Министерство образования и науки Челябинской области

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

**«Южно-Уральский государственный технический колледж»**

**Методические рекомендации**

**по организации внеаудиторной самостоятельной работы**

по учебной дисциплине:

**ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

для студентов специальности

**09.02.07 Информационные системы и программирование**

квалификация: Разработчик веб и мультимедийных приложений

Челябинск, 2020

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Методические рекомендации составлены в соответствии с утвержденной программой учебной дисциплины «Элементы высшей математики» для специальности **09.02.07 Информационные системы и программирование,**  квалификация: Разработчик веб и мультимедийных приложений | ОДОБРЕНО  Предметной (цикловой)  комиссией  протокол № \_\_\_  «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2020г.  Председатель ПЦК  \_\_\_\_\_\_\_\_\_/ О.И. Макаренко / | УТВЕРЖДАЮ  Зам. директора по НМР  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Т.Ю. Крашакова  «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2020 г. |

**Автор:** МакаренкоО.И., преподаватель Южно-Уральского государственного технического колледжа

# ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по организации внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине «Элементы высшей математики» предназначены для обучающихся по специальности **09.02.07 Информационные системы и программирование** квалификация: Разработчик веб и мультимедийных приложений.

Самостоятельная внеаудиторная работа по математике организуется с целью:

- систематизации и закрепления, углубления и расширения полученных теоретических знаний студентов;

- развития познавательных способностей и активности студентов, самостоятельности, ответственности;

- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Общий объём времени, отведённого на внеаудиторную самостоятельную работу по учебной дисциплине «Элементы высшей математики», предназначены для обучающихся по специальности **09.02.07 Информационные системы и программирование** составляет 13 часов.

В результате выполнения заданий внеаудиторной самостоятельной работы обучающийся должен систематизировать:

*знания:*

* основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
* основы дифференциального и интегрального исчисления;
* основы теории комплексных чисел.

*умения:*

* выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
* определять предел последовательности, предел функции;
* применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
* использовать методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач;
* решать дифференциальные уравнения;
* пользоваться понятиями теории комплексных чисел.

В методических рекомендациях по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы по каждой теме содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждая самостоятельная работа включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий.

**Порядок выполнения заданий**

**внеаудиторной самостоятельной работы**

Задания внеаудиторной самостоятельной работы необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

*Ход работы:*

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях выполнить самостоятельную работу.
4. Задачи сдаются студентом на проверку частями – по мере изучения курса.

**Критерии оценивания**

**внеаудиторной самостоятельной работы**

**Оценка «5»** ставится, если верно и рационально решено 90%-100% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

**Оценка «4»** ставится при безошибочном решении 80% предлагаемых заданий.

**Оценка «3»** ставится, если выполнено 70% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет.

**Оценка «2»** - решено мене 70% предлагаемых заданий.

**Перечень самостоятельных работ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ темы** | **Название темы по программе** | **Содержание внеаудиторной самостоятельной работы** | **Кол-во часов** |
| Тема 1.1 | Матрицы и определители | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение матричных уавнений» | 1 |
| Тема 1.2 | Решение системлинейных уравнений | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение систем линейных уравнений различными методами» | 2 |
| Тема 2.1 | Уравнение прямой на плоскости | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение практических задач с использованием уравнений прямой» | 1 |
| Тема 2.2 | Кривые второго порядка | Выполнение расчетной работы по теме: «Составление уравнений и построение кривых второго порядка» | 1 |
| Тема 3.1 | Комплексные числа идействия над ними | Выполнение расчетной работы по теме: «Изображение комплексных чисел» | 1 |
| Тема 4.1 | Элементы теории пределов.  Непрерывность функции | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение прикладных задач с использованием теории пределов» | 1 |
| Тема 4.2 | Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение прикладных задач с использованием производной» | 2 |
| Тема 4.3 | Интегральное исчисление функции одной действительной переменной | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение прикладных задач с использованием интегралов» | 2 |
| Тема 4.4 | Обыкновенные дифференциальные уравнения | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение дифференциальных уравнений» | 2 |
| Итого: | | | 13 |

**Тема 1.1 Матрицы и определители**

**Цель:**

**-** закрепить умения по выполнению операций над матрицами;

- закрепить умения по вычислению определителей второго, третьего и высших порядков;

- научиться решать матричные уравнения.

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Решить матичное уравнение.

*Теоретические сведения:*

Выражения A\*X\*B=C, A\*X=B, X\*A=B, где A, B, C – матрицы и X – неизвестная матрица, называются *матричными уравнениями*.

Если матрица A невырожденная, то уравнения A\*X=B, X\*A=B имеют единственное решение, соответственно X=A-1B и X=BA-1. Если матрица A – вырожденная, то принимаем элементы матрица X за неизвестные, вычисляем произведение и приравниваем соответствующие элементы матриц левой и правой части уравнения.

*Пример* Решить матричное уравнение

*Решение.* Так как , то матричное уравнение имеет единственное решение . Находим обратную матрицу для матрицы .

A11=2, A12=−3, A21=−1, A22=2,

поэтому,.

*Проверка:*, .

Получаем ответ: .

**Задания типового расчета:**

Вариант № 1

Решите матричное уравнение .

Вариант № 2

Решите матричное уравнение

Вариант № 3

Решите матричное уравнение 

Вариант № 4

Решите матричное уравнение 

Вариант № 5

Решите матричное уравнение 

Вариант № 6

Решите матричное уравнение 

Вариант № 7

Решите матричное уравнение 

Вариант № 8

Решите матричное уравнение 

Вариант № 9

Решите матричное уравнение 

Вариант № 10

Решите матричное уравнение 

**Тема 1.2 Решение систем линейных уравнений**

**Цель:** Отработать умения решать системы линейных уравнений различными методами

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Решить СЛУ матричным методом;

2. Решить СЛУ методом Крамера;

3. Решить СЛУ методом Гаусса;

*Теоретические сведения:*

**Основные определения**

Пусть дана система m линейных уравнений с n неизвестными 

****(1)

где числа  называются *коэффициентами системы*, а числа  - *свободными членами*

*Решением системы* (1) такой набор чисел (), что при его подстановке в систему вместо соответствующих неизвестных каждое из уравнений системы обращается в тождество.

Если система (1) имеет хотя бы одно решение, она называется *совместной*; система не имеющая ни одного решения, называется *несовместной*. Система называется *определенной*, если она имеет единственное решение, и *неопределенной*, если она имеет более одного решения.

