Министерство образования и науки Челябинской области

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

**«Южно-Уральский государственный технический колледж»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

по учебной дисциплине:

**«Математика»**

для студентов специальности

22.02.06 Сварочное производство

Челябинск, 2020

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Методические рекомендации составлены в соответствии с программой учебной дисциплины «Математика» для специальности 22.02.06 Сварочное производств» | ОДОБРЕНО  Предметной (цикловой)  комиссией  протокол № \_\_\_  «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2020 г.  Председатель ПЦК  \_\_\_\_\_\_\_\_\_/ О.И. Макаренко / | УТВЕРЖДАЮ  Зам. директора по НМР  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Т.Ю. Крашакова  «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2020 г. |

**Автор:** Макаренко О.И., преподаватель Южно-Уральского государственного технического колледжа

# ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по организации внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине «Математика» предназначены для обучающихся по специальности 22.02.06 Сварочное производство.

Самостоятельная внеаудиторная работа по математике организуется с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний студентов;

- углубления и расширения теоретических знаний;

- развития познавательных способностей и активности студентов, самостоятельности, ответственности;

- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Общий объём времени, отведённого на внеаудиторную самостоятельную работу по учебной дисциплине «Математика», предназначены для обучающихся по специальности 22.02.06 Сварочное производство составляет 36 часов.

В результате выполнения заданий внеаудиторной самостоятельной работы обучающийся должен:

***знать:***

* основные математические методы решения прикладных задач;
* основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теорию комплексных чисел, теории вероятности и математической статистики;
* основы дифференциального и интегрального исчисления;
* роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.

***уметь:***

* анализировать сложные функции и строить их графики;
* выполнять действия над комплексными числами;
* вычислять значения геометрических величин;
* производить операции над матрицами и определителями;
* решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
* решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;
* решать системы линейных уравнений различными методами.

В методических рекомендациях по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы по каждой теме содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждая самостоятельная работа включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий.

В ходе освоения дисциплины формируются элементы следующих общих компетенций: :

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

**Порядок выполнения заданий**

**внеаудиторной самостоятельной работы**

Задания внеаудиторной самостоятельной работы необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

*Ход работы:*

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях выполнить самостоятельную работу.
4. Задачи сдаются студентом на проверку частями – по мере изучения курса.

**Критерии оценивания**

**внеаудиторной самостоятельной работы**

**Оценка «5»** ставится, если верно и рационально решено 90%-100% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

**Оценка «4»** ставится при безошибочном решении 80% предлагаемых заданий.

**Оценка «3»** ставится, если выполнено 70% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет.

**Оценка «2»** - решено мене 70% предлагаемых заданий.

**Перечень самостоятельных работ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № темы | Название темы по программе | Содержание внеаудиторной самостоятельной работы | Кол-во часов |
| Тема 1.1 | Основы линейной алгебры. | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение матричных уравнений».  Подготовка презентации по теме: «История появления матриц и их использование в различных областях науки». | 8 |
| Тема 2.1 | Векторы. Операции над векторами. | Вычисление скалярного произведения векторов. | 1 |
| Тема 2.2 | Прямая на плоскости. Кривые второго порядка. | Выполнение расчетно-графической работы по теме: «Составление уравнений кривых второго порядка». | 2 |
| Тема 3.1 | Теория пределов. Непрерывность. | Выполнение расчетно-графической работы по теме: «Исследование функции на непрерывность». | 3 |
| Тема 3.2 | Дифференциальное исчисление. | Выполнение расчетно-графической работы по теме: «Исследование функции и построение графика функции».  Подготовка реферата по теме: «Применение производной в различных областях науки и техники». | 6 |
| Тема 3.3 | Интегральное исчисление. | Выполнение расчетно-графической работы по теме: «Вычисление площадей плоских фигур».  Подготовка реферата по теме: «Применение определённого интеграла в различных областях науки и техники». | 6 |
| Тема 4.1 | Элементы теории вероятностей и математической статистики. | Выполнение расчетной работы по теме: «Решение задач на вычисление вероятностей элементарных событий». | 6 |
| Тема 5.1 | Комплексные числа. | Выполнение расчетной работы по теме: «Выполнение операций над комплексными числами». | 4 |
| Всего | | | 36 |

**Тема 1.1. Основы линейной алгебры.**

***Расчетная работа.* Решение матричных уравнений.**

**Цель***:* Научиться решать матричные уравнения.

**Самостоятельная работа:** решение расчетной работы.

**Форма контроля:** проверка расчетной работы.

*Порядок выполнения работы*

1. Перед выполнением работы, прочитайте еще раз конспект, ознакомьтесь с решением типовых примеров.
2. Выполните задания расчётной работы. Оформите решение письменно в тетради.

Выражения , где A, B, C – матрицы и X – неизвестная матрица, называются *матричными уравнениями*.

Если матрица A невырожденная, то уравнения , имеют единственное решение, соответственно . Если матрица A – вырожденная, то принимаем элементы матрица X за неизвестные, вычисляем произведение и приравниваем соответствующие элементы матриц левой и правой части уравнения.

*Пример:* Решить матричное уравнение

*Решение.* Так как , то матричное уравнение имеет единственное решение . Находим обратную матрицу для матрицы .

A11=2, A12=−3, A21=−1, A22=2,

поэтому,.

*Проверка:*, .

Получаем ответ: .

**Задания для самостоятельной работы:**

1. 
2. 
3. 

***Презентация***

*Подготовить презентацию по теме*: «История появления матриц и их использование в различных областях науки», требования к оформлению презентации изложены в ПРИЛОЖЕНИИ 1.

