чисел.

*уметь:*

* выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
* определять предел последовательности, предел функции;
* применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
* использовать методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач;
* решать дифференциальные уравнения;
* пользоваться понятиями теории комплексных чисел.

В методических рекомендациях по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы по каждой теме содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждая самостоятельная работа включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий.

**Порядок выполнения заданий**

**учебной самостоятельной работы**

Задания внеаудиторной самостоятельной работы необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

*Ход работы:*

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях выполнить самостоятельную работу.
4. Задачи сдаются студентом на проверку частями – по мере изучения курса.

**Критерии оценивания**

**внеаудиторной самостоятельной работы**

**Оценка «5»** ставится, если верно и рационально решено 90%-100% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

**Оценка «4»** ставится при безошибочном решении 80% предлагаемых заданий.

**Оценка «3»** ставится, если выполнено 70% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет.

**Оценка «2»** - решено мене 70% предлагаемых заданий.

**Перечень самостоятельных работ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ темы** | **Название темы по программе** | **Содержание самостоятельной работы** | **Кол-во часов** |
| Тема 1.1 | Матрицы и определители | Выполнение расчетной работы по теме: «Вычисление определителей и обратных матриц» | 2 |
| Тема 1.2 | Решение системлинейных уравнений (СЛАУ) | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными по формулам Крамера, матричным методом и методом Гаусса» | 2 |
| Тема 2.2 | Аналитическая геометрия на плоскости | Выполнение расчетной работы по теме: «Уравнения кривых 2-го порядка». | 2 |
| Тема 3.1 | Комплексные числа идействия над ними | Выполнение расчетной работы по теме: «Действия над комплексными числами в различных формах» | 2 |
| Тема 4.1 | Теория пределов | Выполнение расчетной работы по теме: «Различные варианты использования первого и второго замечательных пределов для решения профессиональных задач». | 2 |
| Тема 4.2 | Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной | Выполнение расчетной работы по теме: «Вычисление производных сложных функций. Вычисление производных высших порядков». | 2 |
| Тема 4.3 | Интегральное исчисление функции одной действительной переменной | Выполнение расчетной работы по теме: «Вычисление неопределенных интегралов различными способами». | 2 |
| Тема 4.4 | Обыкновенные дифференциальные уравнения | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка». | 2 |
| Итого: | | | 16 |

**Методические рекомендации по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы**

**Тема 1.1 Матрицы и определители**

**Цель:**

**-** закрепить умения по выполнению операций над матрицами;

**-** закрепить умения по вычислению определителей второго, третьего и высших порядков.

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Выполнить операции над матрицами
2. Вычислить определитель второго порядка
3. Вычислить определитель третьего порядка
4. Вычислить определитель высших порядков
5. Выполнить проверку с помощью программы MSExcel
6. Найти обратную матрицу

*Теоретические сведения:*

**Основные операции над матрицами**

***Сложение матриц.*** Суммой двух матриц  и  одной и той же размерности  называется матрица  той же размерности такая, что .

Итак, можно складывать только матрицы одной и той же размерности. При сложении матриц складываются соответствующие элементы.

*Пример 1*Найдите сумму матриц  и .

** — нуль-матрица размерности .

Из определения суммы следует, что сложение матриц подчинено:

а) коммутативному закону ;

б) ассоциативному закону;

в)  — закон поглощения нуля.

***Умножение матрицы на число.*** Произведением матрицы  на число  (или  на матрицу ) называется матрица , где , т.е. при умножении матрицы на число надо все элементы матрицы умножить на это число.

*Пример 2* 2.

*Свойства операции умножения матрицы на число:*

а)  (ассоциативность);

б)  (дистрибутивность относительно сложения чисел);

в)  (дистрибутивность относительно сложения матриц);

г) .

*Пример 3.* Найдите , где , .





.

***Умножение матриц.*** Произведением матрицы  размерности  на матрицу  размерности  называется матрица  размерности  такая, что , , .

Умножать матрицы  и  можно лишь в том случае, когда число столбцов первого сомножителя  (число элементов в каждой строке матрицы ) совпадает с числом строк второго сомножителя  (число элементов в каждом столбце ). В частности для квадратных матриц одинакового порядка определены оба произведения  и , и матрицы произведения являются матрицами того же порядка

*Пример 4*Пусть , . Найдите произведения  и  (если это возможно).

****

**.**

Произведение  не существует, так как число столбцов матрицы  не совпадает с числом строк матрицы .

*Пример 5.*Пусть , . Найдите произведения  и  (если это возможно).

.

.

Из приведенных выше примеров ясно, что в общем случае .

*Коммутирующими* называют матрицы  и , если для них выполнено условие .

*Свойства операции умножения матриц:*

а) ассоциативность: если определено одно из произведений  или *,* то определено также и второе произведение, и имеет место выше приведённое равенство;

б) дистрибутивность: если  — такая матрица, что определено произведение , то определены произведения  и  и верно равенство  ( и  — матрицы одинаковых размеров);

в) дистрибутивность: если  — такая матрица, что определено произведение , то определены произведения  и  и верно равенство  ( и  — матрицы одинаковых размеров);

г) .

**Транспонирование матрицы**

*Транспонированием* матрицы называется такое её преобразование, при котором строки этой матрицы становятся её столбцами с теми же номерами.

, .

Транспонированная матрица обозначается  или .

Если , т.е. , то матрица называется *симметрической.*

*Пример 6*Транспонируйте матрицу .

.

**Вычисление определителей**

**а) *Вычислить определитель второго порядка***

**Определителем второго порядка** называется число, которое поставлено в соответствие таблицы коэффициентов 

по следующему правилу: произведение по главной диагонали берется со знаком плюс, по другой диагонали со знаком минус.