Две системы линейных уравнений с одинаковым числом неизвестных называются *эквивалентными*, если множества всех решений этих систем совпадают.

Если , то система называется *однородной*, в противном случае она называется *неоднородной.*

Систему можно записать в матричной форме:

где  - *матрица системы,* - *столбец неизвестных*

 - *столбец свободных членов*

Матрица  - *расширенная матрица системы.*

**Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы (матричный метод)**

Пусть система из n линейных уравнений с n неизвестными записана в матричной форме , где - матрица коэффициентов системы размера , - столбец неизвестных , - столбец свободных членов. Если определитель матрицы А не равен нулю, то система совместна и определена , ее решение задается формулой :

**

*Пример 1***.**

Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы:

*Решение.*

Выпишем матрицы А,В, и Х



Найдем матрицу обратную к матрице А

****

****

****



Тогда





**Формулы Крамера**

Пусть дана система m линейных уравнений с n неизвестными

****

если для системы m = n и detA ≠ 0 , то верны формулы Крамера для вычисления неизвестных 

,

где , а  являются определителямиn – го порядка, которые получаются из  путем замены в нем -го столбца столбцом свободных членов исходящей системы.

*Пример 2:*

Решить систему линейных уравнений с помощью формул Крамера



*Решение***:**

вычислим 

последовательно заменив в  первый, второй и третий столбец столбцом из свободных членов, получим:









**Решение системы линейных уравненийметодом Гаусса**

Метод Гаусса состоит в последовательном исключении неизвестных по следующей схеме. Для того чтобы решить систему уравнений ****

выписывают расширенную матрицу этой системы

С помощью элементарных преобразований над строками приводим матрицу к ступенчатому виду. Полученной расширенной матрице соответствует система линейных уравнений, эквивалентная данной системе.

*Пример 3.*

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

*Решение.*

Приведем расширенную матрицу системы к ступенчатому виду:



Вернемся к системе



Решая данную систему получим 

*Пример 4.* Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

*Решение.*

Приведем расширенную матрицу системы к ступенчатому виду:



Вернемся к системе



Решая данную систему находим 

Полагая , получим общее решение системы



Система имеет бесконечно много решений, каждое из которых можно получить, придавая с конкретные значения.

**Задания расчетной работы:**

Перед выполнением типового расчета, прочитайте еще раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1.Что называется коэффициентами системы, свободными членами, решением системы?

2. Какая система называется совместно (несовместной)?

3. Какая система называется определенной (неопределенной)?

4. Запишите формулы Крамера.

5. Какие СЛУ можно решить матричным методом? методом Крамера?

6. Что называется решением СЛУ(общим и частным)?

7. Какая СЛУ называется однородной?

8. Всегда ли однородная СЛУ имеет решение?

# Задание 1 Найти решение линейной системы уравнений, используя формулы Крамера, с помощью обратной матрицы

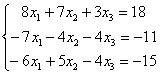
1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 

**Задание 2** Решить систему уравнений методом Гаусса. Указать общее и одно частное решение если система неопределенная

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

6)

7)

8)

9)

10)

**Тема 2.1 Уравнение прямой на плоскости.**

**Цель:** Отработать умения составлять различные виды уравнений прямой

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Составить уравнения прямых

2. Применить условия параллельности и перпендикулярности прямых

3. Составить уравнения кривых второго порядка

*Теоретические сведения:*

**Уравнения прямой на плоскости**

1. Общее уравнение прямой 

Частные случаи этого уравнения:

1.  - прямая проходит через начало координат
2.  - прямая параллельна оси Оу
3. - прямая параллельна оси Ох
4.  - прямая совпадает с Оу
5. - прямая совпадает с Ох
6. Каноническое уравнение прямой , где  заданная точка на прямой и вектора , параллельный данной прямой. Вектор  называется направляющим вектором прямой
7. Уравнение прямой с угловым коэффициентом 
8. Уравнение прямой через 2 точки 
9. Уравнение прямой в отрезках

где  - длины отрезков (с учетом знаков), отсекаемых прямой на осях Ох и Оу соответственно.

*Пример. 1*Составить уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок b= -3 и образующей с положительным направлением оси абсцисс угол .

#### Решение:Находим угловой коэффициент: . Воспользовавшись уравнением прямой с угловым коэффициентом, получаем ; освобождаясь от знаменателя и перенося все члены в левую часть, получаем общее уравнение прямой

*Пример. 2*

Составить уравнение прямой, отсекающей на осях координат отрезки .

*Решение:*Воспользовавшись уравнением прямой в отрезках, имеем 

Это уравнение можно переписать в виде , или  (общее уравнение прямой)

*Пример. 3*

Написать уравнение прямой, проходящей через точки: A(0;2), B(-3;7)

*Решение:*

Используем уравнение прямой через две точки. Полагая в нем  получим  или , т.е.  или .

**Вычисление угла между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.**

Пусть две пересекающиеся в точке *М* прямые и  задаются соответственно уравнениями с угловым коэффициентом

 и 

и общими уравнениями ,  условие перпендикулярности и параллельности прямых представлены в таблице

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| прямые | условие параллельности прямых | условие перпендикулярности прямых | угол между прямыми |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

***Расстояние от точки до прямой***:



*Пример 4*

Найти расстояние между параллельными прямыми  и .

*Решение:*

Возьмем на первой прямой произвольную точку *А.* Пусть, например, , тогда , т.е. А(0;5). По формуле находим расстояние d от точки А до второй прямой:



**Задания расчетной работы:**

Перед выполнением типового расчета, прочитайте еще раз конспект и учебник

Задание 1 для всех вариантов одинаковое

* 1. Даны вершины треугольника АВС: . Найти:

1. Уравнение стороны АВ
2. Уравнение высоты CH
3. Уравнение медианы АМ
4. Точку N пересечения медианы АМ и высоты CH
5. Уравнение прямой, проходящей через вершину С параллельно стороне АВ
6. Расстояние от точки С до прямой АВ

Вариант 1

*Задание 1*

*Задание 2* Найти уравнение прямой отсекающей на оси ординат отрезок равный 2, и проходящей параллельно прямой 2у-х=3

Вариант 2

*Задание 1*

*Задание 2* Даны уравнения двух сторон параллелограмма  и точка пересечения его диагоналей , найти уравнение двух его других сторон.