**Тема 2.1. Векторы. Операции над векторами.**

***Расчетная работа.* Вычисление скалярного произведения векторов.**

**Цель***:* Отработать навыки вычисления скалярного произведения векторов.

**Самостоятельная работа:** решение расчетной работы

**Форма контроля:** проверка расчетной работы

*Порядок выполнения работы*

**Скалярным произведением** двух ненулевых векторов и называется число, равное произведению длин этих векторов, на косинус угла между ними:

*Свойства скалярного произведения:*

1)

2)

3)

4) (скалярный квадрат вектора равен квадрату его модуля)

5) Для любых ненулевых векторов , в частности:

6) *Скалярное произведение в координатной форме:*

Если векторы и заданы своими координатами и , то

7) *Нахождение угла между векторами*:

***Задания расчетной работы:***

1 Найти линейную комбинацию векторов 

2 Найти длины векторов 

3 Найти косинусы углов между векторами 

4 Найти Найти 

5 Выяснить, коллинеарны ли векторы  и 

6 Выяснить, ортогональны ли векторы  и 

**Вариант 1** A (2; 3; -1); B (0; 1; 2); C (4; -1; -1); D (2; -3; 1)

**Вариант 2** A (3; -1; 1); B (1; 3; 2); C (1; -1; -1); D (4; 0; 3)

**Вариант 3** A (4; 1; 2); B (1; 0; 1); C (-1; 2; -1); D (3; 1; 0)

**Вариант 4** A (3; -2; 1); B (2; -1; 1); C (4; 0; 2); D (1; 1; -1)

**Вариант 5** A (-2; 2; 1); B (3; 0; 4); C (7; 1; 0); D (3; 0; 5)

**Вариант 6** A (1; -1; -1); B (2; 5; 7); C (-3; 1; -1); D (2; 2; 3)

**Вариант 7** A (-3; 1; 4); B (1; -2; -3); C (2; 2; 3); D (5; 3; 1)

**Вариант 8** A (2; -5; 1); B (4; 3; 5); C (-1; 0; 1); D (2; 1; 0)

**Вариант 9** A (-2; 2; 1); B (3; -1; 0); C (4; 4; 0); D (1; -1; 1)

**Вариант 10** A (4; 2; 5); B (0; 1; 3); C (-1; -1; 1); D (2; -2; 1)

**Тема 2.2 Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.**

***Расчетно-графическая работа.* Составление уравнений кривых второго порядка.**

**Цель***:* Научиться составлять уравнения кривых второго порядка и строить их.

**Самостоятельная работа:** решение расчетно-графической работы

**Форма контроля:** проверка расчетно-графической работы

*Порядок выполнения работы*

Перед выполнением работы, изучите теоретический материал, приведённый ниже, ознакомьтесь с решением типовых примеров.

***Кривые второго порядка***

***Кривой второго порядка*** называется линия, определяемая уравнением второй степени относительно текущих декартовых координат. В общем случае это уравнение имеет следующий вид:



При этом предполагается , что хотя бы один из коэффициентов А, В, С не равно нулю.

Любая линия второго порядка представляет собой либо окружность, либо эллипс, либо параболу, либо гиперболу. Другие случаи линий второго порядка называются вырожденными.

***1. Окружность***

Простейшей кривой второго порядка является окружность. ***Окружностью*** называют множество точек плоскости, равноудаленных от заданной точки О на одно и тоже расстояние R. Точка О - центр окружности, R­– радиус окружности. Пусть точка О в прямоугольной системе координат Оху имеет координаты , а  - произвольная точка окружности.

Тогда из условия  получаем уравнение



то есть  (1)

Уравнение (1) называется ***каноническим уравнением окружности.*** Это уравнение второй степени относительно *х* и *у*. Следовательно, окружность есть кривая второго порядка.

Пример 1.

Найти координаты центра и радиус окружности:

.

*Решение:*

Выделяя полные квадраты в левой части данного уравнения, приведем его к виду (1):

,

т.е. . Центр окружности находится в точке (2;-4), а радиус равен 6.

***2. Эллипс***

***Эллипсом*** называется множество точек на плоскости, сумма расстояний которых от двух данных точек плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная.

Обозначим фокусы через  и , расстояние между ними 2*с*, а постоянную величину, равную сумме расстояний от каждой точки эллипса до фокусов, через 2*а* (по условию 2*а*>2*c*).

***Каноническое уравнение эллипса***  (2)

Точки пересечения эллипса с осями координат называются вершинами эллипса. Из симметрии эллипса следует, что кроме вершин*B(0,b) и A(a,0)* Эллипс имеет ещё две вершины и . Отрезки  и соединяют противоположенные вершины эллипса, а так же длины *2а* и *2b* называются соответственно большой и малой осями эллипса. Числа *а* и *b*называются большой и малой полуосями эллипса.

Отношение фокального расстояния к длине большой оси называется эксцентриситетом эллипса и обозначается : (3)

Так как *с<a*, то <1 . Эксцентриситет характеризует форму эллипса.

Две прямые, перпендикулярные к *Ох* и расположенные на расстоянии от центра, называются директрисами эллипса:. (4)

Пример 2.

Дано уравнение эллипса . Найти:

* 1. длинны его полуосей;
  2. координаты фокусов;
  3. эксцентриситет эллипса;
  4. уравнения директрис и расстояние между ними;
  5. точки эллипса, расстояния от которых до левого фокуса F1 равно 12.

*Решение:*

Запишем уравнение эллипса в виде (2), разделив обе его части на 1176:

.

1. Отсюда .
2. Используя соотношение , . Следовательно, 
3. По формуле  находим: 
4. Уравнения директрис имеют вид ; расстояние между ними 
5. По формуле  находим абсциссу точек, расстояние от которых до точки  равно 12: подставляя значения х в уравнение эллипса, найдем ординаты этих точек : . Условию задачи удовлетворяет точка 

***3. Гипербола***

***Гиперболой*** называется множество всех точек плоскости, абсолютная величина разности расстояний каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная.

Расстояние между фокусами  и  обозначим 2с, а постоянную величину, равную модулю разности расстояний от каждой точки гиперболы до фокусов 2а (0<2а<2с).

 (5)

уравнение (5) называется ***каноническим уравнением гиперболы***.

Прямые

 и  (6)

Называется асимптотами гиперболы.

