Министерство образования и науки Челябинской области

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

**«Южно-Уральский государственный технический колледж»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по учебной дисциплине

«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Для студентов специальности

**09.02.07 Информационные системы и программирование**

*квалификация****:*** *программист*

Челябинск,2021

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Методические рекомендации составлены в соответствии с утвержденной программой учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» | ОДОБРЕНО  Предметной (цикловой)  комиссией ЕМД  протокол №\_\_\_\_  от «\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2021г.  Председатель ПЦК  \_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Макаренко О.И. | УТВЕРЖДАЮ  Зам. директора по НМР  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Т.Ю. Крашакова  «\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2021г. |

**Автор:** Макаренко О.И., преподаватель Южно-Уральского государственного технического колледжа

# ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению практических работ по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» предназначены для обучающихся по специальности **09.02.07 Информационные системы и программирование** *(квалификация:**программист)* с целью организации их работы на практических занятиях.

Практические занятия являются важным элементом учебной дисциплины. В процессе выполнения практических работ обучающиеся систематизируют и закрепляют полученные теоретические знания, развивают интеллектуальные и формируют профессиональные умения, тем самым формируют элементы компетенций будущих специалистов.

Программой учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предусмотрено выполнение 12 практических работ, направленных **на формирование *элементов следующих компетенций*:**

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие

ОК 04. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

***умений*:**

* применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач;
* использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач;
* применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа.

**обобщение, систематизацию, углубление и закрепление *знаний*:**

* элементы комбинаторики.
* понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность.
* алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности.
* схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу (теорему) Байеса.
* понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики.
* законы распределения непрерывных случайных величин.
* центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки.
* понятие вероятности и частоты.

В методических рекомендациях по выполнению практических работ содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждая практическая работа включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий.

**Ход выполнения практической работы**

Практические работы необходимо выполнять в специальных тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

*Ход работы:*

1. Познакомиться с теоретическим материалом
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы, примеры)
3. В тетрадях для практических работ выполнить самостоятельную работу или решить номера, которые указаны в работе.
4. Сдать преподавателю тетради для практических работ.

**Критерии оценивания практических работ**

**Оценка «5»** ставится, если верно и рационально решено 90%-100% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет, неискажающий сути решения.

**Оценка «4»** ставится при безошибочном решении 80% предлагаемых заданий.

**Оценка «3»** ставится, если выполнено 70% предлагаемых заданий, допустим 1 недочет.

**Оценка «2»** - решено мене 70% предлагаемых заданий.

**Перечень практических работ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № работы | Наименование практических работ | Кол-во  часов |
|  | Подсчет числа комбинаций. | 2 |
|  | Выполнение операций над случайными событиями. | 2 |
|  | Вычисление вероятностей с использованием формул комбинаторики. | 2 |
|  | Вычисление вероятностей сложных событий. | 2 |
|  | Вычисление вероятностей в схеме Бернулли. | 2 |
|  | Вычисление числовых характеристик ДСВ. | 2 |
|  | Построение биномиального и геометрического распределения. | 2 |
|  | Вычисление числовых характеристик НСВ. | 2 |
|  | Построение функции плотности и интегральной функции распределения. | 2 |
|  | Построение эмпирической функции распределения. | 2 |
|  | Вычисление числовых характеристик выборки. | 2 |
|  | Вычисление интервальных оценок. | 2 |
| **Всего** | | **24** |

*Практическая работа №1* ***Подсчет числа комбинаций.***

**Цельработы:**

1. Научитьсярешатьзадачисприменениемкомбинаторныхформул.

**Знания**(актуализация):

1. Понятиеокомбинаторныхформулах.

**Умения:**

1. Вычислениеперестановок,сочетаний,размещений.

**Содержаниеработы:**

*Перестановкойизnэлементовназываюткаждоерасположениеэтихэлементоввопределенномпорядке.*

Обозначают:**Рn=n!(nфакториал).**

**n!=.**

Например:3!=,1!=1.

**Задача1.**Сколькимиспособами4человекамогутразместитьсяначетырехместнойскамейке?

Решение:Р4=

Ответ:24.