*Задание 3*Составить уравнение эллипса, зная что 

Вариант 3

*Задание 1*

*Задание 2* Даны уравнения двух сторон ромба 2х-5у-1=0 и 2х-5у-34=0 и уравнение одной из его диагоналей х+3у-6=0. найти уравнение другой его диагонали.

Вариант 4

*Задание 1*

*Задание 2*Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку пересечения прямых 2х+5у-8=0; 2х+3у+4=0

Вариант 5

*Задание 1*

*Задание 2* Найти уравнение прямой проходящей через точку пересечения прямых 3х-2у-7=0 и х+3у-6=0 и отсекающая на оси абсцисс отрезок, равный 3

Вариант 6

*Задание 1*

*Задание 2*Найти уравнение прямой, проходящей через точку А(2,-3) и точку пересечения прямых 2х-у=5 и х+у=1

Вариант 7

*Задание 1*

*Задание 2*Найти точку пересечения диагоналей четырех угольника АВСD, если А(-1,-3) В(3,5) С(5,2) D(3,-5)

Вариант 8

*Задание 1*

*Задание 2*Известны уравнении стороны АВ треугольника АВС 4х+у=12, его высот ВН: 5х-4у=12 и АМ : х+у=6. Найти уравнение двух других сторон треугольника АВС

Вариант 9

*Задание 1*

*Задание 2*Даны две вершины треугольника АВС: А(-6,2) В(2,-2) и точка пересечения высот Н(1,2). Найти координаты точки М пересечения стороны АС и высоты ВН

Вариант 10

*Задание 1*

*Задание 2*Найти уравнения прямых, перпендикулярных к прямой 3х+5у-15=0, проведенных через точки пересечения данной прямой с осями координат

**Тема 2.2 Кривые второго порядка**

**Цель:** Отработать умения составлять уравнения кривых второго порядка

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Составить уравнения кривых второго порядка

*Теоретические сведения:*

***Кривые второго порядка***

***Кривой второго порядка*** называется линия, определяемая уравнением второй степени относительно текущих декартовых координат. В общем случае это уравнение имеет следующий вид:



При этом предполагается , что хотя бы один из коэффициентов А, В, С не равно нулю.

Любая линия второго порядка представляет собой либо окружность, либо эллипс, либо параболу, либо гиперболу. Другие случаи линий второго порядка называются вырожденными.

***1. Окружность***

Простейшей кривой второго порядка является окружность. ***Окружностью*** называют множество точек плоскости, равноудаленных от заданной точки О на одно и тоже расстояние R. Точка О - центр окружности, R­– радиус окружности. Пусть точка О в прямоугольной системе координат Оху имеет координаты , а  - произвольная точка окружности.

Тогда из условия  получаем уравнение



то есть  (1)

Уравнение (1) называется ***каноническим уравнением окружности.*** Это уравнение второй степени относительно *х* и *у*. Следовательно, окружность есть кривая второго порядка.

Пример 1.

Найти координаты центра и радиус окружности:

.

*Решение:*

Выделяя полные квадраты в левой части данного уравнения, приведем его к виду (1):

,

т.е. . Центр окружности находится в точке (2;-4), а радиус равен 6.

***2. Эллипс***

***Эллипсом*** называется множество точек на плоскости, сумма расстояний которых от двух данных точек плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная.

Обозначим фокусы через  и , расстояние между ними 2*с*, а постоянную величину, равную сумме расстояний от каждой точки эллипса до фокусов, через 2*а* (по условию 2*а*>2*c*).

***Каноническое уравнение эллипса*** (2)

Точки пересечения эллипса с осями координат называются вершинами эллипса. Из симметрии эллипса следует, что кроме вершин*B(0,b) и A(a,0)* Эллипс имеет ещё две вершины и . Отрезки  и соединяют противоположенные вершины эллипса, а так же длины *2а* и *2b* называются соответственно большой и малой осями эллипса. Числа *а* и *b*называются большой и малой полуосями эллипса.

Отношение фокального расстояния к длине большой оси называется эксцентриситетом эллипса и обозначается : (3)

Так как *с<a*, то <1 . Эксцентриситет характеризует форму эллипса.

Две прямые, перпендикулярные к *Ох* и расположенные на расстоянии от центра, называются директрисами эллипса:. (4)

Пример 2.Дано уравнение эллипса . Найти:

* 1. длинны его полуосей;
  2. координаты фокусов;
  3. эксцентриситет эллипса;
  4. уравнения директрис и расстояние между ними;
  5. точки эллипса, расстояния от которых до левого фокуса F1 равно 12.

*Решение:*

Запишем уравнение эллипса в виде (2), разделив обе его части на 1176:

.

1. Отсюда .
2. Используя соотношение , . Следовательно, 
3. По формуле  находим: 
4. Уравнения директрис имеют вид ; расстояние между ними 
5. По формуле  находим абсциссу точек, расстояние от которых до точки  равно 12: подставляя значения х в уравнение эллипса, найдем ординаты этих точек : . Условию задачи удовлетворяет точка 

***3. Гипербола***

***Гиперболой*** называется множество всех точек плоскости, абсолютная величина разности расстояний каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная.

Расстояние между фокусами  и  обозначим 2с, а постоянную величину, равную модулю разности расстояний от каждой точки гиперболы до фокусов 2а (0<2а<2с).

 (5)

уравнение (5) называется ***каноническим уравнением гиперболы***.

Прямые

 и  (6)

Называется асимптотами гиперболы.

Отношение фокального расстояния к длине действительной оси называется эксцентриситетом гиперболы и обозначается : (7)

Директрисы гиперболы, как и директрисы эллипса, определяются уравнениями

. (8)

*Пример 3.*

Дано уравнение гиперболы . Найти:

1. Длины его полуосей;
2. Координаты фокусов;
3. Эксцентриситет гиперболы ;
4. Уравнение асимптот и директрис;
5. Фокальные радиусы точки 

*Решение:*

Разделив обе части уравнения на 20, приведем уравнение гиперболы к каноническому виду

 отсюда:

1. 
2. используя соотношение , находим . Отсюда 
3. По формуле  находим: 
4. Уравнения асимптот и директрис имеют вид ;
5. Точка М лежит на правой ветви гиперболы ,воспользуемся формулами 

***4. Парабола***

***Параболой*** называется множество всех точек плоскости, равноудалённых от данной точки *F*, называется фокусом, и данной прямой, называемой директрисой.

Обозначим расстояние от фокуса до директрисы *p*. Эта величина называется параметром параболы.