Отношение фокального расстояния к длине действительной оси называется эксцентриситетом гиперболы и обозначается : (7)

Директрисы гиперболы, как и директрисы эллипса, определяются уравнениями

. (8)

*Пример 3.*

Дано уравнение гиперболы . Найти:

1. Длины его полуосей;
2. Координаты фокусов;
3. Эксцентриситет гиперболы ;
4. Уравнение асимптот и директрис;
5. Фокальные радиусы точки 

*Решение:*

Разделив обе части уравнения на 20, приведем уравнение гиперболы к каноническому виду

 отсюда:

1. 
2. используя соотношение , находим . Отсюда 
3. По формуле  находим: 
4. Уравнения асимптот и директрис имеют вид ;
5. Точка М лежит на правой ветви гиперболы ,воспользуемся формулами 

***4. Парабола***

***Параболой*** называется множество всех точек плоскости, равноудалённых от данной точки *F*, называется фокусом, и данной прямой, называемой директрисой.

Обозначим расстояние от фокуса до директрисы *p*. Эта величина называется параметром параболы.

Уравнение директрисы имеет вид 

 (9)

Уравнение (9) называется ***каноническим уравнением параболы***.

Пример 4.

Дана парабола . Найти координаты ее фокуса, уравнение директрисы, длину фокального радиуса точки .

*Решение:*

Парабола задана каноническим уравнением, значит . Используя формулы ,находим , что ; уравнение директрисы имеет вид ; фокальный радиус точки М равен 

***Задания расчетно-графической работы:***

Перед выполнением типового расчета, прочитайте еще раз конспект и учебник

Вариант 1

Составить уравнение эллипса, проходящего через точки , определить координаты вершин, фокусов и построить его.

Вариант 2

Составить уравнение эллипса, зная что , определить координаты вершин, фокусов и построить его.

Вариант 3

Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ох, симметрично относительно начала координат, зная что: точки эллипса; определить координаты вершин, фокусов и построить его.

Вариант 4

Дана парабола . Найти координаты ее фокуса, уравнение директрисы и построить её.

Вариант 5

Привести к каноническому виду и построить кривую, заданную уравнением:

.

Вариант 6

Составить каноническое уравнение гиперболы, если: уравнения асимптот , определить координаты вершин, фокусов и построить её.

Вариант 7

Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ох, симметрично относительно начала координат, зная что точка  принадлежит эллипсу, ; определить координаты вершин, фокусов и построить его.

Вариант 8

Написать уравнение окружности, проходящей через точки А(-1;3) В(0;2), С(1;-1) и построить её.

Вариант 9

Составить уравнение эллипса, зная что: его большая полуось равна 10 и фокусы F1(-6;0), F2(10;0), найти эксцентриситет , координаты вершин и построить его.

Вариант 10

Найти уравнение окружности, если концы одного из ее диаметров находятся в точках  и построить её.

**Тема 3.1. Теория пределов. Непрерывность**

***Расчетно-графическая работа.* Исследование функции на непрерывность.**

**Цель***:* Отработать навыки вычисления пределов функций и исследования функции на непрерывность

**Самостоятельная работа:** решение расчетно-графической работы

**Форма контроля:** проверка расчетно-графической работы

*Порядок выполнения работы*

1. Перед выполнением работы, прочитайте еще раз конспект, ознакомьтесь с решением типовых примеров.
2. Ответьте письменно на контрольные вопросы.
3. Выполните задания расчётной работы. Оформите решение письменно в тетради.

*Контрольные вопросы:*

1. Дайте определение предела последовательности и предела функции;

2. Перечислите основные свойства пределов;

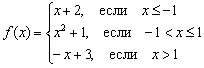
3. Дайте определение бесконечно большой и бесконечно малой функции;

4. Запишите формулы первого и второго замечательных пределов;

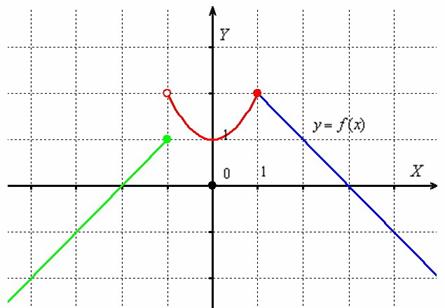
5. Приведите определение непрерывной функции;

6. Классифицируйте точки разрыва.

# *Решение типовых примеров*

**Пример 1**.Исследовать функцию на непрерывность и построить график функции .

**Решение**: очевидно, что все три части функции непрерывны на соответствующих интервалах, поэтому осталось проверить только две точки «стыка» между кусками. Единственное, необходимо аккуратно проследить за нашими особенными точками: в силу неравенства значение принадлежит прямой , и в силу неравенства значение принадлежит параболе



**I)** Исследуем на непрерывность точку .

1) http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image022_0002.gif – функция определена в данной точке.

2) Найдём односторонние пределы:

http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image024_0000.gif

Односторонние пределы конечны и различны, значит, функция терпит разрыв 1-го рода со скачком в точке http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image020_0001.gif.

Вычислим скачок разрыва как разность правого и левого пределов:http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image029.gif, то есть, график рванул на одну единицу вверх.

**II)** Исследуем на непрерывность точку http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image031.gif

1) http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image033.gif – функция определена в данной точке.

2) Найдём односторонние пределы:

http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image035.gif

http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image037.gif– односторонние пределы конечны и равны, значит, существует общий предел.

3) http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image039.gif – предел функции в точке равен значению данной функции в данной точке.

Таким образом, функция http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image041.gif непрерывна в точке http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image031_0000.gif по определению непрерывности функции в точке.

**Ответ**: функция непрерывна на всей числовой прямой, кроме точки http://www.mathprofi.ru/i/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva_clip_image020_0002.gif, в которой она терпит разрыв первого рода со скачком.

***Задания расчетно-графической работы:***

Исследовать функцию на непрерывность и построить схематичный график.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |
| 6 |  |
| 7 |  |
| 8 |  |
| 9 |  |
| 10 |  |

## 

## Тема 3.2. Дифференциальное исчисление.

***Расчетно-графическая работа.* Исследование функции и построение графика функции.**

**Цель***:* Закрепить навыки вычисления производных и уметь применять производную для вычисления пределов и для исследования функции.

**Самостоятельная работа:** решение расчетно-графической работы.

**Форма контроля:** проверка расчетно-графической работы

*Теоретические сведения:*

**Алгоритм нахождения экстремумов функции.**

1.Найти область определения функции.

