Министерство образования и науки Челябинской области

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

**«Южно-Уральский государственный технический колледж»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Математика»**

для студентов специальности

22.02.06 Сварочное производство

Челябинск, 2020

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Методические рекомендации составлены в соответствии с программой учебной дисциплины «Математика» | ОДОБРЕНО  Предметной (цикловой)  Комиссией ЕМД  протокол №  «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_2020 г.  Председатель ПЦК  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Макаренко О.И / | УТВЕРЖДАЮ  Зам. директора по НМР  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Т.Ю. Крашакова  «\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2020 г. |

**Автор:** Макаренко О.И, преподаватель Южно-Уральского государственного технического колледжа

# ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению практических работ по учебной дисциплине «Математика» предназначены для обучающихся по специальности **22.02.06 Сварочное производство.**

Практические занятия являются важным элементом учебной дисциплины. В процессе выполнения практических работ, обучающиеся систематизируют и закрепляют полученные теоретические знания, развивают интеллектуальные и профессиональные умения, формируют элементы компетенций будущих специалистов.

Методические рекомендации предназначены для организации выполнения практических работ по учебной дисциплине «Математика».

Программой учебной дисциплины «Математика» предусмотрено выполнение 16 практических работ, направленных **на формирование *элементов следующих компетенций*:**

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

***умений*:**

* анализировать сложные функции и строить их графики;
* выполнять действия над комплексными числами;
* вычислять значения геометрических величин;
* производить операции над матрицами и определителями;
* решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
* решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;
* решать системы линейных уравнений различными методами

**обобщение, систематизацию, углубление и закрепление *знаний*:**

* основные математические методы решения прикладных задач;
* основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теорию комплексных чисел, теории вероятности и математической статистики;
* основы дифференциального и интегрального исчисления;
* роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.

В методических указаниях к выполнению практических работ содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждая практическая работа включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий.

**Ход выполнения практической работы**

Практические работы необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

*Ход работы:*

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

**Критерии оценивания практических работ**

Оценка «5» ставится, если верно и рационально решено 90%-100% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

Оценка «4» ставится при безошибочном решении 80% предлагаемых заданий.

Оценка «3» ставится, если выполнено 70% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет.

Оценка «2» - решено мене 70% предлагаемых заданий.

**Перечень практических работ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ работы** | **Наименование практических работ** | **Кол-во**  **часов** |
|  | Вычисление определителей второго и третьего порядка. | 2 |
|  | Нахождение обратной матрицы | 2 |
|  | Решение систем линейных уравнений матричным методом | 2 |
|  | Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера. | 2 |
|  | Решения систем линейных уравнений методом Гаусса | 2 |
|  | Составление уравнений прямой и плоскости | 2 |
|  | Вычисление пределов. | 2 |
|  | Вычисление производных сложных функций | 2 |
|  | Построение графика функции | 2 |
|  | Нахождение неопределенных интегралов | 2 |
|  | Применение определенного интеграла к решению геометрических задач. | 2 |
|  | Вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики | 2 |
|  | Вычисление вероятности событий | 2 |
|  | Вычисление числовых характеристик ДСВ | 2 |
|  | Действия над комплексными числами в алгебраической форме | 2 |
|  | Действия над комплексными числами в тригонометрической форме | 2 |
| Всего | | 32 |

**Практическая работа № 1**

***Вычисление определителей второго и третьего порядков.***

**Цель работы:**

1. Закрепить навыки вычисления определителей 2 и 3 порядков.

**Знания**:

1. Понятие определителя, его свойств и правила вычисления определителей;
2. Понятие алгебраического дополнения и минора.

**Умения:**

1. Вычислять определители различных порядков.

**Содержание работы:**

1. Определитель второго порядка вычисляется по формуле: 

*Пример 1.*



2. Определитель третьего порядка вычисляется по формуле «треугольников»: 

*Пример 2.*



**Задания для практической работы**

*Вычислить определители:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант № 1 | Вариант № 2 | Вариант № 3 |
| 1. | 1. | 1. |
| 2. | 2. | 2. |

**Практическая работа № 2**

***Нахождение обратной матрицы.***

**Цель работы:**

На конкретных примерах научиться вычислять обратную матрицу.

**Знания**:

1. Определения матрицы и операций над матрицами.

2. Понятие определителя матрицы.

3. Понятие обратной матрицы.

**Умения:**

1. Вычисление определителя матрицы.

2. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.

**Содержание работы:**

**Теоретические сведения к практической работе**

**Матрицей размером n×m** называется прямоугольная таблица, составленная из n m чисел и имеющая n строк и m столбцов. Числа αij, составляющие матрицу, называются элементами матрицы

*А*=*(αij)=* 

***Алгоритм вычисления обратной матрицы:***

1. Вычисляем определитель матрицы (если определитель равен нулю, то обратной матрицы не существует).
2. Находим все алгебраические дополнения матрицы.
3. Записываем обратную матрицу по формуле: 

***Пример*** *:* Для матрицы вычислим обратную:











**Задания для практической работы.**

***Задание 1.*** Найти обратную матрицу и сделать проверку:

1.  **2)** 

***Задание 2.*** Решить неравенство:

***Задание 3.*** Решить уравнение:

**Практическая работа № 3**

***Решение систем линейных уравнений матричным методом.***

**Цель работы:**

1. Научиться решать системы линейных уравнений матричным методом.

**Знания**:

1. Понятие системы линейных уравнений.
2. Матричный метод решения систем линейных уравнений.

**Умения:**

1. Решение систем линейных уравнений матричным методом.

**Содержание работы:**

Системой из трёх линейных уравнений с тремя неизвестными называется система вида: (1)

Запишем систему (I) в матричном виде , тогда решение ищем в виде:  (при условии, что матрица А- невырожденная, т.е. ).

**Пример:** Решить систему с помощью обратной матрицы

.

Обозначим 



Найдем матрицу 

, , ,

,  , ,

, , ,

, тогда 

*Ответ: (1; 0; -1)*

**Задания для практической работы.**

Решить системы линейных уравнений матричным методом.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 

10) 

**Практическая работа № 4**

***Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.***

**Цель работы:**

1. Научиться решать системы линейных уравнений методом Крамера.

**Знания**:

1. Понятие системы линейных уравнений.
2. Метод Крамера для решения систем линейных уравнений.

**Умения:**

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

**Содержание работы:**

Системой из трёх линейных уравнений с тремя неизвестными называется система вида: (1)

Формулы Крамера для решения системы линейных уравнений:



где , 

**Пример:** Решить систему методом Крамера

Вычисляем определители системы:

,

,

,

.