 = a1b2 – a2b1

*Пример 7*: вычислить определитель второго порядка

1) 

2) 

***б) Вычислить определитель третьего порядка***

**Определителем третьего порядка** называется число, которое поставлено в соответствие таблицы коэффициентов по следующему правилу:



Это определение определителя наглядно можно представить следующим образом:



+ \_\_

Это правила называют еще «Правило треугольника»

*Пример 8*: Вычислить определитель третьего порядка



***в) Вычислить определитель высшего порядка***

В общем виде определитель n-го порядка может быть представлен следующем виде:



где aij– элемент определителя, i – номер строки, j – номер столбца.

Возьмем aij в определителе и вычеркнем i строку, j столбец. В результате останется определитель порядка на единицу ниже. Такой определитель называется **минором элемента aij.** Обозначается минор – Mij.

*Пример 9*: Найти минор элемента а12 определителя 

Для этого вычеркнем первую строку, второй столбец.



В результате останется определитель порядка на единицу ниже и минор равен:



**Алгебраическим дополнением** элемента определителя называется его минор взятый со своим знаком, если сумма номеров строки и столбца, в которой расположен элемент, четная и с обратным знаком, если нечетная.

- алгебраическое дополнение.

**ТЕОРЕМА:** Определитель n-го порядка равен сумме произведений какой-либо строки (или столбца) на их алгебраические дополнения.



*Пример 10:* Вычислить определитель четвертого порядка 

По теореме определитель равен сумме произведений элементов какой-либо строки на их алгебраические дополнения. Найдем алгебраические дополнения элементов первой строки и разложим определитель по первой строке:



**Нахождение обратной матрицы**

Матрица  называется *обратной* для квадратной матрицы , если  где  — единичная матрица.

Любой квадратной матрице  можно поставить в соответствие определитель, который обозначается .

*Невырожденной* называется матрица , если . Если матрица невырожденная, то существует единственная обратная ей матрица , причем,,

где  — присоединенная матрица,  — алгебраическое дополнение элемента  матрицы .

|  |
| --- |
| Для составления матрицы  следует заменить элементы матрицы  соответствующими алгебраическими дополнениями и транспонировать полученную матрицу. |

***Свойства обратной матрицы:***

1. .
2. .
3. 

*Пример 11* Найти матрицу, обратную к данной .

Выполним следующие шаги:

1. Найдём : .

Так как , то матрица  существует.

1. Найдём алгебраические дополнения ко всем элементам матрицы :

; ;

; .

1. Запишем матрицу :

.

1. Найдём матрицу :

.

Легко проверить, что 

*Пример 12*:

Найти матрицу, обратную матрице А=.

*Решение.*

***1 способ:*** Находим определитель матрицы А, ∆=detA=–3. Так как ∆≠0, то обратная матрица существует.

Находим алгебраические дополнения всех элементов матрицы A в определителе ∆. Напоминаем, что алгебраическое дополнение элемента aij находится по формуле Aij=(‑1)i+jMij.

Для элементов матрицы A получаем:

; 

; 

; 

Составим обратную матрицу

.

*Проверка:*.

***2 способ:*** Найдём А-1 с помощью элементарных преобразований над строками матрицы.



Переход от первой матрицы ко второй получен перестановкой первой и третьей строк. Переход от второй матрицы к третьей получен умножением второй строки на (‑1) и сложением с первой строкой. Переход от третьей матрицы к четвёртой получен умножением третьей строки на 3 и сложением с первой строкой и умножением третьей строки на (–2) и сложением со второй строкой. Пятая матрица получена делением обеих частей второй строки на 3. Таким образом, полученная справа матрица является обратной к данной.

**Задания типового расчета:**

Перед выполнением типового расчета, прочитайте еще раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1. Дайте определение матрицы.

2. Перечислите виды матриц.

3. Какие операции могут быть выполнены над матрицами?

4. Что такое определитель матрицы? Для всех ли матриц он существует?

5. Перечислите свойства определителей.

6. Дайте определение обратной матрицы

7. Перечислите свойства обратной матрицы

Вариант № 1

1) Выполните операции над матрицами 2(А + В) (2В – А),где А =

В=

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы .

4) Решите матричное уравнение .

Вариант № 2

1) Выполните операции над матрицами3А – (А + 2В) В, где А = В = .

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы

4) Решите матричное уравнение

Вариант № 3

1) Выполните действия 2 (А – В) (2А + В), где А = В =

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы

4) Решите матричное уравнение 

Вариант № 4

1) Выполните действия (А – В) (А+В), где А = В = .

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы

4) Решите матричное уравнение 

Вариант № 5

1 Выполните действия (А – В) (2А + В), где А = В=

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы

4) Решите матричное уравнение 

Вариант № 6

1) Выполните действия А – В) А+2В, где А =  В = .

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы 

4) Решите матричное уравнение 

Вариант № 7

1) Выполните действия 2 (А – 0,5 В) + АВ, где А = 

В = 

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы 

4) Решите матричное уравнение 

Вариант № 8

1) Выполните действия (А – В) А + 3В, где А =  В = 

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы 

4) Решите матричное уравнение 

Вариант № 9

1) Выполните действия 3 (А – В) – 2 АВ, где А =  В = 

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы 

4) Решите матричное уравнение 

Вариант № 10

1) Выполните действия 2А – (А + В) В, где А =  В = 

2) Вычислите определитель 

3) Найдите обратную матрицу для матрицы 

4) Решите матричное уравнение 

**Тема 1.2 Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)**

**Цель:** Закрепить умения решать системы линейных уравнений различными методами

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Решить СЛАУ матричным методом;

2. Решить СЛАУ методом Крамера;

3. Решить СЛАУ методом Гаусса;

*Теоретические сведения:*

**Основные определения**

Пусть дана система m линейный уравнений с n неизвестными 

****(1)

где числа  называются *коэффициентами системы*, а числа  - *свободными членами*

*Решением системы* (1) такой набор чисел (), что при его подстановке в систему вместо соответствующих неизвестных каждое из уравнений системы обращается в тождество.