Уравнение директрисы имеет вид 

 (9)

Уравнение (9) называется ***каноническим уравнением параболы***.

Пример 4.

Дана парабола . Найти координаты ее фокуса, уравнение директрисы, длину фокального радиуса точки .

*Решение:*

Парабола задана каноническим уравнением, значит . Используя формулы ,находим , что ; уравнение директрисы имеет вид ; фокальный радиус точки М равен 

**Задания расчетной работы:**

Перед выполнением типового расчета, прочитайте еще раз конспект и учебник.

Вариант 1

Составить уравнение эллипса, проходящего через точки 

Вариант 2

Составить уравнение эллипса, зная что 

Вариант 3

Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ох, симметрично относительно начала координат, зная что: точки эллипса;

Вариант 4

Дана парабола . Найти координаты ее фокуса, уравнение директрисы.

Вариант 5

Привести к каноническому виду и построить кривую, заданную уравнением:



Вариант 6

Составить каноническое уравнение гиперболы, если: уравнение асимптот .

Вариант 7

Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ох, симметрично относительно начала координат, зная что точка  принадлежит эллипсу, ;

Вариант 8

Написать уравнение окружности, проходящей через точки А(-1;3) В(0;2), С(1;-1).

Вариант 9

Составить уравнение эллипса, зная что: его большая полуось равна 10 и фокусы F1(-6;0), F2(10;0)

Вариант 10

Найти уравнение окружности, если концы одного из ее диаметров находятся в точках .

**Тема 3.1 Комплексные числа и действия над ними**

**Цель:** Научиться выполнять операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.

**Самостоятельная работа:** выполнение расчетной работы

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Решить квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом

2. Выполнить операции над комплексными числами в алгебраической форме

3. Изобразить комплексное число на координатной плоскости

4. Найти модуль комплексного числа.

*Теоретические сведения:*

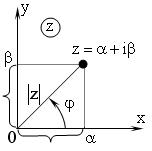
**Краткие теоретические сведения.**

*Комплексные числа* - числа вида ***Z* = *a* + *ib***, где *a*,*b* – вещественные числа, а *i = - мнимая единица* (*i*2 = −1). Множество комплексных чисел обозначается C.

Действительные числа *a* и *b* комплексного числа ***Z* = *a* + *ib***, называются *действительной и мнимой частью* числа *z* и обозначаются, соответственно, *Rez*=*x* и *Imz*=*y*.

Два комплексных числа *z*1=*a* + *ib* и *z*2=*c* + *id* называются *равными* в том и только том случае, если *a* = *c*, *b* = *d*.

Запись *Z*=*a* + *ib* называют *алгебраической формой* комплексного числа *z*.

Числа *Z*=*a* + *ib* и =*a* − *ib* называют *комплексно сопряженными*.

*Геометрическое представление комплексного числа*

Если рассмотреть плоскость с прямоугольной системой координат, то любому комплексному числу *z* = *a* + *ib* можно сопоставить точку на этой плоскости с соответствующими координатами (a;b), и радиус-вектор R комплексного числа, т.е. вектор, соединяющий начало координат с точкой на плоскости, соответствующей числу (рис. 1). Данная плоскость называется комплексной. Действительные числа располагаются на горизонтальной (вещественной) оси, мнимые части – на вертикальной (мнимой) оси.

- *модуль комплексного числа -* расстояние от начала координат до соответствующей точки комплексной плоскости. Попросту говоря, *модуль – это длина*радиус-вектора.

*,* где *- аргумент комплексного числа.*

**Действия над комплексными числами в алгебраической форме.**

*Сложение: Z1 + Z2 =* (*a*+*ib*)+(*c*+*id*) = (*a*+*c*) + (*b*+*d*)*i*.

*Вычитание: Z1 - Z2 =* (*a*+*ib*)-(*c*+*id*) = (*a*-*c*) + (*b*-*d*)*i*.

*Умножение: Z1 · Z2 =* (*a*+*ib*)(*c*+*id*)=(*ac* − *bd*)+(*ad* + *cb*)*i*.

*Деление:* .

*Умножение на сопряженное*: *Z · =(a + bi)(a -bi)= a2 –b2i2= a2 – b2·(-1) = a2 + b2* – квадрат суммы

**Примеры решения задач:**

**Пример 1.** Выполнить действия над комплексными числами, представив результат в алгебраической форме:

Z1 = 4+ 5*i*, Z2 = 6−9*i*.

*Решение:* 1) Z1 + Z2 = (4+ 5*i*) + (6−9*i*)= *4+6+5i -9i.= 10 – 4i*

2) Z1 - Z2 = (4+ 5*i*) - (6−9*i*)= *4-6+5i +9i.= -2 + 14i*

3) Z1 ·Z2 = (4+5*i*)(6− 9*i*)= 24 −36*i* + 30*i*− 45*i*2= 24 -6*i* - 45·(-1) = 69 -6*i*.

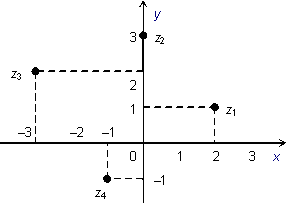
4)

Ответ: Z1 + Z2 =*10 – 4i*, Z1 - Z2 = *-2 + 14i*, Z1 ·Z2 =69 -6*i*,

**Пример 2.** Раскрыть скобки, используя формулы сокращенного умножения:

1) *(2+ 3i)2 = 22 + 2·2·3i + (3i)2 = 4 +12i + 9·(-1) = -5+12i,*

2) *(5 + 4i)(5 - 4i)= 52 –42i2= 25 – 16·(-1) = 25 + 16 =4*,

****3) *(3-5i)2 = 32 - 2·3·5i + (-5i)2 = 9 - 30i + 25(-1) = -16- 30i*.

**Пример 3.**Изобразим на комплексной плоскости числа

Z1 = 2 + i; Z2 = 3i;

Z3 = -3 + 2i; Z4 = -1 – i.

**Контрольные вопросы.**

1. Дайте определение комплексного числа.
2. Какие числа называются комплексно – сопряженными?
3. Какие комплексные числа называются равными?
4. Как вычислить модуль комплексного числа?
5. Как производятся действия над комплексными числами в алгебраической форме?