**Задача2.**Сколькоразличныхчетырехзначныхчисел,вкоторыхцифрынеповторяются,можносоставитьизчисел0,2,4.6?

*Решение:*изцифр0,2.4.6можносоставитьР4перестановок.Изэтогочисланужноисключитьтеперестановки,которыеначинаютсяс0.

ЧислотакихперестановокР3.Значитискомоечислочетырехзначныхчисел,которыеможносоставитьизцифр0,2,4,6равно:

Р4–Р3=4!-3!=

Ответ:18.

**Задача3.**Имеются9различныхкниг,четыреизкоторыхучебники.

Сколькимиспособамиможнорасставитькнигинаполкетак,чтобывсеучебникистоялирядом?

*Решение:*сначалабудемрассматриватьучебникикакоднукнигу.Тогданаполкенадорасставитьне9,а6книг.ЭтоможносделатьР6способами.

ИвкаждойизполученныхкомбинацийможновыполнитьР4перестановокучебников.Значит,искомоечислоспособоврасположениякнигравнопроизведению:Р6\*Р4=

*Размещениемизnэлементовпоk(nk)называетсялюбоемножество,состоящееизkэлементов,взятыхвопределенномпорядкеизданныхnэлементовиобозначаетсяА.*

А

Еслиразмещениясоставляютсяизnэлементовпоn,тоА

**Задача4.**Учащиесявторогоклассаизучают8предметов.Сколькимиспособамиможносоставитьрасписаниенаодиндень,чтобывнембыло4различныхпредмета.

Решение:А(способов).

**Задача5.**Настраницеальбома6свободныхместдляфотографий.Сколькимиспособамиможновложитьвсвободныеместа

а)4фотографии;

б)6фотографий.

Решение:а)А

б)А

**Задача6.**Сколькотрехзначныхчисел(безповторенияцифрвзаписичисла)можносоставитьизцифр0,1,2,3,4,5и6?

Объяснение:еслисредисемицифрнетнуля,точислотрехзначныхчиселкоторыеможносоставитьизэтихцифрравночислуразмещенийиз7элементовпо3А.Однако,средиданныхсемичиселестьцифра0,скоторойнеможетначинатьсятрехзначноечисло.Поэтомуизразмещенийиз7элементовпо3нужноисключитьте,укоторыхпервымэлементомявляетсяцифра0.Ихчислоравночислуразмещенийиз6элементовпо2.

Значит,искомоечислоравно:А.

**Решение:А**

*Сочетаниемизnэлементовпоkназываетсялюбоемножество,составленноеизkэлементов,выбранныхизданныхnэлементовиобозначаетсяС*

вотличиеотразмещений,всочетанияхнеимеетзначения,вкакомпорядкеуказаныэлементы.

С

**Задача7.**Из15человектуристическойгруппынадовыбратьтрехдежурных.Сколькимиспособамиэтоможносделать?

Решение:С

**Задача№8.**Извазысфруктами,гдележат9яблоки6груш,нужновыбрать3яблокаи2груши.Сколькимиспособамиможноэтосделать?

Решение:3яблокаиз9-тиможновыбратьСспособами.ПрикаждомвыбореяблокгрушиможновыбратьСспособами.ПоэтомупоправилуумножениявыборфруктовможносделатьСспособами.

Решение:С=

**Заданиядляпрактическойработы:**

1.Врасписаниинапонедельникшестьуроков:алгебра,геометрия,биология,история,физкультура,химия.

Сколькимиспособамиможнорасставитьрасписаниеуроковнаэтотденьтак,чтобыдваурокаматематикистоялирядом?

2.Изтрехзначныхчисел,записанныхспомощьюцифр1,2,3,4,5,6,7,8,9(безповторенияцифр),сколькотаких,вкоторых:

а)невстречаютсяцифры6и7;

б)цифра8являетсяпоследней?

3.Сколькосуществуетсемизначныхтелефонныхномеров,вкоторыхвсецифрыразличныеиперваяцифраотличнаот0?

4.Вклассе7человекуспешнозанимаютсяматематикой.

Сколькимиспособамиможновыбратьизнихдвоихдляучастиявматематическойолимпиаде?

5.Влаборатории,вкоторойработаютзаведующийи10сотрудников,надоотправитьвкомандировку5человек.

Сколькимиспособамиэтоможносделать,если:

а)заведующийлабораториейдолженехатьвкомандировку;

б)заведующийдолженостаться.