Если система (1) имеет хотя бы одно решение, она называется *совместной*; система не имеющая ни одного решения, называется *несовместной*. Система называется *определенной*, если она имеет единственное решение, и *неопределенной*, если она имеет более одного решения.

Две системы линейных уравнений с одинаковым числом неизвестных называются *эквивалентными*, если множества всех решений этих систем совпадают.

Если , то система называется *однородной*, в противном случае она называется *неоднородной.*

Систему можно записать в матричной форме:

где  - *матрица системы,* - *столбец неизвестных*

 - *столбец свободных членов*

Матрица  - *расширенная матрица системы.*

**Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы (матричный метод)**

Пусть система из n линейных уравнений с n неизвестными записана в матричной форме , где - матрица коэффициентов системы размера , - столбец неизвестных , - столбец свободных членов. Если определитель матрицы А не равен нулю, то система совместна и определена , ее решение задается формулой :

**

*Пример 1***.**

Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы:

*Решение.*

Выпишем матрицы А,В, и Х



Найдем матрицу обратную к матрице А

****

****

****



Тогда





**Формулы Крамера**

Пусть дана система m линейных уравнений с n неизвестными

****

если для системы m = n и detA ≠ 0 , то верны формулы Крамера для вычисления неизвестных 

,

где , а  являются определителями n – го порядка, которые получаются из  путем замены в нем -го столбца столбцом свободных членов исходящей системы.

*Пример 2:*

Решить систему линейных уравнений с помощью формул Крамера



*Решение***:**

вычислим 

последовательно заменив в  первый, второй и третий столбец столбцом из свободных членов, получим:









**Решение системы линейных уравнений**

**методом Гаусса**

Метод Гаусса состоит в последовательном исключении неизвестных по следующей схеме. Для того чтобы решить систему уравнений ****

выписывают расширенную матрицу этой системы

С помощью элементарных преобразований над строками приводим матрицу к ступенчатому виду. Полученной расширенной матрице соответствует система линейных уравнений, эквивалентная данной системе.

*Пример 3.*

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

*Решение.*

Приведем расширенную матрицу системы к ступенчатому виду:



Вернемся к системе



Решая данную систему, получим 

*Пример 4.* Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

*Решение.*

Приведем расширенную матрицу системы к ступенчатому виду:



Вернемся к системе



Решая данную систему находим 

Полагая , получим общее решение системы



Система имеет бесконечно много решений, каждое из которых можно получить, придавая с конкретные значения.

**Задания типового расчета:**

Перед выполнением типового расчета, прочитайте еще раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1.Что называется коэффициентами системы, свободными членами, решением системы?

2. Какая система называется совместно (несовместной)?

3. Какая система называется определенной (неопределенной)?

4. Запишите формулы Крамера.

5. Какие СЛАУ можно решить матричным методом? методом Крамера?

6. Что называется решением СЛАУ(общим и частным)?

7. Какая СЛАУ называется однородной?

8. Всегда ли однородная СЛАУ имеет решение?

# Задание 1 Найти решение линейной системы уравнений, используя формулы Крамера, с помощью обратной матрицы

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 

**Задание 2** Решить систему уравнений методом Гаусса. Указать общее и одно частное решение если система неопределенная

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

6)

7)

8)

9)

10)

**Задание 3** Исследовать систему линейных уравнений и в случае совместности решить её:

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 

**Тема 2.2 Аналитическая геометрия на плоскости**

**Цель:** Закрепить умения составлять уравнения кривых второго порядка

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Составить уравнения кривых второго порядка

*Теоретические сведения:*

***Кривые второго порядка***

***Кривой второго порядка*** называется линия, определяемая уравнением второй степени относительно текущих декартовых координат. В общем случае это уравнение имеет следующий вид:



При этом предполагается , что хотя бы один из коэффициентов А, В, С не равно нулю.

Любая линия второго порядка представляет собой либо окружность, либо эллипс, либо параболу, либо гиперболу. Другие случаи линий второго порядка называются вырожденными.

***1. Окружность***

Простейшей кривой второго порядка является окружность. ***Окружностью*** называют множество точек плоскости, равноудаленных от заданной точки О на одно и тоже расстояние R. Точка О - центр окружности, R­– радиус окружности. Пусть точка О в прямоугольной системе координат Оху имеет координаты , а  - произвольная точка окружности.

Тогда из условия  получаем уравнение



то есть  (1)

Уравнение (1) называется ***каноническим уравнением окружности.*** Это уравнение второй степени относительно *х* и *у*. Следовательно, окружность есть кривая второго порядка.

Пример 1.

Найти координаты центра и радиус окружности:

.

*Решение:*

Выделяя полные квадраты в левой части данного уравнения, приведем его к виду (1):

,

т.е. . Центр окружности находится в точке (2;-4), а радиус равен 6.

***2. Эллипс***

***Эллипсом*** называется множество точек на плоскости, сумма расстояний которых от двух данных точек плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная.

Обозначим фокусы через  и , расстояние между ними 2*с*, а постоянную величину, равную сумме расстояний от каждой точки эллипса до фокусов, через 2*а* (по условию 2*а*>2*c*).