**Задания расчетной работы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Вариант 1*** | | ***Вариант 2*** | ***Вариант 3*** | ***Вариант 4*** |
| 1. Изобразите на плоскости заданные комплексные числа: | | | | |
| Z1 = 4i Z2 = 3 + i  Z3= - 4 +3i Z4= - 2 -5i | Z1= -5i Z2= 4 + i  Z3= -7 +2i Z4= -3 – 6i | | Z1= -5i Z2= 4 + i  Z3= -7 +2i Z4= -3 – 6i | Z1= -5i Z2= 4 + i  Z3=-7 +2i Z4= -3 – 6i |
| 2 . Вычислите модуль комплексного числа | | | | |
| Z = 3 + 4i | Z = 8 + 6i | | Z = -1 + i | Z=-1-2i |
| 3. Произведите сложение и вычитание комплексных чисел: | | | | |
| Z1 = (3 + 5*i*) ,  Z2 = (7 – 2*i*) | | Z1 = (3 – 2*i*),  Z2 = (5 + 3*i*) | Z1 = (4 + 2*i*),  Z2 = (– 3 + 2*i*). | Z1 = (– 2 + 3*i*),  Z2 = (7 – 2*i*) |
| 4. Выполните действие над комплексными числами: | | | | |
| а) (2 + 3*i*)(5 – 7*i*), б) (3 + 2*i*)(3 – 2*i*),  в) (3 + 5*i*)2,  г) . | | а) (3 + 2*i*)(1 + 3*i*), б) (7 – 6*i*)(7 + 6*i*),  в) (2 – 7*i*)2,  г) . | а) (– 2 + 3*i*)(3 + 5*i*),  б) (4 + 3*i*)(4 – 3*i*),  в) (4 + 2*i*)2,  г) . | а) (6 + 4*i*)(5 + 2*i*),  б) (2 – 5*i*)(2 + 5*i*),  в) (3 – 2*i*)2,  г) . |
| 5. Решите уравнения: | | |  |  |
| *x*2 – 4*x* + 13 = 0. | | 2,5*x*2 + *x* + 1 = 0.. | *x*2 + 3*x* + 4=0 | 4*x*2 – 20*x* + 26 = 0 |

**Тема 4.1Элементы теории пределов. Непрерывность функции**

**Цель***:* Систематизировать умения вычислять пределы функций.

**Самостоятельная работа:** решение расчетной работы

**Форма контроля:** проверка расчетной работы

*Порядок выполнения работы*

1. Перед выполнением работы, прочитайте еще раз конспект, ознакомьтесь с решением типовых примеров.
2. Ответьте письменно на контрольные вопросы.
3. Выполните задания расчётной работы. Оформите решение письменно в тетради.

*Контрольные вопросы:*

1. Дайте определение предела последовательности и предела функции;

2. Перечислите основные свойства пределов;

3. Дайте определение бесконечно большой и бесконечно малой функции;

4. Запишите формулы первого и второго замечательных пределов;

# *Решение типовых примеров*

Найти указанные пределы.

*Пример 1*

Функция определена, а значит и непрерывна в точке х =2, поэтому данный предел равен значению функции в этой точке ==

*Пример2*

При подстановке в выражение под знаком предела вместо его предельного значения получаем неопределенность вида .

Функция  не определена в точке х =3, т.е. х =3 −точка разрыва, но т.к переменная *х* стремится к точке 3, х→3, а не равна 3, то под знаком предела можно производить тождественные преобразования выражения, не принимая во внимание его поведения в предельной точке.

Разложим квадратные трехчлены, входящие числитель и знаменатель, на линейные множители по формуле: aх2 +bх + с = a(х−х1) (х−х2) − корни квадратного уравнения

aх2 +bх + с =0

2х2−3х − 9 =0

D = b2−4ac =9 − 4 ⋅2 ⋅(−9) = 81

х1,2 = 

2*х*2 − 3*х*−9 = 2(*х*− 3)(*х* +)

Аналогично:

*х*2− х − 6 = (*х*−3)(*х*−2)

Преобразуем данный предел:



Функция  в точке *х* = 3 не существует, а предел от этой функции при х→ 3 существует и равен 

*Пример 3*

Здесь сталкиваемся с неопределенностью вида , избавиться от которой можно вынесением за скобки в числителе и знаменателе дроби старшей степени переменной (или делением числителя и знаменателя на старшую степень переменной):



т.к.  = 0;  = 0  = 0;  = 0

как пределы от бесконечно малых величин

*Пример 4*

Для раскрытия неопределенности , умножим числитель и знаменатель на выражение, сопряженное числителю: 

= 

Заменим «в числителе по формуле разность квадратов» (a−b)(a + b) = a2 -b2

= (*x +* 2) − (4 −*x*) = 2*x*−2 = 2(*x*− 1)

в знаменателе *х*2 −1 =(*x*−1)( *x*+1)



*Пример 5*

Для раскрытия неопределенности вида в данном примере воспользуемся первым замечательным пределом и одним из его следствий:

 = 1  = 1

заменим предел произведения произведением пределов и вынесем постоянный множитель

по первому замечательному пределу (u =2x или u = 4x)

= 1;  = 

Из первого замечательного предела вытекают и другие следствия

; α

*Пример 6*

Имеем неопределенность вида [1∞];

; 

Для раскрытия неопределенности вида [1∞] лучше всего воспользоваться следующей формулой: 

Имеем *f* (х) −1= −1 = 

Тогда 

Следовательно, 

**Задания для расчетной работы**

Для заданий 1-3 – вычислить пределы.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

## 

## Тема 4.2 Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

**Цель***:* Закрепить умения вычислять производные.

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Исследовать функцию и построить её график.

*Теоретические сведения:*

**Приложение производной к исследованию функции.**

**Интервалы возрастания и убывания функции**

**Теорема (признак возрастания функции)**

Если производная *f'(x)* дифференцируемой функции положительна *(f'(x)>0)* внутри некоторого интервала, то функция возрастает на этом интервале.

**Теорема (признак убывания функции)**

# Если производная *f'(x)* дифференцируемой функции отрицательна *(f*′*(x)<0)* внутри некоторого интервала, то функция убывает на этом интервале

**Экстремумы**

Хмах - *точка максимума*иХмin - *точка минимума*-***точки экстремумов***

Ymax = (Xmax) *максимум функции*иХмin - (Xmin) *минимум функции -э****кстремумы***

**Теорема (необходимое условие экстремума)**

Для того чтобы функция имела экстремум в точке *х0*необходимо, чтобы ее производная в этой точке равнялась нулю.