Чтобы получить определитель , мы заменили в определителе первый столбец на столбец из свободных членов; заменяя в определителе  2-ой столбец на столбец из свободных членов, получаем ; аналогичным образом, заменяя в определителе  3-ий столбец на столбец из свободных членов, получаем . Решение системы:

.

*Ответ: (1; 0; -1)*

**Задания для практической работы.**

Решить системы линейных уравнений методом Крамера:

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 

10) 

**Практическая работа № 5**

***Решения систем линейных уравнений методом Гаусса.***

**Цель работы:**

1. Научиться решать системы линейных уравнений методом Гаусса.

**Знания**:

1. Понятие системы линейных уравнений.

2. Метод Гаусса.

**Умения:**

1. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

**Содержание работы:**

Системой из трёх линейных уравнений с тремя неизвестными называется система вида: (1)

Процесс решения системы линейных алгебраических уравнений по методу Гаусса состоит из двух этапов.

*Первый этап* (прямой ход метода) – система приводится к треугольному виду.

*Второй этап* (обратный ход) – неизвестные определяются последовательно, начиная с последнего неизвестного и заканчивая первым.

**Пример***:* Решить систему: 

Решение:

1. Выпишем расширенную матрицу системы и приведем ее к треугольному виду:

~~~

полученная расширенная матрица имеет ранг равный трем, ранг матрицы системы также равен трем, r(A)=3 и число неизвестных n=3, следовательно, система определенная, т.е. имеет единственное решение.

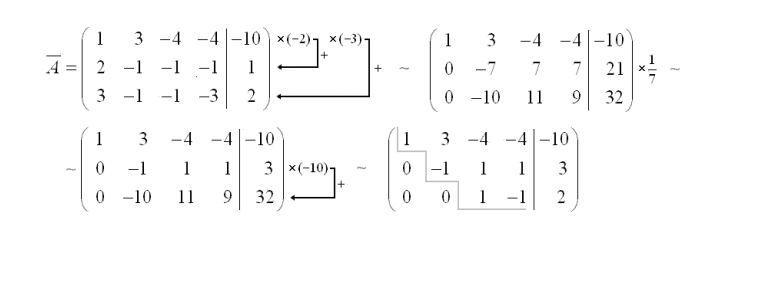
2. Записываем уравнение, используя последнюю строку приведённой матрицы: *z=1.*

Из второй строки: *5y-7z = -7,* т.к*. z=1, то y= 0.*Из третьей строки: *x- 2y +4z=3,* т.к*.z =1 y = 0,* то*x = 1.*

*Ответ: (-1,0,1)*

**Пример:** Решить систему: 

1. Выпишем расширенную матрицу системы и приведем ее к треугольному виду:



полученная расширенная матрица имеет ранг равный трем, ранг матрицы системы также равен трем, r(A)=3. Поскольку ранг рассмотренных матриц равен 3, а число неизвестных переменных 4, т. е. r=3< n= 4, то делаем вывод о неопределенности данной системы линейных уравнений (т.е. система имеет бесконечное множество решений).

Базисными переменными будут (соответствующие этим переменным коэффициенты находятся в уголках ступенек треугольной матрицы), а переменная будет свободной. Пусть , тогда

из третьей строки приведённой матрицы: 

из второй строки:

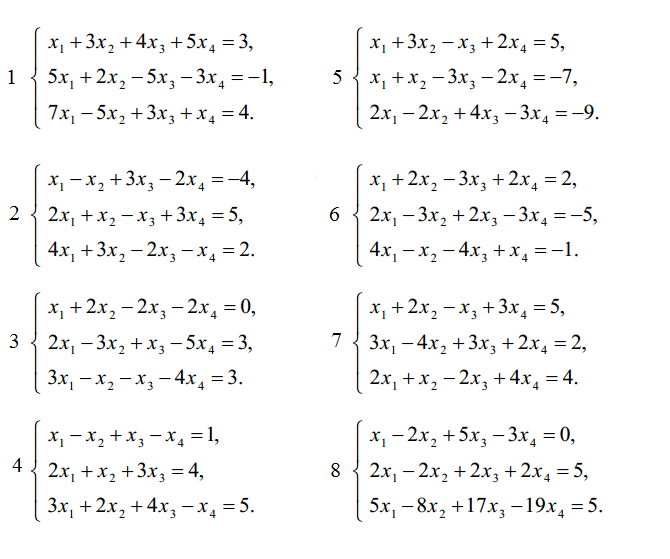
из первой строки:



Ответ: *(2С+1; 2С-1; С+2; С), СR*

**Задания для практической работы.**

Решить системы методом Гаусса:

****

**Практическая работа №6**

***Составление уравнений прямой и плоскости.***

**Цель работы:**

1. Познакомиться с формами заданиями прямой на плоскости.

2. На конкретных примерах научиться составлять различные уравнения прямой.

**Знания**(актуализация):

1. Виды уравнений прямой на плоскости.

**Умения:**

1. Составление различных видов уравнений прямой.

**Содержание работы:**

1. **Аx+Вy+С=0** – общее уравнение прямой

а) *А=0,В≠0.* Уравнение определяет прямую, параллельную оси абсцисс и пересекающую ось ординат в точке с координатой.

б) *B=0,A≠0*. Уравнение определяет прямую, параллельную оси ординат и пересекающую ось абсцисс в точке с координатой .

в) C=0. Уравнение определяет прямую, проходящую через начало координат.

**2.**  - уравнение прямой, проходящей через две точки *(х1, у1); (х2, у2).*

**3**.- параметрические уравнения прямой, где -координаты любой точки, лежащей на прямой, - координаты направляющего вектора (вектора параллельного прямой или лежащего на прямой).

**4**. - уравнение прямой, проходящей через точку *А(х0, у0)* и направляющий вектор

**5**.- уравнение прямой в отрезках, где *a*и*b*отрезки отсекаемые на осях координат.

**6**.**А(x-х0)+В(y-у0)=0** – уравнение прямой, проходящей через точку *А(х0, у0)* и вектор нормали (вектор, перпендикулярный прямой).

**7. –**уравнение прямой, проходящей через заданную точку в заданном направлении, т.е. с заданным угловым коэффициентом k.

*Пример:* Пусть даны координаты вершин треугольника:*A(4;3), B(16;-6), C(4;-12).*

а) Найти длины сторон треугольника *АВС.*

Используем формулу, определяющую расстояние d между точками и

Тогда по формуле получим:

б) Найти уравнения сторон треугольника, указать их угловые коэффициенты и координаты направляющих и нормальных векторов соответственно.

Используем формулу уравнения прямой, проходящей через две точки

Подставляя в формулу координаты соответствующих вершин треугольника ABC, определим искомые уравнения сторон.

(AB) :

или*-3(x-4)=4(y-3);-3x+12=4y-12;* ***3x+4y-24=0 (AB****)*

Получили общее уравнение прямой АВ. Разрешим это уравнение относительно переменной y , тогда коэффициент перед переменной x является угловым коэффициентом прямой АВ:

Если прямая задана своим общим уравнением *Ax+ By +C = 0*, то вектор нормали и направляющий вектор имеют следующие координаты:

Значит, для прямой АВ:

Аналогично определим уравнения сторон *ВС* и *АС* и координаты их нормальных и направляющих векторов соответственно.

(BC) :

*11(x-16)=2(y+6);11x-176=2y+12;* ***11x-2y-188=0 (BC)***

Координаты их нормальных и направляющих векторов:

(AC) :

*13(x-4)=16(y-3);13x-52=16y-48;* ***13x-16y-4=0 (AC)***

Координаты их нормальных и направляющих векторов:

в) Определить величину угла B треугольника ABC.

Если две прямые*l*1 и *l*2 заданы уравнениями с угловыми коэффициентами: и, то угол между ними можно найти по формуле:

В нашем примере: , значит:

. Таким образом, .

г) Найти уравнение высоты CD и ее длину.

Поскольку CD является высотой треугольника АВС, значит CD⊥AB . Используем условие перпендикулярности двух прямых:

прямые перпендикулярны, если их угловые коэффициенты обратно пропорциональны и взяты с противоположными знаками, т.е.

В нашем случае: CD⊥AB

Далее, используем уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении:**.**В нашем случае известна точка C(20;16) точка, через которую проходит высота CD, и угловой коэффициент этой прямой