***Каноническое уравнение эллипса*** (2)

Точки пересечения эллипса с осями координат называются вершинами эллипса. Из симметрии эллипса следует, что кроме вершин*B(0,b) и A(a,0)* Эллипс имеет ещё две вершины и . Отрезки  и соединяют противоположенные вершины эллипса, а так же длины *2а* и *2b* называются соответственно большой и малой осями эллипса. Числа *а* и *b*называются большой и малой полуосями эллипса.

Отношение фокального расстояния к длине большой оси называется эксцентриситетом эллипса и обозначается : (3)

Так как *с<a*, то <1 . Эксцентриситет характеризует форму эллипса.

Две прямые, перпендикулярные к *Ох* и расположенные на расстоянии от центра, называются директрисами эллипса:. (4)

Пример 2.

Дано уравнение эллипса . Найти:

* 1. длинны его полуосей;
  2. координаты фокусов;
  3. эксцентриситет эллипса;
  4. уравнения директрис и расстояние между ними;
  5. точки эллипса, расстояния от которых до левого фокуса F1 равно 12.

*Решение:*

Запишем уравнение эллипса в виде (2), разделив обе его части на 1176:

.

1. Отсюда .
2. Используя соотношение , . Следовательно, 
3. По формуле  находим: 
4. Уравнения директрис имеют вид ; расстояние между ними 
5. По формуле  находим абсциссу точек, расстояние от которых до точки  равно 12: подставляя значения х в уравнение эллипса, найдем ординаты этих точек : . Условию задачи удовлетворяет точка 

***3. Гипербола***

***Гиперболой*** называется множество всех точек плоскости, абсолютная величина разности расстояний каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная.

Расстояние между фокусами  и  обозначим 2с, а постоянную величину, равную модулю разности расстояний от каждой точки гиперболы до фокусов 2а (0<2а<2с).

 (5)

уравнение (5) называется ***каноническим уравнением гиперболы***.

Прямые

 и  (6)

Называется асимптотами гиперболы.

Отношение фокального расстояния к длине действительной оси называется эксцентриситетом гиперболы и обозначается : (7)

Директрисы гиперболы, как и директрисы эллипса, определяются уравнениями

. (8)

*Пример 3.*

Дано уравнение гиперболы . Найти:

1. Длины его полуосей;
2. Координаты фокусов;
3. Эксцентриситет гиперболы ;
4. Уравнение асимптот и директрис;
5. Фокальные радиусы точки 

*Решение:*

Разделив обе части уравнения на 20, приведем уравнение гиперболы к каноническому виду

 отсюда:

1. 
2. используя соотношение , находим . Отсюда 
3. По формуле  находим: 
4. Уравнения асимптот и директрис имеют вид ;
5. Точка М лежит на правой ветви гиперболы ,воспользуемся формулами 

***4. Парабола***

***Параболой*** называется множество всех точек плоскости, равноудалённых от данной точки *F*, называется фокусом, и данной прямой, называемой директрисой.

Обозначим расстояние от фокуса до директрисы *p*. Эта величина называется параметром параболы.

Уравнение директрисы имеет вид 

 (9)

Уравнение (9) называется ***каноническим уравнением параболы***.

Пример 4.

Дана парабола . Найти координаты ее фокуса, уравнение директрисы, длину фокального радиуса точки .

*Решение:*

Парабола задана каноническим уравнением, значит . Используя формулы ,находим , что ; уравнение директрисы имеет вид ; фокальный радиус точки М равен 

**Задания типового расчета:**

Перед выполнением типового расчета, прочитайте еще раз конспект и учебник

Вариант 1

Составить уравнение эллипса, проходящего через точки 

Вариант 2

Составить уравнение эллипса, зная что 

Вариант 3

Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ох, симметрично относительно начала координат, зная что: точки эллипса;

Вариант 4

Дана парабола . Найти координаты ее фокуса, уравнение директрисы.

Вариант 5

Привести к каноническому виду и построить кривую, заданную уравнением:



Вариант 6

Составить каноническое уравнение гиперболы, если: уравнение асимптот .

Вариант 7

Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ох, симметрично относительно начала координат, зная что точка  принадлежит эллипсу, ;

Вариант 8

Написать уравнение окружности, проходящей через точки А(-1;3) В(0;2), С(1;-1).

Вариант 9

Составить уравнение эллипса, зная что: его большая полуось равна 10 и фокусы F1(-6;0), F2(10;0)

Вариант 10

Найти уравнение окружности, если концы одного из ее диаметров находятся в точках .

**Тема 3.1 Комплексные числа и действия над ними**

**Цель:** Закрепить умения выполнять операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.

**Самостоятельная работа:** выполнение расчетной работы

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Решить квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом

2. Выполнить операции над комплексными числами в алгебраической форме

3. Выполнить операции над комплексными числами в тригонометрической форме

*Теоретические сведения:*

*Комплексным числом* называется выражение вида*z* = *x* + *iy*,

где *х*, *у –* действительные числа, а *i – мнимая единица*, т.е. число, для которого выполнено равенство .

Если *х* = 0, то комплексное число *z* = 0 + *iy* называется *чисто мнимым*.

Если *у* = 0, то комплексное число *z* = *x* + *i*0 *= х*  является действительным, в частности, если *х* = *у* = 0, то *z* = 0.

На множестве комплексных чисел алгебраическое уравнение *n*-й степени вида , где *ak–* числа,**,имеет ровно *n* корней.

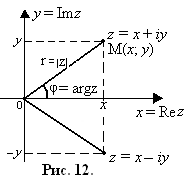
Пример. Решим уравнение: *х*2 + 9 = 0.

.

Следовательно, уравнение имеет 2 корня: .

На координатной плоскости *Оху* комплексное число *z* = *x* + *iy* можно изобразить точкой *М*(*х*; *у*) или радиус-вектором этой точки  (рис. 12), где *х* = Re*z– действительная часть числа z*, *у =* Im*z – мнимая часть числа*.