**Теорема (достаточное условие экстремума)**

# Если при переходе через точку *х0*производная ′(х) дифференцируемой функции меняет свой знак с минуса на плюс, то точка х0 является точкой минимума функции, а если с плюса па минус, то точкой максимума

*Алгоритм исследования функции на интервалы монотонности и экстремумы.*

1. Найти область определения функции (D(f))
2. Найти производную функции (*f*′(х))
3. Прировняйте производную к нулю и решите уравнение *f*′(х)= 0. Корни этого уравнения критические точки. Кроме того, укажите точки, в которых производная не существует (если таковые есть).
4. Построить координатную прямую и нанести на нее все точки, найденные в пункте 3.
5. Исследуйте знак производной на каждом из интервалов, полученных при выполнении пункта 4.
6. По результатам п. 5, на основании достаточных признаков возрастания(убывания) функции и существования экстремумов, сделайте вывод о наличии интервалов возрастания (убывания) функции и наличии экстремумов.
7. Найдите экстремумы.

**Интервалы выпуклости функции. Точки перегиба.**

**Теорема (о характере выпуклости функции)**

Если вторая производная *f"(x)* дважды дифференцируемой функции положительна *(f"(x)* >0) внутри некоторого интервала, то функция выпукла вниз на этом интервале.

Если вторая производная *f"(x)* дважды дифференцируемой функции отрицательна (*f"(x)* <0) внутри некоторого интервала, то функция выпукла вверх на этом интервале.

**Теорема (необходимое условие перегиба)**

Для того чтобы функция в точке *х0*имела перегиб необходимо, чтобы ее вторая производная *f"(x)* в этой точке равнялась нулю.

**Теорема (достаточное условие перегиба)**

Если при переходе через точку *х0*ее вторая производная f"(х) меняет знак, то точка х0 является точкой перегиба ее графика.

**Алгоритм исследования функции на выпуклость и точки перегиба.**

1. Найдите область определения функции (D(f))
2. Найдите вторую производную функции 
3. Решите уравнение = 0.

Кроме того, укажите точки, в которых вторая производная не существует (если таковые есть).

1. Постройте координатную прямую и обозначьте на ней все точки, найденные в п. 3
2. Исследуйте знак второй производной на каждом интервале, полученном при выполнении п.4.
3. По результатам п. 5 сделать вывод о направлении выпуклости на каждом из интервалов, и на основании достаточного условия точки перегиба установить наличие точек перегиба функции.

**Асимптоты графика функции**

## Исследование функции на асимптоты.

1. Найдите точку х0, в которой функция неопределенна и вычислите правосторонний и левосторонний предел функции в этой точке

Если , то ***прямая х=х0 является вертикальной асимптотой.***

2. Вычислите или и 

Если , то ***прямаяy=b является горизонтальной асимптотой.***

Если , то ***прямая y=bл левосторонней асимптотой.***

Если , то ***прямая y=bп правосторонняя асимптотой.***

3. Вычислите  и 

4. Если  и,то ***прямая y=kx+b является наклонной асимптотой.***

# *Общая схема исследования функций*

1. Найти область определения.
2. Исследовать функцию на четность (нечетность) и периодичность.
3. Исследовать характер точек разрыва функции и поведение функции в бесконечности
4. Исследовать функцию на асимптоты
   1. вертикальные;
   2. горизонтальные;
   3. наклонные.
5. Исследовать функцию на монотонность и экстремумы.
6. Исследовать функцию на выпуклость и точки перегиба.
7. Найти точки пересечения с осями координат.
8. Построить график функции.

**Решение типовых примеров.**

Исследовать функцию и построить график.

*Пример 1*

**1)** Найдем область определения функции D(*х*) =

**2)** Исследовать функцию на четность, нечетность и периодичность

*f* (−*x*) = (−*x*)3 − 2(−*x*)2 +(−*x*) = −*x*3 − 2*x*2 +*x* = −(*x*3 + 2*x*2 +*x*)

*f*(−*x*) ≠*f*(*x*) и *f*(−*x*) ≠−*f*(*x*) ⇒ функция не является ни четной ни нечетной. Функция не является периодической.

**3)** Исследуем характер точек разрыва функции и поведение функции в бесконечности.

Так как функция определена на всей числовой прямой, то она всюду непрерывна и нет точек разрыва функции



**4)** Найдем асимптоты

а) Вертикальные

Так как нет точек бесконечного разрыва функции, то и нет вертикальных асимптот.

б) Невертикальные асимптоты ищем в виде *у* = *кх+ b*

Для правой ветви графика функции

⇒ нет наклонной асимптоты для правой ветви

Для левой ветви графика функции

⇒ нет наклонной асимптоты для левой ветви

**5)** Найдем экстремумы и интервалы монотонности функции

Найдем *у′* = (*х*3− 2*х*2+ *х*)′ = 3*х*3−4*х*2 + 1

Найдем корни уравнения *у′* = 0

3*х*3−4*х*2 + 1 = 0

D =10 − 12 = 4



*f’ +* − *+ х*

*f* 1





**6)** Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции и точки перегиба.

Для этого вычислим 

Решим уравнение





*f*

*f′′*

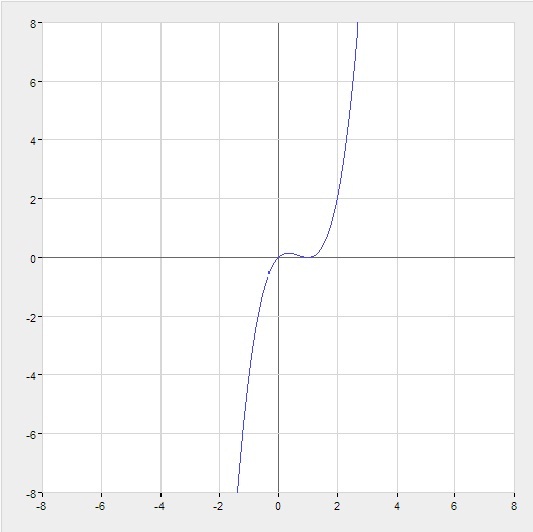


**7)** Найдем точки пересечения с осями координат

С осью О*у*: *х* =0 



**8)** Построим график функции по результатам исследования, используя все найденные точки

****

*Пример 2*

**1)** Область определения

Т.к. 