2.Найти , а затем решив уравнение найти критические точки (то есть точки из в которых производная равна нулю или не существует).

3.Затем исследовать знаки производной и поведение функции y(x) методом интервалов. Если на некотором интервале, то возрастает на этом интервале, если на некотором интервале, то убывает на этом интервале.

4. Затем найти точки минимума и максимума функции, исходя из правила:

если в критической точке x0 меняет знак с "+" на "-" , то точка x0 - точка максимума;

если с "-" на "+", то x0 - точка минимума;

если производная знак не меняет в критической точке x0, то x0 не будет точкой экстремума.

Чтобы найти экстремумы функции нужно подставить значение x0 в заданную функцию вместо x и найти y.

**Пример 1**. Исследовать на экстремумы функции

1)

*Найдем критические точки из уравнения*

*; ; отсюда а,*

*Имеем две критические точки 0 и 8.*

*3) Исследуем знаки производной и поведение функции методом интервалов.*

*y'=*

*y' + - +*

*y 0 8*

*т. max т.min*

*ymax =y(0)=0*

*уmin*

**Алгоритм нахождения выпуклости, вогнутости и точек перегиба функции y=f(x)**

1. Найти функции.

2.Найти

3.Найти критические точки функции по второй производной.

4.Исследовать знак второй производной в промежутках, на которых найденные критические точки делят область определения функции.

5. Если на некотором промежутке, то функция выпукла на этом промежутке, если на некотором промежутке, то функция y=f(x) вогнута на этом промежутке.

Если в точке X0 - критической точке функции по второй производной меняет знак, то X0 - точка перегиба функции.

**Пример 2.** Найти точки перегиба кривой f(x)=x+

1.

2.

; ; - Критическая точка по

y'' - +

y выпукла 0 вогнута

т.перегиба

y(0)=0+0-2=-2;

(0;-2) координаты точки перегиба функции.

**Асимптоты графика функции**

## Исследование функции на асимптоты.

1. Найдите точку х0, в которой функция неопределенна и вычислите правосторонний и левосторонний предел функции в этой точке

Если , то ***прямая х=х0 является вертикальной асимптотой.***

2. Вычислите или и 

Если , то ***прямаяy=b является горизонтальной асимптотой.***

Если , то ***прямая y=bл левосторонней асимптотой.***

Если , то ***прямая y=bп правосторонняя асимптотой.***

3. Вычислите  и 

4. Если  и,

то ***прямая y=kx+b является наклонной асимптотой.***

# *Общая схема исследования функций*

1. Найти область определения.
2. Исследовать функцию на четность (нечетность) и периодичность.
3. Исследовать характер точек разрыва функции и поведение функции в бесконечности
4. Исследовать функцию на асимптоты
   1. вертикальные;
   2. горизонтальные;
   3. наклонные.
5. Исследовать функцию на монотонность и экстремумы.
6. Исследовать функцию на выпуклость и точки перегиба.
7. Найти точки пересечения с осями координат.
8. Построить график функции.

**Решение типовых примеров.**

Исследовать функцию и построить график.

**Пример 2** 

**1)** Найдем область определения функции D(*х*) =

**2)** Исследовать функцию на четность, нечетность и периодичность

*f* (−*x*) = (−*x*)3 − 2(−*x*)2 +(−*x*) = −*x*3 − 2*x*2 +*x* = −(*x*3 + 2*x*2 +*x*)

*f*(−*x*) ≠*f*(*x*) и *f*(−*x*) ≠−*f*(*x*) ⇒ функция не является ни четной ни нечетной. Функция не является периодической.

**3)** Исследуем характер точек разрыва функции и поведение функции в бесконечности.

Так как функция определена на всей числовой прямой, то она всюду непрерывна и нет точек разрыва функции



**4)** Найдем асимптоты

а) Вертикальные

Так как нет точек бесконечного разрыва функции, то и нет вертикальных асимптот.

б) Невертикальные асимптоты ищем в виде *у* = *кх+ b*

Для правой ветви графика функции

⇒ нет наклонной асимптоты для правой ветви

Для левой ветви графика функции

⇒ нет наклонной асимптоты для левой ветви

**5)** Найдем экстремумы и интервалы монотонности функции

Найдем *у′* = (*х*3− 2*х*2+ *х*)′ = 3*х*3−4*х*2 + 1

Найдем корни уравнения *у′* = 0

3*х*3−4*х*2 + 1 = 0

D =10 − 12 = 4



*f ’ +* − *+ х*

*f*  1





**6)** Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции и точки перегиба.

Для этого вычислим 

Решим уравнение

 **\_\_** +



*f*

*f′′*

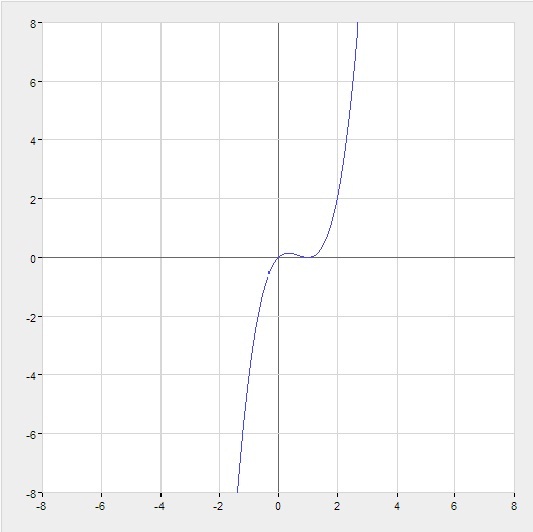


**7)** Найдем точки пересечения с осями координат

С осью О*у*: *х* =0 



**8)** Построим график функции по результатам исследования, используя все найденные точки

****

**Пример 3**

**1)** Область определения

Т.к. 