Число  называется *сопряженным* комплексному числу . Геометрически точки *z* и  симметричны относительно оси *Ох*



*Модулем комплексного числа* называется действительное неотрицательное число . Геометрически модуль комплексного числа *–* это модуль вектора 

Комплексное число можно задать либо парой действительных чисел (декартовы координаты точки (*х*; *у*)), либо его модулем и величиной угла *φ* между вектором  и положительным направлением оси *Ох* (полярные координаты точки (*r*; *φ*)). Величина угла *φ* называется *аргументом* комплексного числа.

Аргумент комплексного числа определен неоднозначно, а с точностью до слагаемого . Значение аргумента, заключенное в промежутке , называется *главным значением аргумента* и обозначается arg*z*, тогда можно записать:

Для комплексного числа *z* = 0 аргумент не определен, его модуль *r* = 0.

Запись комплексного числа в виде *z* = *x* + *iy* называют *алгебраической формой* комплексного числа.

Если использовать формулы связи между декартовыми и полярными координатами , то можно записать *тригонометрическую форму* комплексного числа:,где , , .

Для определения главного значения аргумента можно использовать формулы:



Пример. Получим тригонометрическую форму комплексного числа *z* = *–*2*–*2*i*,

используя формулы (13) и (14).

,

,

следовательно, тригонометрическая форма комплексного числа *z*для имеет вид:

.

**Действия над комплексными числами**

Равенство двух комплексных чисел *z*1= *x*1 + *iy*1 и *z*2 = *x*2 + *iy*2 означает равенство их действительных и мнимых частей: .

Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме определяются следующим образом. Если *z*1= *x*1 + *iy*1,

*z*2 = *x*2 + *iy*2, то

1) *z*1 + *z*2 = (*x*1 + *x*2) + *i*(*y*1 + *y*2);

2) *z*1 *–z*2 = (*x*1*–x*2) + *i*(*y*1*– y*2);

3) *z*1*z*2 = (*x*1*x*2 *– y*1*y*2) + *i*(*x*1*y*2 *+ х*2*y*1);

4) .

Пример. Даны числа *z*1= 4 *– i* и *z*2 = 1 + 3*i*. Вычислить .

Найдем , затем выполняем деление при помощи домножения числителя и знаменателя на число, сопряженное знаменателю:



(при вычислениях учтено, что ).

Умножение, деление, возведение в натуральную степень и извлечение корня из комплексных чисел в тригонометрической форме определяются следующим образом:

если , , то

1) ;

2) ;

если , , то

3) ;

4) .

В ответ записываются главные значения аргумента полученного результата, заключенные в промежутке .

**Пример выполнения типового задания**

Даны уравнение , комплексное число  и натуральное число *n* = 6. Требуется:

1. найти корни уравнения *z*1, *z*2  на множестве комплексных чисел;
2. найти комплексное число  в алгебраической форме;
3. получить тригонометрическую форму числа  и вычислить с ее помощью . Ответ записать в тригонометрической и в алгебраической формах.

Решение задачи 4.

1. Найдем корни уравнения  на множестве комплексных чисел:

**

(здесь использовано: ).

1. Чтобы найти комплексное число , вычислим сначала :

 ( – это число, сопряженное числу , т.е. ).

Затем находим числитель  и знаменатель .

Теперь вычисляем *w*, используя домножение числителя и знаменателя на число, сопряженное знаменателю:



– получили число *w*в алгебраической форме.

1. Комплексное число  задано в алгебраической форме , где *x* = 1, *y* = . Получим тригонометрическую форму этого числа. Вычислим модуль комплексного числа  и его аргумент:



Таким образом,  – тригонометрическая форма числа *z*0.

Для вычисления  используем формулу (15) возведения комплексного числа в натуральную степень:

.

Здесь аргумент . Выбираем главное значение аргумента, принадлежащее промежутку , используя формулу :  при *n* = – 1 получаем . Тригонометрическая форма комплексного числа для имеет вид:

.

Подставив значения cos0 = 1, sin0 = 0, получим алгебраическую форму этого числа: 

Ответы: 1) 2); 3) ;

 = 64.

**Задания типового расчета:**

Даны уравнение, комплексное число  и натуральное число *n*.

Требуется:

1. найти корни уравнения *z*1, *z*2  на множестве комплексных чисел;
2. найти комплексное число  в алгебраической форме;
3. получить тригонометрическую форму числа  и вычислить с ее помощью . Ответ записать в тригонометрической и в алгебраической формах.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № варианта | Уравнение |  | *n* |
| 1 |  |  | 6 |
| 2 |  |  | 10 |
| 3 |  |  | 12 |
| 4 |  |  | 6 |
| 5 |  |  | 8 |
| 6 |  |  | 6 |
| 7 |  |  | 8 |
| 8 |  |  | 18 |
| 9 |  |  | 8 |
| 10 |  |  | 6 |

**Тема 4.1Теория пределов.**

**Цель***:* Закрепить умения вычислять пределы функций.

**Самостоятельная работа:** решение расчетной работы

**Форма контроля:** проверка расчетной работы

*Порядок выполнения работы*

1. Перед выполнением работы, прочитайте еще раз конспект, ознакомьтесь с решением типовых примеров.
2. Ответьте письменно на контрольные вопросы.
3. Выполните задания расчётной работы. Оформите решение письменно в тетради.

*Контрольные вопросы:*

1. Дайте определение предела последовательности и предела функции;

2. Перечислите основные свойства пределов;

3. Дайте определение бесконечно большой и бесконечно малой функции;

4. Запишите формулы первого и второго замечательных пределов;

# *Решение типовых примеров*

Найти указанные пределы.