6.Вклассеучатся16мальчикови12девочек.Дляуборкитерриториинужновыделить4мальчикаитридевочки.

Сколькимиспособамиэтоможносделать?

7.Вбиблиотекечитателюпредложилинавыбор10книги4журнала.Сколькимиспособамионможетвыбратьизних3книгии2журнала?

*Практическаяработа№2*

***Выполнениеоперацийнадслучайнымисобытиями***

**Цельработы:**

1. Закрепить знания и умения повыполнениюоперацийнадслучайнымисобытиями.

**Знания**(актуализация):

1.Понятиеслучайногособытия,ихвиды.

**Умения:**

1. Выполнениеоперацийнадслучайнымисобытиями.

**Содержаниеработы:**

*Случайноесобытие*–этолюбойфакт,которыйврезультатеиспытанияможетпроизойтиилинепроизойти.Случайноесобытие–эторезультатиспытания.

*Испытание*(опыт,эксперимент)–вэтомопределениипонимаетсявыполнениеопределенногокомплексаусловий,вкоторыхнаблюдаетсятоилииноеявление,фиксируетсятотилиинойрезультат.Испытаниеможетпроводитьсячеловеком,номожетосуществлятьсяинезависимоотчеловека.Человеквэтомслучаевыступаетвролинаблюдателя.

Событияобозначаютсяначальнымипрописными(заглавными)буквамилатинскогоалфавита**А,В,С.**

1. *Достоверноесобытие*–этособытие,котороеврезультатеиспытанияобязательнодолжнопроизойти.
2. *Невозможноесобытие*–этособытие,котороеврезультатеиспытаниявообщенеможетпроизойти.

Событияназываются*равновозможными*,еслипоусловиямиспытанияниодноизэтихсобытийнеявляетсяобъективноболеевозможным,чемдругое.

Событияназываются*несовместными*,еслинаступлениеодногоизнихисключаетпоявлениедругого.Впротивномслучаесобытия–*совместные*.

Несколькособытийобразуют*полнуюгруппу*,есливрезультатеопытаобязательнопоявитсяхотябыодноизних.

Событияобразующиеполнуюгруппусобытийиявляющиесянесовместнымииравновозможными,называются*случаями.*

*Подпротивоположнымсобытием*****понимаютсобытие,котороеобязательнодолжнопроизойти,еслиненаступилонекотороесобытиеА(****читается«неА»).

***Суммой***двухсобытийАиВназываетсясобытиеА+Вкотороесостоитвтом,чтонаступит***или***событиеА***или***событиеВ***или***обасобытияодновременно.

***Произведением***двухсобытийАиВназываютсобытиеАВ,котороесостоитвсовместномпоявленииэтихсобытий,инымисловами,умножениеАВозначает,чтопринекоторыхобстоятельствахнаступит***и***событиеА,***и***событиеВ.

**Заданиядляпрактическойработы:**

**Задача1.**Вурненаходятся20пронумерованныхшаров.Случайнымобразомвынимаютодинизних.Определите,какиеизследующихсобытийявляютсядостоверными,невозможными,противоположными:досталишарсчетнымномером(событиеА),досталишарснечетнымномером(событиеВ),досталишарбезномера(событиеС)?

**Задача2.**Вурненаходятсябелыеичерныешары.Случайнымобразомизурныдостаютодинизшаров.Определите,какиеизсобытийА,В,Сявляютсянесовместными,противоположными,возможнымииневозможными,еслисобытиеА–досталибелыйшар,событиеВ–досталичерныйшар,событиеС–досталисинийшар?

**Задача3.**Являютсяливозможнымииневозможнымисобытия,состоящиевтом,чтоприоднократномбросаниикостивыпадет5очков,7очков,от1до6очков?Какиесобытиявэтомиспытанииобразуютполнуюгруппусобытий?

*Практическаяработа№3*

***Вычислениевероятностейсиспользованиемформулкомбинаторики.***

**Цельработы:**

1.Закрепить знания и умения по вычислению вероятностейслучайныхсобытий,используяформулыиправилакомбинаторики.

**Знания**:

1.Основныеправилакомбинаторики.

2.Понятиеосочетаниях,размещениях,перестановках.

3.Понятиеоклассическомопределениивероятности.

**Умения:**

1.Применениекомбинаторныхформулдлявычислениявероятности.