х = 1 − точка, в которой функция не определена⇒ х =1 − точка разрыва⇒

⇒D (х) = (−∞; 1)∪(1; +∞)

**2)** Исследуем функцию на четность (нечетность), периодичность



*f*(−*x*) ≠*f*(*x*)и *f* (−*x*) ≠−*f*(*x*) ⇒ функция не является ни четной ни нечетной

**3)** Исследуем характер точек разрыва и поведение функции в бесконечности.

Так как *х* = 1 − точка разрыва функции, то найдем

⇒ т. *х* = 1 − точка разрыва функции II−го рода

Исследуем поведение функции при .



**4)** Найдем асимптоты графика функции

а) вертикальные

Так как *х* = 1 −точка бесконечного разрыва функции, то *х* = 1 − уравнение вертикальной асимптоты

b) Невертикальные асимптоты ищем в виде *у* = *кх* + b





Таким образом, уравнение наклонной асимптоты *у* = *х* + 1

**5)** Найдем интервалы монотонности и экстремумы



c)

xmin

xmax

*f′ + −− +*

1+

*f*

1

1-

**



**6)** Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции и точки перегиба



b)  не обращается в нуль ни при каких значениях *х*

(*х*− 1)3 ≠ 0 *f′ ′*− +

*х*≠ 1 *f*

1

(−∞; 1): 

(1; +∞): 

Точек перегиба нет.

**7)** Точки пересечения с осями координат

С осью О*х*: *у* = 0;  решений нет ⇒

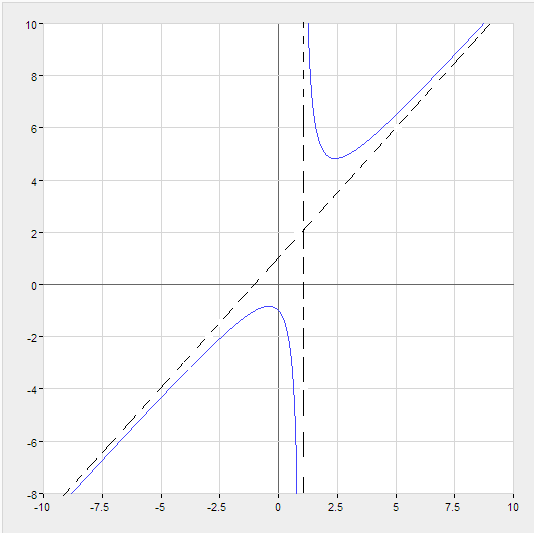
⇒ нет точек пересечения с осью О*х*.

С осью О*у*: *х*= 0; точка (0; −1)

**8)** Построим график функции, используя все найденные точки и зная, что

*х* = 1 − вертикальная асимптота,

*у* =*х* +1 −наклонная асимптота.



***Задания расчетной работы:***

1) Исследовать функцию на экстремум.

2) Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость, точки перегиба.

|  |  |
| --- | --- |
| **Вариант 1**  1)  2) | **Вариант 2** |
| **Вариант 3**  1)  2) | **Вариант 4** |

3). а) Исследовать функцию и построить ее график.

b) Исследовать функцию на асимптоты.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |

**Реферат:**

Подготовить реферат по теме: «Применение производной в различных областях науки и техники», используя ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

**Тема 3.3 Интегральное исчисление.**

***Расчетно-графическая работа.* Вычисление площадей плоских фигур.**

**Цель:** Закрепить навыки вычисления определенных интегралов и научиться вычислять площади плоских фигур**.**

**Самостоятельная работа:** выполнение расчетно-графической работы.

**Форма контроля:** проверка расчетно-графической работы

Порядок выполнения работы

Выполните расчетную работу, предварительно изучив, рассмотренные ниже задачи. Оформите решение письменно в тетради.

*Теоретические сведения*

**Геометрический смысл определенного интеграла**

Геометрический смысл определенного интеграла заключается в том, что определенный интеграл равен площади криволинейной трапеции, ограниченной непрерывной кривой двумя прямыми  и и отрезком оси абсцисс















*y*

S



Если 

на отрезке [a,b]















*y*

S



Если 

на отрезке [a,b]

Площадь фигуры, ограниченной двумя непрерывными кривыми и и двумя прямыми  и , где на отрезке  находится по формуле



S















*y*



##### Решение типовых примеров

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями , 

**1.** Найдем вершины парабол для данных функций по формуле 





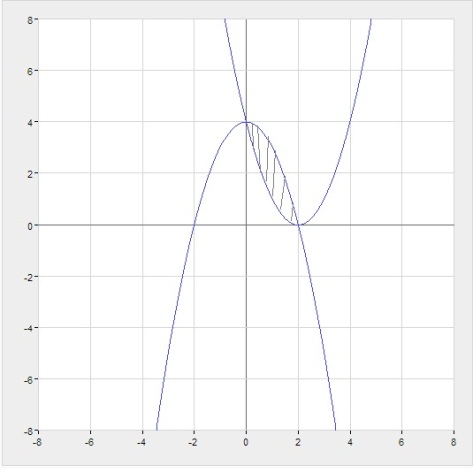


Точка (2;0) − вершина параболы Точка (0;4) − вершина параболы

**2**. Найдем точки пересечения парабол. Для этого приравняем данные функции решим получившееся уравнение



Точки (0;4) и (2;0) − точки пересечения парабол. Построим графики данных функции по найденным точкам, определив таким образом криволинейную трапецию.



Найдем площадь заштрихованной фигуры по формуле:





Ответ: 

**Задания расчетно-графической работы:**

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями.