Тогда получим:

**(CD)**

Для определения длины высоты CD, используем формулу ,

но сначала найдем координаты точки D. Поскольку точка D является пересечением прямых CD и AB, то для определения еѐ координат необходимо решить совместно уравнения этих прямых, т.е.

Значит, точка D имеет следующие координаты: D(8;0).

д) Найти уравнение медианы *BK* .

Так как *BK* является медианой, то точка K - середина отрезка AC. Определим координаты середины отрезка *AC* по формуле:

Далее, использую формулу , найдем уравнение медианы BK:

*31(x-16)=-8(y+6);* ***31x+8y-448=0(BK)***

е) Найти уравнение прямой, проходящей через точку D, параллельно стороне AС.

Пусть *l*искомая прямая. Тогда, по условию она параллельна прямой AС. Используем условие параллельности двух прямых:

*две прямые параллельны, если они имеют равные угловые коэффициенты*, т. е.

⇔

В нашем случае: .

Также, по условию, известно, что прямая *l* , проходит через точку D. Тогда используя формулу , определим уравнение искомой прямой:

**13(*l*)**

**Задания для самостоятельной работы:**

Даны координаты вершин треугольника ABC. Найти:

а) длины сторон треугольника;

б) уравнения сторон треугольника, указать их угловые коэффициенты и координаты направляющих и нормальных векторов соответственно;

в) угол C треугольника ABC;

г) уравнение высоты AL и ее длину;

д) уравнение медианы BK;

е) уравнение прямой, проходящей через точку L, параллельно стороне AB;

ж) сделать рисунок

1) *A(5;14), B(-5;9), C(7;0)*

2) *A(3;9), B(-7;4), C(5;-5)*

3) *A(10;8), B(0;3), C(12;-6)*

4) *A(14;6), B(4;1), C(16;-8)*

5) *A(0;10), B(-5;9), C(7;0)*

6) *A(4;13), B(-6;8), C(6;-1)*

7) *A(15;17), B(-1;4), C(11;-5)*

8) *A(22;23), B(-4;10), C(8;1)*

9) *A(13;11), B(3;6), C(15;-3)*

10) *A(8;12), B(-2;7), C(10;-2)*

**Практическая работа №7**

**Вычисление пределов.**

**Цель работы:**

На конкретных примерах научиться вычислять пределы последовательностей и функций.

**Знания**(актуализация):

1. Определения последовательности.

2. Определения предела последовательности и функции.

**Умения:**

1. Вычисление пределов последовательности.

2. Замечательные пределы

**Содержание работы:**

*1 тип Неопределённость вида в пределе*

Примеры:

1)(т.к. старшие степени числителя и знаменателя равны, то делим коэффициенты при старших степенях х).

2)(т.к. старшая степень числителя больше старшей степени знаменателя)

3) (т.к. старшая степень числителя меньше старшей степени знаменателя)

4) (ориентируемся на старшую степень многочлена, стоящего по знаком корня)

5)

6)

*2 тип Неопределённость вида в пределе*

Для раскрытия неопределённости необходимо либо разложить числитель и знаменатель на множители, либо умножить выражение содержащее корни на сопряжённое.

*Примеры:*

1)

2)==

*3 тип I-ый замечательный предел и основные эквивалентности:*

При ***х→0***имеют место следующие неопределённости:

*Примеры:*

*3 тип II -ой замечательный предел*

*Примеры:*

**Задания для самостоятельной работы:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 | Вариант 3 |
| Вычислите пределы последовательностей | | |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Практическая работа № 8**

***Вычисление производных сложных функций.***

**Цель работы:**

Проверить умения нахождения производной функции и научиться применять ее для решения практических задач.

**Знания**:

1. Определение производной и её свойства.

2. Понятие сложной функции.

3. Формула вычисления производной сложной функции.

**Умения:**

1.Вычисление производной заданной функции.

2. Вычисление производной сложной функции

**Содержание работы:**

***Таблица производных основных элементарных функций:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

***Основные правила нахождения производной:***

; ; ; ; ; .

***Производная сложной функции***

Если  и , то- сложная функции, тогда её производная вычисляется по формуле, то есть . Это правило распространяется на цепочку из любого конечного числа дифференцируемых функций: *производная сложной функции равна произведению производных функций, её составляющих.*

**Примеры:**

***Пример 1.*** Найти производную сложной функции:*.*

***Решение:*** Положим , где получим:

***Пример 2***. .Найти производную сложной функции:*.*

***Решение:*** Положим , получим:

**Задания для практической работы:**

**Задание 1:** Вычислить производную сложной функции:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | ; | 4. | ; |
| 2. | ; | 5. | ; |
| 3. | ; | 6. | ; |

**Задание 2:** Вычислите производную сложной функций:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 7. | ; | 10. | ; |
| 8. | ; | 11. | ; |
| 9. | ; | 12. | ; |

**Задание 3:** Вычислите производную сложной функции:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 13. | ; | 16. | ; |
| 14. | ; | 17. | ; |
| 15. | ; | 18. | ; |

**Практическая работа № 9**

***Построение графика функции.***

**Цель работы:**

Используя схему исследования функции научиться исследовать функции и строить их графики.

**Знания**:

1. Понятие экстремумов функции и её точек перегиба.

2. Понятие асимптот и их классификация.

**Умения:**

1.Построение графиков функций.

**Содержание работы:**

*Общая схема исследования функции и построение её графика.*

1. Найдите область определения функции.

2. Исследуйте функцию на четность или нечетность.

3. Найдите точки пересечения графика функции с осями координат (нули функции).

4. Найдите промежутки монотонности функции, её экстремумы.

5. Найдите промежутки выпуклости графика функции, её точки перегиба.

6. Определите наличие асимптот.

7. Постройте график функции, используя полученные результаты исследования.

**Пример:**

Построить график функции:

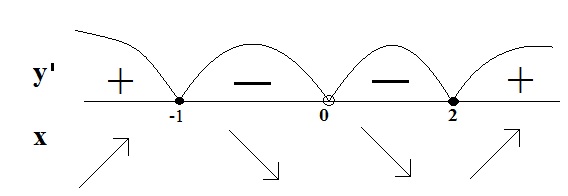
1.

2. Т.к. область определения не симметрична относительно начала координат, то функция не является ни чётной, ни нечётной (т.е. общего вида).

3. При *х=0*, *y(0)=0* – это единственная точка пересечения графика с осями координат.