*Пример 1*

Функция определена, а значит и непрерывна в точке х =2, поэтому данный предел равен значению функции в этой точке ==

*Пример 2*

При подстановке в выражение под знаком предела вместо его предельного значения получаем неопределенность вида .

Функция  не определена в точке х =3, т.е. х =3 −точка разрыва, но т.к переменная *х* стремится к точке 3, х→3, а не равна 3, то под знаком предела можно производить тождественные преобразования выражения, не принимая во внимание его поведения в предельной точке.

Разложим квадратные трехчлены, входящие числитель и знаменатель, на линейные множители по формуле: aх2 +bх + с = a(х−х1) (х−х2) − корни квадратного уравнения

aх2 +bх + с =0

2х2−3х − 9 =0

D = b2−4ac =9 − 4 ⋅2 ⋅(−9) = 81

х1,2 = 

2*х*2 − 3*х*−9 = 2(*х*− 3)(*х* +)

Аналогично:

*х*2− х − 6 = (*х*−3)(*х*−2)

Преобразуем данный предел:



Функция  в точке *х* = 3 не существует, а предел от этой функции при х→ 3 существует и равен 

*Пример 3*

Здесь сталкиваемся с неопределенностью вида , избавится от которой можно вынесением за скобки в числителе и знаменателе дроби старшей степени переменной (или делением числителя и знаменателя на старшую степень переменной):



т.к.  = 0;  = 0  = 0;  = 0

как пределы от бесконечно малых величин

*Пример 4*

Для раскрытия неопределенности , умножим числитель и знаменатель на выражение, сопряженное числителю: 

= 

Заменим «в числителе по формуле разность квадратов» (a−b)(a + b) = a2 -b2

= (*x +* 2) − (4 −*x*) = 2*x*−2 = 2(*x*− 1)

в знаменателе *х*2 −1 =(*x*−1)( *x*+1)



*Пример 5*

Для раскрытия неопределенности вида в данном примере воспользуемся первым замечательным пределом и одним из его следствий:

 = 1  = 1

заменим предел произведения произведением пределов и вынесем постоянный множитель =

по первому замечательному пределу (u =2x или u = 4x)

= 1;  = 

Из первого замечательного предела вытекают и другие следствия

; α

*Пример 6*

Имеем неопределенность вида [1∞];

; 

Для раскрытия неопределенности вида [1∞] лучше всего воспользоваться следующей формулой: 

Имеем *f* (х) −1= −1 = 

Тогда 

Следовательно, 

**Задания типового расчета:**

Для заданий 1-3 – вычислить пределы.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

## 

## Тема 4.2 Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

**Цель***:* Закрепить умения вычислять производные.

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Вычислить производные функций

*Теоретические сведения:*

## Производная функции

Важнейшим понятием математического анализа является производная, которая определяет скорость изменения функции относительно своего аргумента.

Производная функции у = *f*(*x*) в точке х0 называется предел (если он существует) отношения приращения функции Δ *f*(x) к приращению аргумента Δ(х) при стремлении последнего к нулю и обозначается *f’* (х0), т.е. 

Другие обозначения: f’(x); y’(x); 

При вычислении производных используют таблицу производных и правила дифференцирования.

#### Правила дифференцирования

Пусть u = u(x) и v = v(x) − непрерывные функции в точке х = х0, тогда существуют производные от суммы (разности), произведения, частного этих функций в заданной х0.

1. (u ± v)′ = u′± v′
2. (u · v)′ = u′ ·v + u ·v′
3. (c· u)′ = c · u′
4. c′ = 0
5. x′ = 1
6. 

***Производная сложной функции***

Пусть у =f(u), а u = ϕ(x), тогда у =f(ϕ(x)) − сложная функция, ее производная находится по правилу дифференцирования сложной функции. Если каждая функция

у =f(u) и u = ϕ(x), дифференцируема по своему аргументу, то 

Таблица производных основных элементарных функций и производных сложных функций

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | функция  у =f(х) | производная  у′ =f′(х) | функция у=f(u), где u = ϕ(x) | производная y′=f′(u)· u′ |
| 1 | *у =хn* | *(xn)′=n · xn-1* | *y = un* | *(un)′= n·un-1·u′* |
| 2 |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |
| 4 | *y =ax* | *(ax) =ax · ln a* | *y =au* | *(au) =au · ln a ·u′* |
| 5 | *y =ex* | *(ex) =ex* | *y =eu* | *(eu) =eu ·u′* |
| 6 | *y =*log*a x* | (log*a x*)′ = | *y =*log*a u* | (log*a u*)′ = |
| 7 | *y =*ln *x* | (ln *x*)′ = | *y =*ln *u* | (ln *u*)′ = |
| 8 | *y =*sin *x* | (sin *x*)′ = cos *x* | *y =*sin *u* | (sin *u*)′ = cos u *·u′* |
| 9 | *y =*cos *x* | (cos *x*)′ = | *y =*cos *u* | (cos *u*)′ = *·u′* |
| 10 | *y =*tg *x* | (tg *x*)′ = | *y =*tg *u* | (tg *u*)′ = |
| 11 | *y =* ctg *x* | (ctg *x*)′ = | *y =* ctg *u* | (ctg *u*)′ = |
| 12 | *y =*arcsin *x* | (arcsin *x*)′ = | *y =*arcsin *u* | (arcsin *u*)′ = |
| 13 | *y =*arcos *x* | (arcos *x*)′ = | *y =*arcos *u* | (arcos *u*)′= |
| 14 | *y =* arctg *x* | (arctg *x*)′ = | *y =* arctg *u* | (arctg *u*)′ = |
| 15 | *y =* arcctg *x* | (arcctg *x*)′ = | *y =* arcctg *u* | (arcctg*u*)′ = |

**Решение типовых примеров**

Найти производные следующих функций.