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | 1) y = ; y = 2; x = 4 2) y = 3 – 2x – x2; y = 1 - x |
| **2** | 1) y = ; y = 2; x = 0 2) y = -x2 – 4x – 5; y = 2 - 2x |
| **3** | 1) y = ; y = -2; x = -2 2) y = -x2 + 4; y = - |
| **4** | 1) y = 3x; y = 3; x = 0 2) y = 4x - x2; y = 4 – x |
| **5** | 1) y = ; y = 2; x = 4 2) y = 3 - 2x - x2; y = 1 – x |
| **6** | 1) y = ; y = 2; x = 0 2) y = -x2 – 4x + 5; y = 2 – 2x |
| **7** | 1) y = ; y = -2; x = -2 2) y = -x2 + 4; y = |
| **8** | 1) y = 3x; y = 3; x = 0 2) y = 4x - x2; y = 4 – x |
| **9** | 1) y = ; y = 2; x = 4 2) y = 3 - 2x - x2; y = 1 – x |
| **10** | 1) y = ; y = 2; x = 0 2) y = -x2 – 4x + 5; y = 2 – 2x |

**Реферат:**

Подготовить реферат по теме: «Применение определённого интеграла в различных областях науки и техники», используя ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

**Тема 4.1. Элементы теории вероятностей и математической статистики.**

***Расчетная работа.* Решение задач на вычисление вероятностей элементарных событий.**

**Цель**:получить навыки по вычислению вероятности случайных событий.

**Самостоятельная работа:** выполнение расчетной работы.

**Форма контроля:** проверка расчетной работы.

*Теоретические сведения:*

**Сумма вероятностей двух противоположных событий равна 1**



**Задача 1.** Вероятность дождя равна 0,3. Найти вероятность того, что дождя не будет? Что более вероятно: дождь или не дождь

**Решение:** А= «будет дождь» р(А)=0,3

= «не будет дождя» р()=?



0,3+ р()=1

р()=1-0,3=0,7 – вероятность того, что дождя не будет

Т.к. 0,7>0,3, то вероятнее, что дождя не будет

***Теорема сложения для несовместимых событий.***Если А и В два несовместимых события (т.е. никогда не происходят вместе), то вероятность, что произойдет хотя бы одно из них равна сумме вероятностей.

А+В – произошло хотя бы одно из двух событий А или В

**Задача 2.** Вероятность сдать экзамен на 4 – 0,5. Вероятность сдать экзамен на 5 – 0,3. Найти вероятность, что студент сдасть экзамен или на 4, или на 5.

**Решение:** А= «сдать на 4» р(А)=0,5

В= «сдать на 5» р(В)=0,3

А+В= «сдать на 4 или на 5»

А и В – несовместимые

***Теорема умножения.*** Если А и В два независимых события (т.е. одно никак не влияет на другое), то вероятность того, что события произойдут одновременно, равна произведению вероятностей.

А·В – события произошли одновременно

**Задача 3.** У трех человек спросили, в какое время года они родились. Найти вероятность, что все три родились летом

**Решение:** А= «1-й родился летом» р(А)=

А·В·С – три человека одновременно родились летом

р(А·В·С)=р(А) ·р(В) ·р(С)

р(А·В·С)= ··=

В= «2-й родился летом» р(В)= 

С= «3-й родился летом» р(С)= 

***Теорема сложения для произвольных событий****.* Если А и В два произвольных события, то вероятность, что произойдет хотя бы одно из них вычисляется по формуле:

А+В – произошло хотя бы одно из двух событий А или В

**Задача 4.** Есть две колоды карт и два игрока. Из первой колоды достают одну карту первому игроку, а из второй колоды – второму игроку. Найти вероятность, что кому-то дадут даму.

**Решение:** А= «1-у игроку дали даму» р(А)= =

В= «2-у игроку дали даму» р(В)= =

А+В= «даму дали 1-у или 2-у игроку» - хотя бы одному дали даму

р(А+В)=р(А) + р(В) - р(А)·р(В)= =0,5 + 0,3 – 0,5·0,3 = 0,8 – 0,15 = 0,65

***Задача 5***. Человек последовательно делает три выстрела по мишени. Вероятность попадание равна 0,8. Найти вероятность того, что все три раза человек промахнулся.

Решение: А= «человек попал в мишень» р(А)=0,8

= «человек промахнулся» р()=1-р(А)=1-0,8=0,2

·· - человек одновременно промахнулся

По теореме умножения: р(··)=р()·р()·р()=0,2·0,2·0,2=0,008

**Задача 6.** В корзине 6 красных и 8 зеленых шара. Человек последовательно достает два шара. Найти вероятность, что первый шар будет красным, а второй - зеленым.

Решение:

А= «1-й шар красный» р(А)= - в корзине 6 из 14 шаров - красные

В= «2-й шар зеленый» р(В)= - в корзине 8 из оставшихся 13 шаров - зеленые

А·В – события произошли одновременно

По теореме умножения вероятности необходимо перемножить:

**Задания расчетной работы:**

**Вариант 1**

***Задача 1.*** Вероятность сдать зачет равна 0,6. Найти вероятность того, что студент зачет не сдаст? Что более вероятно: сдать зачет или его не сдать.

***Задача 2.*** Вероятность снега – 0,2. Вероятность дождя – 0,3. Найти вероятность того, что будет снег или дождь.

***Задача 3.*** У трех человек спросили, в какой день недели они родились. Найти вероятность, что все три родились в понедельник.

***Задача 4.*** Есть две колоды карт и два игрока. Из первой колоды достают одну карту первому игроку, а из второй колоды – второму игроку. Найти вероятность, что кому-то дадут красную масть.

***Задача 5***. Человек дважды делает одно и тоже упражнение. Вероятность допустить ошибку равна 0,3. Найти вероятность того, что человек не допустит ошибок.

***Задача 6***. Человек последовательно достает из колоды две карты. Найти вероятность, что первая карта будет дамой, а вторая карта - королем.

**Вариант 2**

***Задача 1.*** Вероятность допустить ошибку равна 0,2. Найти вероятность того, что человек не допустит ошибку? Что более вероятно: допустить ошибку или не допустить ошибку.

***Задача 2.*** Вероятность занять в соревновании 1 место – 0,7, а второе место – 0,1. Найти вероятность, что спортсмен займет первое или второе место.

***Задача 3.*** Каждый из трех человек выбрал наугад один из семи цветов радуги. Найти вероятность, что первый выбрал красный, второй – желтый, а третий человек – синий цвет.

***Задача 4.*** Есть две колоды карт и два игрока. Из первой колоды достают одну карту первому игроку, а из второй колоды – второму игроку. Найти вероятность, что кому-то дадут бубновую карту.

***Задача 5***. Вероятность снега равна 0,4. Найти вероятность, что в течение трех дней не будет снега.

***Задача 6***. Студент из 20 вопросов выучил 13 вопросов. На зачет студенту последовательно задают два вопроса. Найти вероятность того, что студент ответит на первый и на второй вопрос.