х = 1 − точка, в которой функция не определена⇒ х =1 − точка разрыва⇒

⇒D (х) = (−∞; 1)∪(1; +∞)

**2)** Исследуем функцию на четность (нечетность), периодичность



*f*(−*x*) ≠*f*(*x*)и *f* (−*x*) ≠−*f*(*x*) ⇒ функция не является ни четной ни нечетной

**3)** Исследуем характер точек разрыва и поведение функции в бесконечности.

Так как *х* = 1 − точка разрыва функции, то найдем

⇒ т. *х* = 1 − точка разрыва функции II−го рода

Исследуем поведение функции при .



**4)** Найдем асимптоты графика функции

а) вертикальные

Так как *х* = 1 − точка бесконечного разрыва функции, то *х* = 1 − уравнение вертикальной асимптоты

b) Невертикальные асимптоты ищем в виде *у* = *кх* + b





Таким образом, уравнение наклонной асимптоты *у* = *х* + 1

**5)** Найдем интервалы монотонности и экстремумы



c)

xmin

xmax

*f′ + −− +*

1+

*f*

1

1-

**



**6)** Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции и точки перегиба



b)  не обращается в нуль ни при каких значениях *х*

(*х*− 1)3 ≠ 0 *f′′*− +

*х*≠ 1 *f*

1

(−∞; 1): 

(1; +∞): 

Точек перегиба нет.

**7)** Точки пересечения с осями координат

С осью О*х*: *у* = 0;  решений нет ⇒

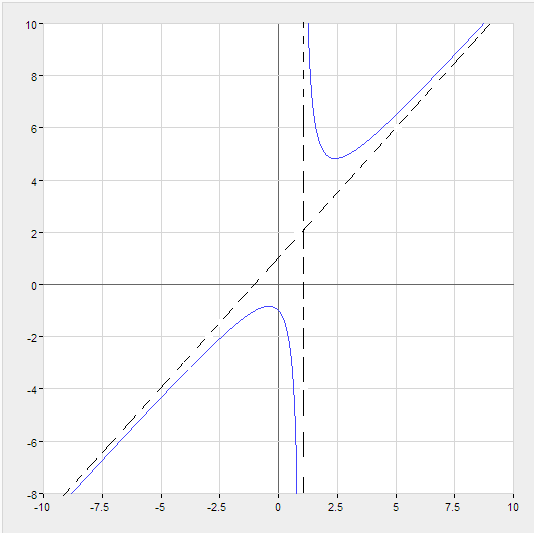
⇒ нет точек пересечения с осью О*х*.

С осью О*у*: *х*= 0; точка (0; −1)

**8)** Построим график функции, используя все найденные точки и зная что

*х* = 1 − вертикальная асимптота,

*у* =*х* +1 −наклонная асимптота.



**Задания расчетной работы**

а) Исследовать функцию и построить ее график.

b) Исследовать функцию на асимптоты.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

## Тема 4.3Интегральное исчисление функции одной действительной переменной

**Цель***:* Закрепить умения вычислять неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования, методом замены и методом интегрирования по частям.

**Самостоятельная работа:** решение типового расчета

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:** Вычислить площадь плоской фигуры

*Теоретические сведения:*

**Геометрический смысл определенного интеграла**

Геометрический смысл определенного интеграла заключается в том, что определенный интеграл равен площади криволинейной трапеции, ограниченной непрерывной кривой двумя прямыми  и и отрезком оси абсцисс















*y*

S



Если 

на отрезке [a,b]















*y*

S



Если 

на отрезке [a,b]

Площадь фигуры, ограниченной двумя непрерывными кривыми и и двумя прямыми  и , где на отрезке  находится по формуле



S















*y*



##### Решение типовых примеров

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями , 

**1.** Найдем вершины парабол для данных функций по формуле 





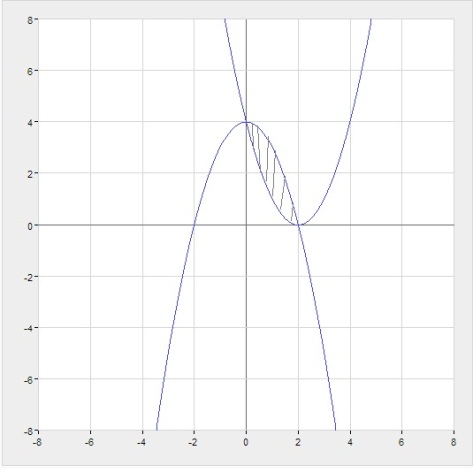


Точка (2;0) − вершина параболы Точка (0;4) − вершина параболы

**2**. Найдем точки пересечения парабол. Для этого приравняем данные функции решим получившееся уравнение



Точки (0;4) и (2;0) − точки пересечения парабол. Построим графики данных функции по найденным точкам, определив таким образом криволинейную трапецию.



Найдем площадь заштрихованной фигуры по формуле:





Ответ: 

**Задания для расчетной работы**

I. Вычислите значение интеграла.

II. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1.** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = ; y = 2; x = 4 2) y = 3 – 2x – x2; y = 1 - x |
| **2.** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = ; y = 2; x = 0 2) y = -x2 – 4x – 5; y = 2 - 2x |
| **3.** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = ; y = -2; x = -2 2) y = -x2 + 4; y = - |
| **4.** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = 3x; y = 3; x = 0 2) y = 4x - x2; y = 4 – x |
| **5.** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = ; y = 2; x = 4 2) y = 3 - 2x - x2; y = 1 – x |
| **6.** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = ; y = 2; x = 0 2) y = -x2 – 4x + 5; y = 2 – 2x |
| **7.** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = ; y = -2; x = -2 2) y = -x2 + 4; y = |
| **8.** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = 3x; y = 3; x = 0 2) y = 4x - x2; y = 4 – x |
| **9.** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = ; y = 2; x = 4 2) y = 3 - 2x - x2; y = 1 – x |
| **10** | **I.** | 1) ; 2) |
| **II.** | 1) y = ; y = 2; x = 0 2) y = -x2 – 4x + 5; y = 2 – 2x |

**Тема 4.4Обыкновенные дифференциальные уравнения**

**Цель:** Отработать умения решать различные дифференциальные уравнения

**Самостоятельная работа:** выполнение расчетных работ

**Форма контроля:** проверка работы

**Виды заданий:**

1. Решить ДУ с разделяющимися переменными

2. Решить однородные ДУ 1 порядка

3. Решить линейные ДУ 1 порядка

4. Решить линейные ДУ 2 порядка

*Теоретические сведения:*

**Дифференциальные уравнения.**

Уравнение, связывающее независимую переменную *х*, неизвестную функцию *у* и ее производную первого порядка  называется **дифференциальным уравнением первого порядка.**

Дифференциальное уравнение первого порядка можно записывать в виде:

= 0 или 

Решением дифференциального уравнения называется функция  которая при подстановке ее в это уравнение обращает его в тождество.