4.

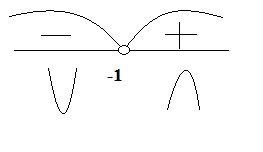
Приравняем производную к нулю и найдём критические точки:



*x=-2 – т. max ymax =y(2) = -4*

*x=0 – т. min ymin =y(0) = 0*

5. Вычислим вторую производную и приравняем её к нулю:



Точек перегиба у данной функции нет.

6. Определим наличие асимптот:

а) т.е. горизонтальных асимптот нет.

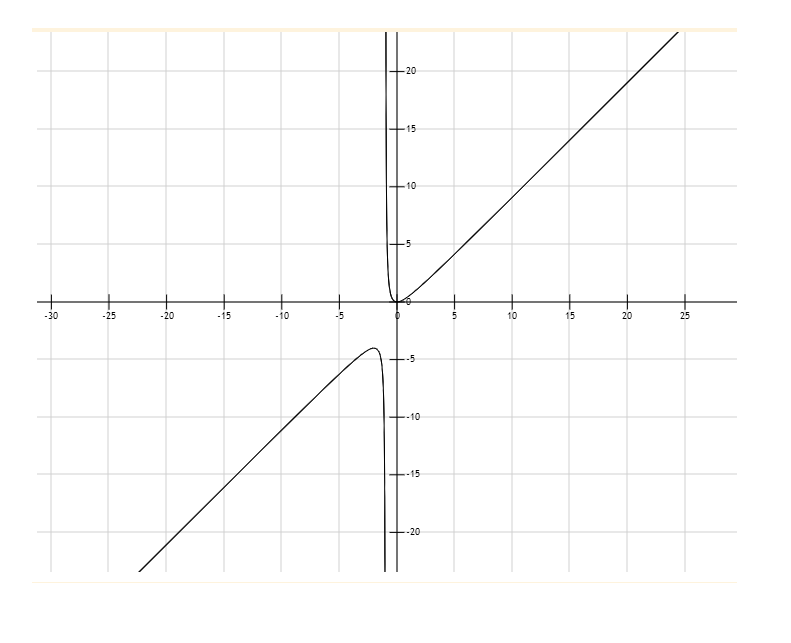
б) Рассмотрим односторонние пределы в точке *х=-1:*

Т.к. в точке *х=-1*функция терпит бесконечный разрыв, то график функции имеет вертикальную асимптоту *х=-1*

в) Для отыскания вертикальной асимптоты в виде *y=kx+b* вычислим следующие пределы:

Таким образом, прямая *y=x-1* служит наклонной асимптотой графика.

7. Используя полученные данные, строим график функции:



**Задания для практической работы:**

**ЗАДАЧА 1**

Провести полное исследование функции и построить ее график.

**1**.

**2**.

**3**.

**4**.

**5**.

**6**.

**7**.

**8.**

**9**.

**10**.

**ЗАДАЧА 2**

Провести полное исследование функции и построить ее график.

**1.****2.****3.**

**4.****5.****6.**

**7.****8.****9.** 10.

**Практическая работа № 10.**

**Нахождение неопределённых интегралов.**

**Цель работы:**

На конкретных примерах научиться вычислять неопределенный интеграл, применяя таблицу и свойства интегралов, находить неопределенный интеграл с помощью замены переменных.

**Знания**:

1. Понятие неопределённого интеграла, его основных свойств.

**Умения:**

1. Вычисление неопределённых интегралов методом непосредственного интегрирования.

2. Вычисление неопределённых интегралов методом замены переменной

**Содержание работы:**

***Таблица интегралов***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.  2.  3.  4.  5.  6. | 7.  8.  9.  10.  11.  12. | 13.  14.  15.  16. |

**Непосредственное интегрирование** – это метод, основанный на применении тождественных преобразований подынтегральной функции, а также основных свойств неопределенного интеграла и табличных интегралов. Наиболее часто используются следующие преобразования подынтегральной функции:

* 1. деление числителя на знаменатель почленно;
  2. применение формул сокращенного умножения;
  3. применение тригонометрических тождеств.

**Пример 1**. Найти интеграл 

Решение*.*



**Пример 2.** Найти интеграл 

Решение. Разлагаем подынтегральную функцию на слагаемые, деля числитель почленно на знаменатель.



**Пример 3**. Найти интеграл 

Решение**.** Возводим в куб и интегрируем каждое слагаемое.





**Пример 4***.* Найти интеграл 

Решение**.** Разлагаем подынтегральную дробь на две слагаемых дроби, деля числитель почленно на знаменатель.



**Пример 5**.Найти интеграл 

Решение**.** Выделим в неправильной дроби целую часть и правильную дробь.





**Метод замены переменной (метод подстановки)**

Он является одним из наиболее эффективных и распространенных приемов интегри­рования, позволяющих во многих случаях упростить вычисление интеграла. Суть этого ме­тода состоит в том, что путем введения новой переменной интегрирования заданный инте­грал сводится к новому интегралу, который легко вычисляется непосредственным интегри­рованием.

**Пример 6.**Вычислить

Решение**.** Данный интеграл будет приведён к табличному, если сделать замену переменной

**Пример 7.** Вычислить

Данный интеграл будет приведён к табличному, если сделать замену переменной

**Пример 8.** Вычислить

Решение**.** Данный интеграл будет приведён к табличному, если сделать замену переменной

**Задания для практической работы:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Вариант 1* | *Вариант 2* | *Вариант 3* |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Практическая работа № 11**

***Применение определенного интеграла к решению геометрических задач.***

**Цель работы:**

На конкретных примерах научиться применять определенный интеграл для вычисления площади криволинейной трапеции.

**Знания**:

1. Понятие определённого интеграла, его основных свойств.

2. Понятие криволинейной трапеции.

**Умения:**

1. Вычисление определённых интегралов методом непосредственного интегрирования.

2. Вычисление площади криволинейно трапеции.

### Теоретические сведения.

Определённый интеграл вычисляется с помощью формулы Ньютона-Лейбница:

Криволинейной трапецией (рис. 1) называют фигуру, которая ограничена:

|  |  |
| --- | --- |
| y=y(x)  a  b  X  Y  **Рис.1** | * сверху - графиком непрерывной функции *y=y(x)* * снизу – осью OX (*y=0*) * слева – прямой *x=a* * справа – прямой*x=b* |

Геометрический смысл определённого интеграла в том, что его значение равно площади соответствующей криволинейной трапеции:

 (1)

Рассмотрим различные методы вычисления площадей плоских фигур.

**Пример 1**. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: , x=-1, x=2 и осью OX.

Решение: данная фигура (рис. 2) представляет собой криволинейную трапецию, поэтому её площадь вычисляется по формуле (1).

|  |  |
| --- | --- |
| **2**  **-1**  X    Y  Рис. 2 | Ответ: 6 кв.ед. |

Пусть y=f(x) – непрерывная функция при x[a, b], график которой расположен ниже оси OX (рис. 3). Значение определённого интеграла будет отрицательным, поэтому для расчёта площади берём значение интеграла по модулю.

|  |  |
| --- | --- |
| Рис. 3  **y=f(x)**  X  Y  **a**  **b** | (2) |

**Пример 2**. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной графиком функции и осью OX.

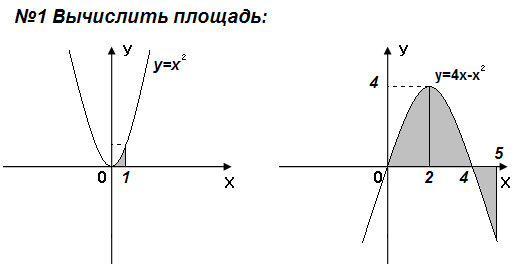
Решение: данная фигура (рис. 4) расположена ниже оси OX, поэтому применим формулу (2).

|  |  |
| --- | --- |
| Рис. 4  Y  X  2  3 | Ответ: 1/6 кв.ед. |

**Задания для практической работы.**

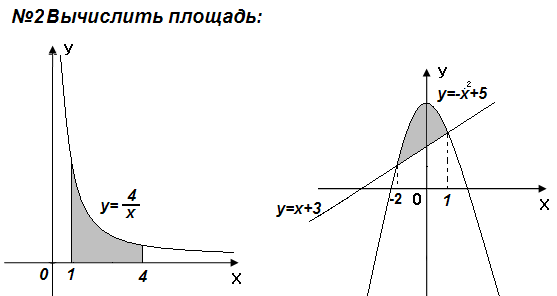
**Вариант 1.**

Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке:

****

**Вариант 2.**

Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке:

****

**Практическая работа № 12**

***Вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики***

**Цель работы:**

На конкретных примерах научиться вычислять вероятности случайных событий.