**Вариант 3**

***Задача 1.*** Вероятность попасть в мишень равна 0,9. Найти вероятность того, что человек не попадет в мишень? Что более вероятно: попасть или не попасть в мишень?

***Задача 2.*** Вероятность допустить одну ошибку в контрольной работе равна 0,4. Вероятность допустить две ошибки равна 0,3. Найти вероятность того, что студент допустит одну или две ошибки.

***Задача 3.*** Каждый из трех человек выбрал себе по одной из семи нот. Найти вероятность того, что все первый и второй выбрали ноту ДО, а третий человек выбрал ноту ЛЯ.

***Задача 4.*** Есть две колоды карт и два игрока. Из первой колоды достают одну карту первому игроку, а из второй колоды – второму игроку. Найти вероятность, что кому-то дадут короля.

***Задача 5***. Вероятность сдать зачет равна 0,7. Найти вероятность, что студент три раза сдавал зачет и все три раза его не смог сдать.

***Задача 6***. В корзине 6 красных и 8 зеленых шара. Человек последовательно достает три шара. Найти вероятность, что первый шар будет красным, а второй и третий зелеными.

**Вариант 4**

***Задача 1.*** Вероятность поломки машины равна 0,1. Найти вероятность того, что машина не сломается? Что более вероятно: машина сломается или не сломается?

***Задача 2.*** Вероятность сдать экзамен на 3 – 0,7. Вероятность сдать экзамен на 4 – 0,2. Найти вероятность, что студент сдать экзамен или на 3, или на 4.

***Задача 3.*** У трех человек спросили, в какой месяц они родились. Найти вероятность, что все три человека родились в марте.

***Задача 4.*** Есть две колоды карт и два игрока. Из первой колоды достают одну карту первому игроку, а из второй колоды – второму игроку. Найти вероятность, что кому-то дадут даму черной масти.

***Задача 5***. Для студента Иванова вероятность сдать зачет равна 0,5. Для студента Петрова вероятность сдать зачет равна 0,8. Для студента Сидорова вероятность сдать зачет равна 0,3. Найти вероятность того, что все трое не сдадут зачет.

***Задача 6***. В корзине 6 красных, 8 зеленых и 7 черных шара. Человек последовательно достает два шара. Найти вероятность, что первый шар будет красным, а второй черным.

**Вариант 5**

***Задача 1.*** Вероятность сдать зачет равна 0,4. Найти вероятность того, что студент зачет не сдаст? Что более вероятно: сдать зачет или его не сдать.

***Задача 2.*** Вероятность снега –0,5. Вероятность дождя – 0,3. Найти вероятность того, что будет снег или дождь.

***Задача 3.*** У двух человек спросили, в какой день недели они родились. Найти вероятность, что все три родились в понедельник.

***Задача 4.*** Есть две колоды карт и два игрока. Из первой колоды достают одну карту первому игроку, а из второй колоды – второму игроку. Найти вероятность, что кому-то дадут черную масть.

***Задача 5***. Человек дважды делает одно и тоже упражнение. Вероятность допустить ошибку равна 0,7. Найти вероятность того, что человек не допустит ошибок.

***Задача 6***. Человек последовательно достает из колоды три карты. Найти вероятность, что первая карта будет вольтом, вторая карта – тузом, а третья карта - дамой.

**Вариант 6**

***Задача 1.*** Вероятность допустить ошибку равна 0,8. Найти вероятность того, что человек не допустит ошибку? Что более вероятно: допустить ошибку или не допустить ошибку.

***Задача 2.*** Вероятность занять в соревновании 1 место – 0,6, а второе место – 0,2. Найти вероятность, что спортсмен займет первое или второе место.

***Задача 3.*** Каждый из трех человек выбрал наугад один из семи цветов радуги. Найти вероятность, что все втроем они выбрали красный цвет.

***Задача 4.*** Есть две колоды карт и два игрока. Из первой колоды достают одну карту первому игроку, а из второй колоды – второму игроку. Найти вероятность, что кому-то дадут короля.

***Задача 5***. Вероятность снега равна 0,7. Найти вероятность, что в течение двух дней не будет снега.

***Задача 6***. Студент из 20 вопросов выучил 13 вопросов. На зачете студенту последовательно задают три вопроса. Найти вероятность того, что студент ответит на все вопросы.

**Тема 5.1 Комплексные числа.**

***Расчетная работа.* Выполнение операций над комплексными числами.**

**Цель:** Научиться выполнять операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.

**Самостоятельная работа:** выполнение расчетной работы.

**Форма контроля:** проверка расчетной работы.

*Теоретические сведения:*

*Комплексным числом* называется выражение вида*z* = *x* + *iy*,

где *х*, *у –* действительные числа, а *i – мнимая единица*, т.е. число, для которого выполнено равенство .

Если *х* = 0, то комплексное число *z* = 0 + *iy* называется *чисто мнимым*.

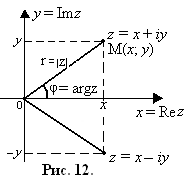
Если *у* = 0, то комплексное число *z* = *x* + *i*0 *= х*  является действительным, в частности, если *х* = *у* = 0, то *z* = 0.

**Пример.** Решим уравнение: *х*2 + 9 = 0.

.

Следовательно, уравнение имеет 2 корня: .

На координатной плоскости *Оху* комплексное число *z* = *x* + *iy*можно изобразить точкой *М*(*х*; *у*) или радиус-вектором этой точки  (рис. 12), где *х* = Re*z– действительная часть числа z*, *у =* Im*z – мнимая часть числа*.



Число  называется *сопряженным* комплексному числу . Геометрически точки *z* и  симметричны относительно оси *Ох*

*Модулем комплексного числа* называется действительное неотрицательное число . Геометрически модуль комплексного числа *–* это модуль вектора 

Комплексное число можно задать либо парой действительных чисел (декартовы координаты точки (*х*; *у*)), либо его модулем и величиной угла *φ* между вектором  и положительным направлением оси *Ох* (полярные координаты точки (*r*; *φ*)). Величина угла *φ* называется *аргументом* комплексного числа.