Функция  называется **общим решением** дифференциального уравнения.

**Частным решением** дифференциального уравнения называется решение, полученное из общего, при конкретном значении С, вычисленном при помощи начального условия.

Нахождение частного решения дифференциального уравнения называется решением задачи Коши.

Если общее решение получено в неявном виде (т.е. в виде неразрешенном относительно *у*), то такое решение называется общим интегралом. Если в общем интеграле постоянной С придать конкретное значение, то мы получим частный интеграл.

1. **Уравнение с разделяющими переменными**.

Это уравнение вида 

Интегрируя обе части данного уравнения найдем общий интеграл (общее решение)



Или дифференцированное уравнение с разделяющими переменными может быть записано в виде



Решение:

1) разделим обе части уравнения на 

 и получим уравнение



общий интеграл данного уравнения находим интегрированием левой и правой частей



*Пример 1.* Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

это уравнение с разделяющимися переменными



проинтегрируем обе части



*Пример 2.* Найти частное решение (частный интеграл).



Это уравнение с разделяющимися переменными. Разделим обе части на 

Получим 





 общий интеграл

Найдем частный интеграл с помощью начального условия 

Получим 





Тогда частный интеграл имеет вид



1. **Однородные дифференциальные уравнения I-го порядка.**

Это уравнение вида , где непрерывная функция  удовлетворяет условию: 

Решение подобного уравнения заключается в том, что оно приводится к уравнению с разделяющимися переменными подстановкой , где  новая искомая функция и 

Решение:

1. Дифференцируем равенство 
2. Подставим  и  в данное уравнение и получим



− уравнение с разделяющими переменными *х* и *и*

*Пример 3.*Найти общее решение (общий интеграл) однородного уравнения I-го порядка









 (1)

Введем подстановку 



подставив в уравнение (1) получим 

поставим функцию 

общий интеграл

**3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.**

Дифференциальное уравнение первого порядка называется *линейным*, если оно содержит искомую функциюи ее производнуюв первой степени и не содержит их произведений. В общем случае оно имеет вид

 (1) где коэффициенты *A*, *B*, *C* – заданные непрерывные функции от *х*. Предполагая, что в некотором интервале изменения *х* функция  разделим обе части уравнения на



Обозначая через перепишем уравнение в виде



Если  то уравнение называется линейным *однородным* (линейным уравнением без правой части).

Если то уравнение называется линейным *неоднородным* (линейным уравнением с правой частью).

*Замечание.* Линейное однородное уравнение является *уравнением с разделяющимися переменными.*

**Указание 1.**

Постановка задачи. Решить задачу Коши для линейного дифференциального уравнения

 (2)

с начальным условием

у(х0)=у0, (2/)

где непрерывные функции; в частности, могут быть постоянными величинами.

План решения.

1) Выполним замену 

где *U*, *V* – неизвестные функции от *х*.

2) Подставим в уравнение (2) вместо и их выражения из (3), получим



Выносим во втором и третьем слагаемых *U* за скобки:

 (4)

3) Так как вместо одной неизвестной функции *y* теперь требуется найти *две* функции и удовлетворяющих уравнению (4), то любую из них (*U*или *V*) можно выбрать произвольно.

Выберем *V* произвольно: приравняем в (4) выражение при *U*к нулю и будем искать *V*как некоторое *ненулевое частное решение* уравнения (с разделяющимися переменными)



Из (4), в силу равенства (5), находим, что другая неизвестная функция *U* должна удовлетворять уравнению

 (6)

4) Подставив *V(x)* в уравнение (6), ищем его *общее* решение *U=U(x,c)*.

5) Записываем общее решение уравнения (2) в виде 

6) Используя начальное условие (2/), получаем решение поставленной задачи Коши.

Записываем ответ в виде .

*Пример 4.*Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения



с начальным условием y(0)=0.

*Решение***.** Это линейное неоднородное уравнение, где



1) Ищем решение уравнения в виде



2) Подставляя значения и в данное уравнение, придем к



Выносим во втором и третьем слагаемом *U* за скобки:



3) Выберем *V* так, чтобы выражение в скобках при *U*обратилось в ноль:



Это уравнение с разделяющимися переменными, решим его. Имеем



или, разделяя переменные, получим



Интегрируем:



Так как нас интересует ненулевое *частное решение* этого уравнения, положим *с=0*; тогда



4) Теперь уравнение () примет вид уравнения с разделяющимися переменными



или



интегрируем



5) Найдем искомую функцию *y*, помня, что 

Таким образом,

 (8)

общее решение.

6) Используя начальное условие y(0)=0, получаем

(-cos0+c)(-5)=0,

находим c=1 и подставляем в общее решение (8).

Ответ. y=(1-cosx)(x2-5).

**Задания расчетной работы:**

Перед выполнением расчетной работы, прочитайте еще раз конспект, учебник и ответьте на следующие вопросы:

1. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений.

2. Каков общий вид линейного дифференциального уравнения первого порядка?

3. С помощью какой подстановки решается линейное дифференциальное уравнение первого порядка и к какому уравнению сводится его решение?

4. Как проверить, правильно ли найдено решение дифференциального уравнения?

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 | а) ; б) ; |
| Вариант 2 | а) ; б) ; |
| Вариант 3 | а) ; б) ; |
| Вариант 4 | а) ; б) ; |
| Вариант 5 | а) ; б) ; |
| Вариант 6 | а) ; б) ; |
| Вариант 7 | а) ;б) ; |
| Вариант 8 | а) ; б) ; |
| Вариант 9 | а) ; б) ; |
| Вариант 10 | а) ; б) ; |

**Список литературы**

Основные источники:

1. Григорьев, В.П. Элементы высшей математики: учебник для студентов учреждений сред. проф. образования / В.П. Григорьев, Ю.А. Дубинский, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2018. – 400 с.

Дополнительные источники:

1. Григорьев, В.П. Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – М.: Издательский центр «Академия», 2018. – 160 с.

Интернет – ресурсы:

* Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM Режим доступа: http://www.znanium.com/
* Электронно-библиотечная система "ЮРАЙТ" Режим доступа http://www. biblio-online. ru
* Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Режим доступа: http://window.edu.ru/
* Информационные, тренировочные и контрольные материалы. Режим доступа: http:// www. fcior. edu. ru.