**Содержаниеработы:**

***Классическоеопределениевероятности***

***Вероятностьестьчисло,характеризующеестепеньвозможностипоявлениясобытия***.

Каждыйизвозможныхрезультатовиспытанияназывается***элементарнымисходом***.Теэлементарныеисходы,вкоторыхинтересующеенассобытиенаступает,называются***благоприятствующими***этомусобытию.

***ВероятностьюP(A)***события***А***называютотношениечислаблагоприятствующихэтомусобытиюисходовкобщемучислувсехравновозможныхнесовместныхэлементарныхисходов,образующихполнуюгруппу.***ВероятностьP(A)***события***А***определяетсяпоформуле

http://umk.portal.kemsu.ru/uch-mathematics/papers/posobie/vim01.gif,

где***m***–числоэлементарныхисходов,благоприятствующих***A***;***n***–числовсехвозможныхэлементарныхисходовиспытания.

**Пример1**.Вычислитьвероятностьвыпадениявсумме***10***очковприбросаниипарыкостей.

**Решение***.*Рассмотримвсеравновозможныеисходыврезультатебросаниядвухкостей(ихчислоравно***36***-рекомендуемзаписатьввидетаблицы).Выпадениевсумме***10***очков(событие***А***)возможновтрёхслучаях–***4***очканапервойкостии***6***навторой,***5***очковнапервойи***5***навторой,***6***очковнапервойи***4***навторой.ПоэтомувероятностьсобытияА(выпадениявсумме***10***очков)равнаhttp://umk.portal.kemsu.ru/uch-mathematics/papers/posobie/pim05.gif

**Пример2***.*Из60вопросов,входящихвэкзаменационныебилеты,студентподготовил50.Каковавероятностьтого,чтовзятыйнаудачустудентомбилет,содержащий2вопроса,будетсостоятьизподготовленныхимвопросов?

**Решение.**

1)ОбозначимсобытиеА-«Вынутыйстудентомбилетсостоитизподготовленныхимбилетов».Длявычислениявероятностипоявленияданногособытиявоспользуемсяклассическимопределениемвероятностисобытия,согласнокоторомувероятностьопределяетсяпоформуле:http://allmatematika.ru/images/t4.gif

где*m*–числоисходов,прикоторыхпоявляетсясобытиеА,*n*–общеечислоэлементарныхнесовместныхравновозможныхисходов.

2)Определим*n.*Общеечислобилетовопределяетсясочетаниемпо2из60:

http://allmatematika.ru/images/t7.gif

3)Количествобилетов,вопросыкоторыхстудентзнает,определяетсясочетаниемпо2из50:

http://allmatematika.ru/images/t8.gif

4)ОпределимвероятностьсобытияА:

http://allmatematika.ru/images/t9.gif

***Ответ*:**Вероятностьтого,чтовзятыйнаудачустудентомбилет,содержащий2вопроса,будетсостоятьизподготовленныхимвопросовравнаР(А)=0,69.Тоесть,еслибудет,например,100такихстудентов,то69изнихвытянутбилеты,квопросамкоторыхониподготовлены.

**Заданиядляпрактическойработы:**

***Задача1.***Вурненаходится15белых,5красныхи10чёрныхшаров.Наугадизвлекается1шар,найтивероятностьтого,чтоонбудет:а)белым,б)красным,в)чёрным.

***Задача2***.Вкоробкележат8зеленых,7синихи15красныхкарандашей.Вычислитьвероятностьтого,чтовзятыйнаугадкарандашбудет,синимилизеленым.

***Задача3***.Воднойкоробкенаходится4белыхи8черныхшаров,авдругой–3белыхи9черных.Изкаждойкоробкивынулипошару.Вычислитьвероятностьтого,чтообашараокажутсябелыми.

***Задача4.***Вмагазинпоступило30холодильников,пятьизкоторыхимеютзаводскойдефект.Случайнымобразомвыбираютодинхолодильник.Каковавероятностьтого,чтоонбудетбездефекта?

***Задача5***.Набираяномертелефона,абонентзабылпоследниедвецифрыи,помнялишь,чтоэтицифрыразличны,набралихнаугад.Найтивероятностьтого,чтонабранынужныецифры.

***Задача6.***Абонентзабылпоследнююцифруномерателефонаипоэтомунабираетеёнаугад.Определитьвероятностьтого,чтоемупридётсязвонитьнеболеечемв3места.