**Знания**:

1. Понятие случайного события.

2. Классическое определение вероятности.

**Умения:**

1. Вычисление вероятности случайного события с применением комбинаторных формул.

**Содержание работы:**

**1. Размещения**

Рассмотрим простейшие понятия, связанные с выбором и расположением некоторого множества объектов.

Подсчет числа способов, которыми можно совершить эти действия, часто производится при решении вероятностных задач.

*Определение.* Размещением из *n* элементов по *k* (*k* ≤ *n*) называется любое упорядоченное подмножество из *k* элементов множества, состоящего из *n* различных элементов.

**Пример.** Следующие последовательности цифр являются размещениями по 2 элемента из 3 элементов множества {1;2;3}: 12, 13, 23, 21, 31, 32.

Заметим, что размещения отличаются порядком входящих в них элементов и их составом. Размещения 12 и 21 содержат одинаковые цифры, но порядок их расположения различен. Поэтому эти размещения считаются разными.

Число различных размещений из *n* элементов по *k* обозначается и вычисляется по формуле: , где n! = 1∙2∙...∙(n- 1)∙n (читается «n– факториал»).

**2. Перестановки**

*Определение.* Перестановками из *n* элементов называются такие размещения из *n* элементов, которые различаются только расположением элементов.

Число перестановок из *n* элементов *Pn* вычисляется  по формуле: *Pn*=*n*!

**Пример***.* Сколькими способами могут встать в очередь 5 человек? Количество способов равно числу перестановок из 5 элементов, т.е. *P*5=5!=1∙2∙3∙4∙5=120.

**3. Сочетания**

*Определение.* Сочетаниями из *n* элементов по *k* называются такие размещения из *n* элементов по *k*, которые одно от другого отличаются хотя бы одним элементом.

Число различных сочетаний из *n* элементов по *k* обозначается вычисляется по формуле:.

По определению 0!=1.

Для сочетаний справедливы следующие свойства:

1. C:\Users\Пользователь\Pictures\MP Navigator\636.gif
2. C:\Users\Пользователь\Pictures\MP Navigator\637.gif
3. C:\Users\Пользователь\Pictures\MP Navigator\638.gif
4. C:\Users\Пользователь\Pictures\MP Navigator\639.gif

**Пример***.* Имеются 5 цветков разного цвета. Для букета выбирается 3 цветка. Число различных букетов по 3 цветка из 5 равно: .

**4. События**

Познание действительности в естественных науках происходит в результате испытаний (эксперимента, наблюдений, опыта).

*Испытанием* или опытом называется осуществление какого-нибудь определенного комплекса условий, который может быть воспроизведен сколь угодно большое число раз.

*Случайным* называется событие, которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания (опыта).

Таким образом, событие рассматривается как результат испытания.

**Пример***.* Бросание монеты – это испытание. Появление орла при бросании – событие.

Наблюдаемые нами события различаются по степени возможности их появления и по характеру их взаимосвязи.

Событие называется *достоверным*, если оно обязательно произойдет в результате данного испытания.

**Пример***.* Получение студентом положительной или отрицательной оценки на экзамене есть событие достоверное, если экзамен протекает согласно обычным правилам.

Событие называется *невозможным*, если оно не может произойти в результате данного испытания.

**Пример***.* Извлечение из урны белого шара, в которой находятся лишь цветные (не белые) шары, есть событие невозможное. Отметим, что при других условиях опыта появления белого шара не исключается; таким образом, это событие невозможно лишь в условиях нашего опыта.

Далее случайные события будем обозначать большими латинскими буквами A,B,C... Достоверное событие обозначим буквой Ω, невозможное – Ø.

Два или несколько событий называются *равновозможными* в данном испытании, если имеются основания считать, что ни одно из этих событий не является более возможным или менее возможным, чем другие.

**Пример***.* При одном бросании игральной кости появление 1, 2, 3, 4, 5 и 6 очков - все это события равновозможные. Предполагается, конечно, что игральная кость изготовлена из однородного материала и имеет правильную форму.

Два события называются *несовместными* в данном испытании, если появление одного из них исключает появление другого, и *совместными* в противном случае.

**Пример.** В ящике имеются стандартные и нестандартные детали. Берем на удачу одну деталь. Появление стандартной детали исключает появление нестандартной детали. Эти события несовместные.

Несколько событий образуют *полную группу событий* в данном испытании, если в результате этого испытания обязательно наступит хотя бы одно из них.

**Пример***.* События из примера образуют полную группу равновозможных и попарно несовместных событий.

Два несовместных события, образующих полную группу событий в данном испытании, называются противоположными событиями.

Если одно из них обозначено через *A*, то другое принято обозначать через (читается «не *A*»).

**Пример***.* Попадание и промах при одном выстреле по цели - события противоположные.

**Классическое определение вероятности**

*Вероятность события* – численная мера возможности его наступления.

Событие *А* называется *благоприятствующим* событию *В*, если всякий раз, когда наступает событие *А*, наступает и событие *В*.

События *А*1,*А*2, ..., *Аn* образуют *схему случаев*, если они:

1) равновозможны;

2) попарно несовместны;

3) образуют полную группу.

В схеме случаев (и только в этой схеме) имеет место классическое определение вероятности *P*(*A*) события *А*. Здесь случаем называют каждое из событий, принадлежащих выделенной полной группе равновозможных и попарно несовместных событий.

Если *n* – число всех случаев в схеме, а *m* – число случаев, благоприятствующих событию *А*, то *вероятность события* *А* определяется равенством:

Из определения вероятности вытекают следующие ее свойства:

1. Вероятность достоверного события равна единице.

2. Вероятность невозможного события равна нулю.

3. Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей 0 ≤*P(A)*≤ 1.