*Пример 1*

*Пример 2*



*Пример 3*



*Пример 4*



Таким образом,



*Пример 5*



Таким образом,



*Пример 6*



Таким образом,



*Пример 7*



Таким образом,



*Пример 8*



Таким образом,



**Задания типового расчета:**

Перед выполнением типового расчета, прочитайте еще раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1. Дайте определение производной;

2. Перечислите основные свойства производной;

Найти производные заданных функций.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | 1) y = -x3 + 9x2 -  2) y =  3) y = (log2x + x)arcsin x  4) y =  5) y =  6) y = arcctg |
| 2. | 1) y =  + x-7 – 3lnx  2) y =  3) y = (3x – 3x)arctgx  4) y =  5) y =  6) y = earcsin x |
| 3. | 1) y =  2) y =  3) y = (lnx + 4x)arccos x  4) y =  5) y =  6) y = log4 () |
| 4. | 1) y = 7x4 -  - 8log5x  2) y =  3) y = (5x – 5x) arcctgx  4) y =  5) y =  6) y = arcsin ex |
| 5. | 1) y =-x3 + 9x2 -  2) y =  3) y = (log2x + x)arcsin x  4) y =  5) y = (2 – 5x)8  6) y = arcctg |
| 6. | 1) y =  + x-7 – 3lnx  2) y =  3) y = (3x – 3x)arctgx  4) y =  5) y = logx  6) y = earcsin x |
| 7. | 1) y =  2) y =  3) y = (lnx + 4x)arccos x  4) y =  5) y =  6) y = log4 () |
| 8. | 1) y = 7x4 -  - 8log5x  2) y =  3) y = ( – 6x) arcctgx  4) y =  5) y =  6) y = arcsin ex |
| 9. | 1) y = -x3 + 9x2 -  2) y =  3) y = (log2x + x)arcsin x  4) y =  5) y = (2 – 5x)8  6) y = arcctg |
| 10. | 1) y =  + x-7 – 3lnx  2) y =  3) y = (3x – 3x)arctgx  4) y =  5) y = logx  6) y = earcsin x |

## Тема 4.3Интегральное исчисление функции одной действительной переменной

**Цель***:* Закрепить умения вычислять неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования, методом замены и методом интегрирования по частям.

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:** Вычислить неопределенные интегралы

*Теоретические сведения*

**Неопределенный интеграл**

*Определение:* **Неопределенным интегралом** функции f(x) называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением:

F(x) + C. Записывают: , где - есть некоторая первообразная функции на этом промежутке, С – const. При этом знак называется знаком интеграла, - подынтегральной функцией, - подынтегральным выражением, - переменная интегрирования, С- постоянная интегрирования.

Операция нахождения неопределенного интеграла от данной функции называется интегрированием данной функции.

Интегрирование – операция, обратная операции дифференцирования. У всякой непрерывной на данном интервале функции существует неопределенный интеграл.

**Таблица неопределенных интегралов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Свойства неопределенного интеграла:**

;

;

;

**Методы интегрирования**

**1. Непосредственное интегрирование**

Метод непосредственного интегрирования основан на предположении о возможном значении первообразной функции с дальнейшей проверкой этого значения дифференцированием. Вообще, заметим, что дифференцирование является мощным инструментом проверки результатов интегрирования.

Рассмотрим применение этого метода на *примере 1*:

.

*Пример 2*.

.

Что касается метода непосредственного интегрирования, то он применим только для некоторых весьма ограниченных классов функций. Функций, для которых можно с ходу найти первообразную очень мало. Поэтому в большинстве случаев применяются способы, описанные ниже.

**2. Метод замены переменных**

**Теорема:** Если требуется найти интеграл , но сложно отыскать первообразную, то с помощью замены и получается: .

*Пример 3*. Найти неопределенный интеграл .

Сделаем замену *t = sinx, dt = cosxdx*.

.

*Пример 4*. .

Замена Получаем:

.

*Пример 5*.

.

**3. Интегрирование по частям**

Способ основан на известной формуле производной произведения:

где *u* и – некоторые функции от *х*.

В дифференциальной форме:

Проинтегрировав, получаем:

а в соответствии с приведенными выше свойствами неопределенного интеграла:

или

Получили формулу интегрирования по частям, которая позволяет находить интегралы многих элементарных функций.

*Пример 6*.

.

Как видно, последовательное применение формулы интегрирования по частям позволяет постепенно упростить функцию и привести интеграл к табличному.

*Пример 7*.

.

**Задания типового расчета:**

Перед выполнением расчетной работы, прочитайте еще раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1. Дайте определение неопределенного интеграла.
2. Чему равен неопределенный интеграл?
3. Как называется каждый элемент в обозначении неопределенного интеграла?
4. Что называется интегрированием функции?
5. Перечислить основные свойства неопределенного интеграла.
6. Таблица неопределенных интегралов.
7. В чем заключается метод непосредственного интегрирования при отыскании неопределенного интеграла?
8. В чем заключается метод замены переменной (метод подстановки) при отыскании неопределенного интеграла?
9. В чем заключается метод интегрирования по частям при отыскании неопределенного интеграла?

Вычислить неопределенные интегралы:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |
| 2. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |
| 3. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |
| 4. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |
| 5. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |
| 6. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |
| 7. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |
| 8. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |
| 9. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |
| 10. | 1)  2)  3)  4)  5)  6) |

2. Самостоятельно изучить «круговые интегралы», метод их вычисления и решить следующие задачи: а) б)

**Тема 4.4 Обыкновенные дифференциальные уравнения**

**Цель***:* Закрепить умения решать дифференциальные уравнения

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:** Решить дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

*Теоретические сведения*

Дифференциальное уравнение второго порядка имеет вид



Оно связывает между собой аргумент *х*, искомую функцию *y*и ее производные первого  и второго порядка.