Аргумент комплексного числа определен неоднозначно, а с точностью до слагаемого . Значение аргумента, заключенное в промежутке , называется *главным значением аргумента* и обозначается arg*z*, тогда можно записать:

Для комплексного числа *z* = 0 аргумент не определен, его модуль *r* = 0.

Запись комплексного числа в виде *z* = *x* + *iy* называют *алгебраической формой* комплексного числа.

Если использовать формулы связи между декартовыми и полярными координатами , то можно записать *тригонометрическую форму* комплексного числа:,где , , .

Для определения главного значения аргумента можно использовать формулы:



**Пример.** Получим тригонометрическую форму комплексного числа *z* = *–*2*–*2*i*,

используя формулы (13) и (14).

,

,

следовательно, тригонометрическая форма комплексного числа *z*для имеет вид:

.

**Действия над комплексными числами**

Равенство двух комплексных чисел *z*1= *x*1 + *iy*1 и *z*2 = *x*2 + *iy*2 означает равенство их действительных и мнимых частей: .

Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме определяются следующим образом. Если *z*1= *x*1 + *iy*1,

*z*2 = *x*2 + *iy*2, то

1) *z*1 + *z*2 = (*x*1 + *x*2) + *i*(*y*1 + *y*2);

2) *z*1 *–z*2 = (*x*1*–x*2) + *i*(*y*1*– y*2);

3) *z*1*z*2 = (*x*1*x*2 *– y*1*y*2) + *i*(*x*1*y*2 *+ х*2*y*1);

4) .

**Пример.** Даны числа *z*1= 4 *– i* и *z*2 = 1 + 3*i*. Вычислить .

Найдем , затем выполняем деление при помощи домножения числителя и знаменателя на число, сопряженное знаменателю:



(при вычислениях учтено, что ).

Умножение, деление, возведение в натуральную степень и извлечение корня из комплексных чисел в тригонометрической форме определяются следующим образом:

если , , то

1) ;

2) ;

если , , то

3) ;

4) .

В ответ записываются главные значения аргумента полученного результата, заключенные в промежутке .

**Задания расчетной работы:**

Даны уравнение, комплексное число  и натуральное число *n*.

Требуется:

1. найти корни уравнения *z*1, *z*2  на множестве комплексных чисел;
2. найти комплексное число  в алгебраической форме;
3. получить тригонометрическую форму числа  и вычислить с ее помощью . Ответ записать в тригонометрической и в алгебраической формах.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № варианта | Уравнение |  | *n* |
| 1 |  |  | 6 |
| 2 |  |  | 10 |
| 3 |  |  | 12 |
| 4 |  |  | 6 |
| 5 |  |  | 8 |
| 6 |  |  | 6 |
| 7 |  |  | 8 |
| 8 |  |  | 18 |
| 9 |  |  | 8 |
| 10 |  |  | 6 |

**Список литературы**

*Основные источники:*

Пехлецкий И.Д. Математика 2017 ОИЦ «Академия».

*Дополнительные источники:*

Григорьев В.П., Сабурова Т.Н., Сборник задач по высшей математике, ОИЦ «Академия» 2017.

*Интернет - ресурсы*

* Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM Режим доступа: http://www.znanium.com/
* Электронно-библиотечная система "ЮРАЙТ" Режим доступа http://www. biblio-online. ru
* Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Режим доступа: http://window.edu.ru/
* Информационные, тренировочные и контрольные материалы. Режим доступа: http:// www. fcior. edu. ru.
* Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов. Режим доступа: http:// www. school-collection. edu. ru.

***Приложение 1.***

**Требования к созданию презентации**

***Создание материалов-презентаций***– это вид самостоятельной работы студентов по созданию наглядных информационных пособий, выполненных с помощью мультимедийной компьютерной программы PowerPoint (см. Приложение).

Материалы-презентации готовятся студентом в виде слайдов с использованием программы Microsoft PowerPoint. В качестве материалов-презентаций могут быть представлены результаты любого вида внеаудиторной самостоятельной работы, по формату соответствующие режиму презентаций.

***Структура презентации:***

**титульный слайд** (дисциплина, тема, ФИО студента, специальность, номер группы)

**содержание**, где представлены основные этапы (моменты) презентации. Желательно, чтобы из содержания по гиперссылке можно перейти на необходимую страницу и вернуться вновь на содержание.

**основная часть** - от 15 слайдов (текстовый материал по теме + графическое сопровождение)

**заключение** - 1 слайд (выводы по теме)

**список литературы** - содержит не менее 2 – 5 источников

Приветствуются**:** музыкальное сопровождение, мультипликация, видео, анимация.

***При создании презентации рекомендуется:***

соблюдать единый стиль оформления;

* для фона выбирайте холодные тона (синий, зеленый);
* на одном слайде использовать не более 3 цветов;
* анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде;
* при представлении информации используйте короткие слова и предложения;
* надписи располагайте под картинками;
* шрифты: для заголовков не менее 24,для информации не менее 18;
* для выделения информации используйте рамки, заливку;
* не перегружайте слайд большим объемом информации;
* ключевые факты отображайте по одному на каждом слайде;
* для обеспечения разнообразия используйте различные виды слайдов.

***Приложение 2.***

**ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА**

Текст работы печатается на одной стороне листа (формата А4), через 1,5 интервала, шрифт Times New Roman, кегль – 14 (для заголовков – кегль – 16,печатается симетрично тексту), страницы пронумеровываются. Текст не обходимо печатать, соблюдая следующие параметры:

Верхнее и нижнее поле страницы –2 см, левое – 2,5 см., правое – 1,5 см.

Нумерацию страниц разделов, глав, пунктов, параграфов, таблиц, рисунков, надо подавать арабскими цифрами без знака №..

Первой страницей есть титульный лист. Он входит в общее количество страниц. На титульном листе номер страницы не ставят. На следуюющих страницах номер ставят в верхнем углу страницы без точки.

При изложении материала нужно четко выделять отдельные части (абзацы), главы и параграфы начинать с новой страницы, следует избегать сокращения слов.

Объем реферата 10-15 страниц.