***Примеры решения задач:***

1. ***Набирая номер телефона, абонент забыл последние 3 цифры, и помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наугад. Найти вероятность того, что номер телефона набран правильно.***

**Решение.** Благоприятствующий исход здесь один – правильный набор последних цифр . Всех возможных исходов здесь будет столько, сколько можно составить комбинаций из 3 цифр, порядок которых имеет значение, значит . Значит вероятность того, что номер набран правильно (событие ): .

1. ***Среди 100 колес 5 нестандартных. Для контроля выбирается 7 колес. Найти вероятность того, что среди них ровно 3 будет нестандартных.***

**Решение.** Число всевозможных исходов равно количеству комбинаций из 100 колес по 7 штук, т.к. порядок значения не имеет, то . Благоприятствующий исход состоит в выборе ровно 3 нестандартных колес из 5 и совместном выборе (7-3) стандартных колес из (100-5), порядок значения не имеет. По правилу произведения . Следовательно, вероятность того, что среди взятых для контроля колес будет ровно 3 нестандартных (событие ): .

**Задания для практической работы:**

**Задача 1.** Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает её наугад. Определить вероятность того, что ему придётся звонить не более чем в 3 места.

**Задача 2.**Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

**Задача 3.** Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.

**Задача 4.** На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?

**Задача 5.** Шесть рукописей случайно раскладывают по пяти папкам. Какова вероятность того, что ровно одна папка останется пустой?

**Задача 6.** Цифры 1, 2, 3, …, 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) четное; б) двузначное.

**Задача 7.** На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди которых находится трехтомник Пушкина. Найти вероятность того, что эти тома стоят в порядке возрастания номера слева направо, но не обязательно рядом.

**Задача 8.** На каждой из пяти одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: "а", "м", "р", "т", "ю". Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех вынутых по одной карточке можно прочесть слово "юрта".

**Практическая работа № 13**

***Вычисление вероятности событий.***

**Цель работы:**

На конкретных примерах научиться вычислять вероятности сложных событий.

**Знания**:

1. Понятие случайного события.

2. Классическое определение вероятности.

**Умения:**

1. Вычисление вероятности случайного события с применением теорем сложения и умножения вероятностей.

**Содержание работы:**

**Операции над событиями. Теорема сложения вероятностей**

Суммой, или объединением, нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из этих событий (в одном и том же испытании).

**Пример.** Бросаются две игральные кости. Пусть событие *А* состоит в выпадении 4 очков на 1 кости, а событие *В* – в выпадении 5 очков на другой кости. События *А* и *В* совместны. Поэтому событие *А*+*В* состоит в выпадении 4 очков на первой кости, или 5 очков на второй кости, или 4 очков на первой кости и 5 очков на второй одновременно.

**Пример**. Событие *А*– выигрыш по 1 займу, событие *В* – выигрыш по 2 займу. Тогда событие *А+В*– выигрыш хотя бы по одному займу (возможно по двум сразу).

Произведением или пересечением нескольких событий называется событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий (в одном и том же испытании).

**Пример**. События *А* и *В* состоят в успешном прохождении I и II туров соответственно при поступлении в институт. Тогда событие *А×В* состоит в успешном прохождении обоих туров.

Теорема. Если события *Ai* (*i*= 1, 2, …,*n*) попарно несовместны, то вероятность суммы событий равна сумме вероятностей этих событий:

*Р*(*А*1+*А*2) =*Р*(*А*1) +*Р*(*А*2)

Если события *А*1 и *А*2 совместны, то вероятность суммы двух совместных событий равна: *Р*(*А*1+*А*2) =*Р*(*А*1) +*Р*(*А*2) – Р(*А*1×*А*2).

**Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей**

Условной вероятностью *Р(В*/*А*) называется вероятность события В, вычисленная в предположении, что событие А уже наступило.

Теорема. Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятностей одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:

*Р(А*∙*В) = Р(А*)∙Р(*В*/*А*).

Два события называются независимыми, если появление любого из них не изменяет вероятность появления другого, т.е. *Р(А) = Р(А/В*)

Если события *А* и *В* независимы, то *Р(А*∙*В) = Р(А*)∙*Р(В*).

**Задания для практической работы:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **I вариант** | **II вариант** |
| 1. | Среди сотрудников фирмы 28% знают английский язык, 30% – немецкий; английский и немецкий – 8%. Найти вероятность того, что случайно выбранный сотрудник фирмы знает хотя бы один язык. | Имеется 3 ящика, содержащих по 20 деталей. В первом ящике 12, во втором 5 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все детали окажутся стандартными. |
| 2. | Производится бомбометание по трем складам боеприпасов, причем сбрасывается одна бомба. Вероятность попадания в первый склад 0,025; во второй – 0,03; в третий 0,019. При попадании в один из складов взрываются все три. Найти вероятность того, что склады будут взорваны. | В электрическую цепь последовательно включены три элемента, работающие независимо один от другого. Вероятности отказов первого, второго и третьего элементов соответственно равны: р, = 0,1; р, = 0,15; р, = 0,2. Найти вероятность того, что тока в цепи не будет (не работает хотя бы 1 элемент). |
| 3. | Имеется 3 ящика, содержащих по 15 деталей. В первом ящике 5, во втором 7 и в третьем 10 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все детали окажутся стандартными. | Среди студентов группы 15% имеют отличные оценки по математике, 34% – по истории. При этом 12% являются отличниками по обеим дисциплинам. Найти вероятность того, что случайно выбранный студент учится на «отлично» хотя бы по одной дисциплине. |