Если уравнение разрешить относительно старшей производной неизвестной функции, то получим 

**Определение.** Функция виданазывается *общим решением* дифференциального уравнения второго порядка, если при соответствующем выборе произвольных постоянных *с1,с2* эта функция является решением любой задачи Коши, поставленной для уравнения.

*Задача Коши* для данного уравнения состоит в том, чтобы найти решение уравнения, удовлетворяющее двум начальным условиям

.

**Дифференциальные уравнения второго порядка,**

**допускающие понижение порядка.**

**Уравнения вида **

Постановка задачи. Найти общее решение дифференциального уравнения

****(1)

План решения. Решение такого вида уравнения находится 2 – кратным интегрированием:

1. Поскольку  то уравнение (1) перепишется в виде



Умножим обе части этого равенства на и проинтегрируем. Имеем



где *с1* – произвольная постоянная.

2. Получили дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными относительно неизвестной функции *y(x)*. Решим его, представив как 



Интегрируем обе части равенства:



Записываем ответ: общее решение определяется уравнением () при всевозможных значениях *с1* и *с2*.

*Пример5.*Найти общее решение уравнения



*Решение.* Здесь

Проинтегрируем последовательно уравнение два раза:

1. Поскольку  то уравнение перепишется в виде



Применяя непосредственное интегрирование, придем к



дифференциальному уравнению с разделяющимися переменными, где *с1* – произвольная постоянная.

2. Найдем его общее решение, представив как 



Интегрируем обе части равенства:



Имеем



**Ответ:** общее решение определяется уравнением  при всевозможных значениях *с1* и *с2*.

**Уравнения вида **

Постановка задачи. Найти общее решение дифференциального уравнения

****(1)

которое не содержит явно искомую функцию *y*.

План решения.

1. Выполним подстановку где *р* – некоторая функция от *х*. Получим дифференциальное уравнение первого порядка относительно неизвестной функции *р*:

****(2)

2. Определим вид уравнения (2). Применив соответствующий способ решения, имеем

 (3)

где *с1* – произвольная постоянная.

3. Найдем искомую функцию *y.* Так как  то в силу (3), придем к



уравнению с разделяющимися переменными. Решив его, запишем ответ в виде  где *с1*, *c2*– произвольные постоянные.

*Пример 6.*Найти общее решение дифференциального уравнения



*Решение.* **Д**анное уравнение не содержит явно искомую функцию *y*.

1. Выполним подстановку 

Получим



2. Это линейное дифференциальное уравнение первого порядка относительно неизвестной функции *р*. Решим его с помощью подстановки



имеем



*V* - ? *U* - ?

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |



3. Так как то, в силу (4), придем к



уравнению с разделяющимися переменными. Найдем его общее решение, представив как 





Ответ: общее решение определяется уравнением  при всевозможных значениях *с1* и *с2*.

**Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами**

Это уравнения, которые могут быть записаны в виде:

 (1)

где и некоторые числа

Решение:

Составляем характеристическое уравнение

 (2)

Тогда возможны 3 случая:

1. Если корни уравнения (2) различные, действительные числа: , ,, то общее решение одного уравнения (1) имеет вид: 
2. Если корни уравнения (2) действительные и равные: , то общее решение одного уравнения (1) имеет вид: 
3. Если корни уравнения (2) комплексные: ;  где , то общее решение уравнения (1) имеет вид: , где произвольные постоянные

*Пример 7.* Найти частное решение однородного дифференцированного уравнения II-го порядка



Составим характеристическое уравнение



Найдем производную общего решения



Используя начальные условия получим систему уравнений



Подставим найденные значения  и  в общее решение и получим частное решение



частное решение

*Пример8.*Найти общее решение дифференцированного уравнения



Составим характеристическое уравнение



комплексные числа общее решение имеет вид 

**Задания типового расчета:**

Перед выполнением расчетной работы, прочитайте еще раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений.

2. Какое уравнение называется дифференциальным уравнением второго порядка?

3. Как проверить, правильно ли найдено решение дифференциального уравнения?

4. Как определяется и записывается в общем виде линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?

5. Что такое характеристическое уравнение?

6. Какой вид имеет общее решение линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если корни характеристического уравнения:

а) действительные и различные ();

б) действительные и равные ();

в) комплексно – сопряженные ()?

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант № 1 | 1); 2) . |
| Вариант № 2 | 1) ; 2) . |
| Вариант № 3 | 1) ; 2) . |
| Вариант № 4 | 1) ; 2) . |
| Вариант № 5 | 1) ; 2) . |
| Вариант № 6 | 1) ; 2) . |
| Вариант № 7 | 1) ; 2) . |
| Вариант № 8 | 1) ; 2) . |
| Вариант № 9 | 1) ; 2) . |
| Вариант № 10 | 1) ; 2) . |

**Список литературы**

*Основные источники:*

1. Григорьев, В.П. Элементы высшей математики: учебник для студентов учреждений сред. проф. образования / В.П. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2017. – 400 с.

*Дополнительные источники:*

1. Григорьев, В.П. Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2018. – 160 с.

*Интернет – ресурсы:*

* Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM Режим доступа: http://www.znanium.com/
* Электронно-библиотечная система "ЮРАЙТ" Режим доступа http://www. biblio-online. ru
* Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Режим доступа: http://window.edu.ru/
* Информационные, тренировочные и контрольные материалы. Режим доступа: http:// www. fcior. edu. ru.