| 4. | Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное. | В ящике 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.  *Решить задачу двумя способами.* |
| 5. | На полке стоят 6 учебников по математике и 3 по информатике. С полки наудачу берется сначала один учебник. Потом второй. Найти вероятность, что первая взятая книга будет учебником по информатике, а вторая учебником по математике. | В ящике находится 8 стандартных и 6 нестандартных детали. Наудачу вынимается сначала одна деталь, а потом вторая. Найти вероятность, что первая взятая деталь стандартная, а вторая нестандартная. |
| 6. | Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,05 и 0,08. Найти вероятности отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент. | Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно высшего сорта. |
| 7. | На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем пять из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу три учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие А).  *Решить задачу двумя способами*. | Мастер обслуживают 5 станков. 20% рабочего времени он проводит у первого станка, 10% - у второго, 15% - у третьего, 25% - у четвертого, 30% - у пятого станка. Найти вероятность того, что в наудачу выбранный момент времени мастер находится у 1, или 2, или 3 станка. |

**Практическая работа № 14**

***Вычисление числовых характеристик ДСВ***

**Цель работы:**

Закрепление навыков нахождения характеристик дискретных случайных величин.

**Знания**:

1. Понятие дискретной случайной величины.

2. Числовые характеристики дискретной случайной величины.

**Умения:**

1. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины.

**Содержание работы:**

***Дискретной*** называют случайную величину, значения которой изменяются не плавно, а скачками, т.е. могут принимать только некоторые заранее определённые значения. Например, денежный выигрыш в какой-нибудь лотерее, или количество очков при бросании игральной кости, или число появления события при нескольких испытаниях. Число возможных значений дискретной случайной величины может быть конечным или бесконечным (счётным множеством). Для сравнения - непрерывная случайная величина может принимать любые значения из некоторого числового промежутка: например, температура воздуха в определённый день, вес ребёнка в каком-либо возрасте, и т.д.

***Закон распределения*** дискретной случайной величины представляет собой перечень всех её возможных значений и соответствующих вероятностей. Сумма всех вероятностей Σpi = 1. Закон распределения также может быть задан аналитически (формулой) и графически (многоугольником распределения, соединяющим точки (xi; pi)

***Функция распределения*** случайной величины - это вероятность того, что случайная величина (назовём её ξ) примет значение меньшее, чем конкретное числовое значение x: F(X) = P(ξ < X). Для дискретной случайной величины функция распределения вычисляется для каждого значения как сумма вероятностей, соответствующих всем предшествующим значениям случайной величины. Ниже будет приведён пример, разъясняющий смысл сказанного.

**Числовые характеристики дискретных случайных величин**

***Математическое ожидание*** дискретной случайной величины есть сумма произведений всех её возможных значений на их вероятности:

M(X) = x1p1 + x2p2 + ... + xnpn

**Свойства математического ожидания.**

1) Математическое ожидание постоянной величины равно самой величине: М(С) = С

2) Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания: М(СХ) = С·М(Х).

3) Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых:

М(Х1 + Х2 + …+ Хn) = М(Х1) + М(Х2) + ... + М(Хn)

4) Математическое ожидание произведения взаимно независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей:

М(Х1 · Х2 · ... · Хn) = М(Х1) · М(Х2) · ... · М(Хn)

***Дисперсия*** дискретной случайной величины есть математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания:

D(X) = (x1 - M(X))2p1 + (x2 - M(X))2p2 + ... + (xn- M(X))2pn = x21p1 + x22p2 + ... + x2npn - [M(X)]2

**Свойства дисперсии.**

1) Дисперсия постоянной величины равна нулю: D(С) = 0

2) Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, предварительно возведя его в квадрат: D(СХ) = С2 · D(Х)

3) Дисперсия суммы (разности) независимых случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых: D(Х1 ± Х2 ± ... ± Хn) = D(Х1) + D(Х2) + ... + D(Хn)

***Среднее квадратическое отклонение*** дискретной случайной величины, оно же стандартное отклонение или среднее квадратичное отклонение есть корень квадратный из дисперсии:

σ(X) = √D(X)

***Мода*** дискретной случайной величины Mo(X) - это значение случайной величины, имеющее наибольшую вероятность. На многоугольнике распределения мода - это абсцисса самой высокой точки. Бывает, что распределение имеет не одну моду.

**Пример 1.**

Составить самим закон распределения случайной дискретной величины X, которая может принимать 5 значений. Найти:

– её числовые характеристики

- функцию распределения

– вероятность того, что X примет значение меньше M(X);

– вероятность того, что X примет значение больше 0,5 M(X).

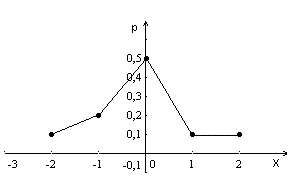
[Решение](http://natalymath.narod.ru/theory_of_ver2.html)

http://natalymath.narod.ru/images/theory2/2t6.png

Закон распределения дискретной случайной величины X – это перечень всех возможных значений с.в. X , которые она может принимать, и соответствующих вероятностей. Сумма всех вероятностей должна равняться 1.

Проверка: 0,1 + 0,2 + 0,5 + 0,1 + 0,1 = 1

Многоугольник распределения:



Математическое ожидание:

M(X) = -2·0,1 - 1·0,2 + 0·0,5 + 1·0,1 + 2·0,1 = -0,1

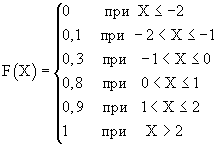
Дисперсия – это математическое ожидание квадрата отклонений значений случайной величины X от её математического ожидания:

D(X) = (-2 + 0,1)2·0,1 + (- 1 + 0,1)2·0,2 + (0 + 0,1)2·0,5 + (1 + 0,1)2·0,1 + (2 + 0,1)2·0,1 = 1,09

или D(X) = (-2)2·0,1 + (-1)2·0,2 + 02·0,5 + 12·0,1 + 22·0,1 - (-0,1)2 = 1,1 - 0,01 = 1,09

Среднее квадратическое отклонение – это корень квадратный из дисперсии:

σ = √1,09 ≈ 1,044



Функция распределения – это вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем какое – либо числовое значение x:

F(X) = P(X < x)

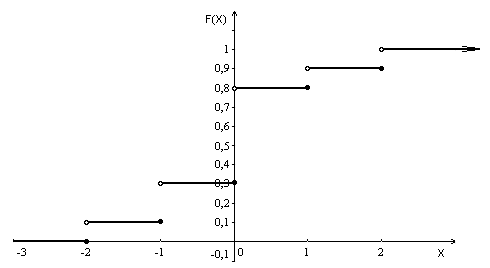
Значения определяем суммированием вероятностей.

Функция распределения – функция неубывающая. Она принимает значения в интервале от 0 до 1.

P(X < -0,1) = F(-0,1) = 0,3

P(X > -0,05) = P(0) + P(1) + P(2) = 0,5 + 0,1 + 0,1 = 0,7

График функции распределения:



**Пример 2.**

M(X) = 5,6; D(X) = 3,04. Вычислить M(Y) и D(Y), если Y = 3x + 2.

[Решение](http://natalymath.narod.ru/theory_of_ver2.html) M(Y) = 3M(X) + 2 = 3 · 5,6 + 2 = 18,8

D(Y) = 32·D(X) + 0 = 9 · 3,04 = 27,36

**Задания для практической работы:**

1. Найти М[x] и D[x] и σ дискретной случайной величины Х – количества продаваемого товара в неделю, имеющей ряд распределения:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 0 | 1 | 3 | 12 |
| pi | 0,2 | 0.1 | 0.3 | 0.4 |

2. Найти значение α, функцию распределения дискретной случайной величины Х – температурной кривой за сутки, заданной рядом распределения:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | -3 | -2 | -1 | 4 |
| pi | 0,2 | α | 0,3 | 0,1 |

Построить график.

3. Найти М[x], D[x] и σ, функцию распределения дискретной случайной величины Х – величины прибыли в тыс. у.е. за месяц, с рядом распределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 5 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| pi | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,4 | 0,2 |

Построить график.

**Практическая работа № 15**

***Действия над комплексными числами в алгебраической форме.***

**Цель работы:**

Научиться выполнять операции над комплексными числами в алгебраической форме.

**Знания**:

1. Понятие комплексного числа.

**Умения:**

1. Выполнение операций над комплексными числами в алгебраической форме.

2. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

**Содержание работы:**

Число вида , где - действительные числа, а*i*- мнимая единица, определяемая равенством: , называется *комплексным числом*. - действительная часть комплексного числа, - мнимая часть комплексного числа.

Модулем комплексного числа :

Числа и называются *сопряженными.*

Для того, чтобы *сложить или вычесть* два комплексных числа в алгебраической форме нужно соответственно сложить или вычесть их действительные и мнимые части.

**Пример***:* Найти сумму и разность чисел:

Для того, чтобы *умножить* два комплексных числа в алгебраической форме нужно перемножить их как многочлены и учесть при этом, что .

**Пример***:* Найти произведение чисел:

Для нахождения частного комплексных чисел и сначала числитель и знаменатель дроби умножают на сопряженное знаменателю число , а затем производят остальные действия.

**Пример**:Найти частное чисел:

=

**Задания для практической работы.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 | Вариант 3 |
| 1. Найти сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел | | |
|  |  |  |
| 2. Вычислить | | |
|  |  |  |
| 3. Решить уравнение | | |
|  |  |  |

**Практическая работа № 16**

***Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.***

**Цель работы:**

Научиться выполнять операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

**Знания**:

1. Понятие комплексного числа.

**Умения:**

1. Выполнение операций над комплексными числами в тригонометрической форме.

2. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

**Содержание работы:**

Запись комплексного числа в виде называется алгебраической формой записи комплексного числа. Часто бывает удобна другая форма записи комплексного числа. Пусть и . Тогда по определению аргумента имеем:

|  |
| --- |
|  |

Отсюда получается

Такая форма называется тригонометрической формой записи комплексного числа. Как видно, для того, чтобы перейти от алгебраической формы записи комплексного числа к тригонометрической форме, нужно найти его модуль и один из аргументов.

**Пример**Записать число в тригонометрической форме.

Найдём модуль этого числа: Аргумент данного числа находится из системы

Значит, один из аргументов числа равен .

Получаем: .

Умножение, деление, возведение в натуральную степень и извлечение корня из комплексных чисел в тригонометрической форме определяются следующим образом:

если , , то

1) ;

2) ;

если , , то

3) ;

4) .

В ответ записываются главные значения аргумента полученного результата, заключенные в промежутке .

**Пример**Выполнить действия над числами в тригонометрической форме:

а) б) ; в) , если

а)

б)

в)

**Пример** Найти

Представим в тригонометрической форме – 16:

Найдём модуль этого числа: Аргумент данного числа находится из системы

Значит, один из аргументов числа равен .

Получаем: .

Найдем корень: *=*

Найдем различные корни:

**Задания для практической работы.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 | Вариант 3 |
| 1. Выполнить действия над числами в тригонометрической форме:  а) б) ; в) | | |
| *n=3* | *n=3* | *n=6* |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2. Выполнить действия в тригонометрической форме и представить результат в тригонометрической и алгебраической формах | | |
|  |  |  |
| 3. Найти значения корней | | |
|  |  |  |

**Список литературы**

***Основные источники:***

Пехлецкий И.Д. Математика 2017 ОИЦ «Академия».

***Дополнительные источники:***

Григорьев В.П., Сабурова Т.Н., Сборник задач по высшей математике, ОИЦ «Академия» 2017.

***Интернет - ресурсы***

* Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM Режим доступа: http://www.znanium.com/
* Электронно-библиотечная система "ЮРАЙТ" Режим доступа http://www. biblio-online. ru
* Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Режим доступа: http://window.edu.ru/
* Информационные, тренировочные и контрольные материалы. Режим доступа: http:// www. fcior. edu. ru.
* Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов. Режим доступа: http:// www. school-collection. edu. ru.