***Задача7*.**Цифры1,2,3,…,9,выписанныенаотдельныекарточкискладываютвящикитщательноперемешивают.Наугадвынимаютоднукарточку.Найтивероятностьтого,чточисло,написанноенаэтойкарточке:а)четное;б)двузначное.

***Задача8.***Ребенокимеетнаруках5кубиковсбуквами:А,К,К,Л,У.Каковавероятностьтого,чторебеноксоберетизкубиковслово"кукла"?

***Задача9***.Студентзнает20из25вопросовпрограммы.Найтивероятностьтого,чтостудентзнаетпредложенныеемутривопроса?

***Задача10***.Накарточкахнаписаныцелыечислаот1до15включительно.Наудачуизвлекаютсядвекарточки.Каковавероятностьтого,чтосуммачисел,написанныхнакарточках,равнадесяти?

*Практическаяработа№4*

***Вычислениевероятностейсложныхсобытий***

**Цельработы:**

1.Закрепить знания и умения по вычислению вероятностейсложныхсобытий,используятеоремысложенияиумножениявероятностей.

**Знания**(актуализация):

1.Понятиесложногособытия.

2.Теоремысложенияиумножениявероятностей.

**Умения:**

1.Использованиетеоремсложенияиумножениявероятностей.

**Содержаниеработы:**

*Сумма*двухсобытий–этотакоесобытие,прикоторомпоявляетсяхотябыодноизэтихсобытий(АилиВ).

ЕслиАиВ*совместные*события,тоихсуммаА+ВобозначаетнаступлениесобытияАилисобытияВ,илиобоихсобытийвместе.

ЕслиАиВ*несовместные*события,тоихсуммаА+ВобозначаетнаступлениеилисобытияАилисобытияВ.

Вероятностьсуммы*несовместных*событийравнасуммевероятностейэтихсобытий:Р(А+В)=Р(А)+(В)

Вероятностьсуммыдвух*совместных*событийравнасуммевероятностейэтихсобытийбезвероятностиихсовместногопоявления:

Р(А+В)=Р(А)+Р(В)–Р(АВ)

Несколькособытийобразуют*полнуюгруппу*,есливрезультатеопытаобязательнопоявитсяхотябыодноизних.

Суммавероятностейдискретныхсобытий,образующихполнуюгруппу,равнаединицеР(А)+Р(А)+…+Р(А)=1

илиР(А)=1

Суммавероятностейпротивоположныхсобытийравнаединице:

Р()+Р()=1

**Задача1**Победительсоревнованиянаграждаетсяпризом(событиеА),денежнойпремией(событиеВ),медалью(событиеС).ЧтопредставляютсобойсобытияА+В?

*Решение*

СобытиеА+Всостоитвнаграждениипобедителяилипризомилиденежнойпремией,илитемидругим.

**Задача2**Туристимеетвозможностьпосетить3города:А,ВиС.Обозначаемсобытия:А–туристпосетитгородА;

В–туристпосетитгородВ;

С–туристпосетитгородС.

ВчемзаключаетсясобытиеА+С?

*Решение*

ТуристпосетилтолькоодинизгородовАилиС,илионпосетилихоба.

**Задача3**Вероятностьтого,чтоувзрослогопациентавсезубысохранились,равна0,67.Вероятностьтого,чтонекоторыезубыотсутствуют,равна0,24.Вероятностьтого,чтоонбеззубый,равна0,09.Вычислитьвероятностьтого,чтоупациентанесколькозубов.

*Решение:*Р(А+В)=Р(А)+Р(В)=0,67+0,24=0,91.

**Задача4**Вбольшойпопуляцииплодовоймушки25%мухимеютмутациюглаз,50%-мутациюкрыльев,а40%мухсмутациейглазимеютмутациюкрыльев.Каковавероятностьтого,чтоумухи,неудачувыбраннойизэтойпопуляции,окажетсяхотябыоднаизэтихмутаций?

*Решение*

А–событие,состоящеевтом,чтослучайновыбраннаямухаимеетмутацииглаз.Вестьсобытие,состоящеевтом,чтослучайновыбраннаямухаимеетмутациюкрыльев.Вероятностьтого,чтомухаимеетоднуилиобемутации:

Р(А+В)=Р(А)+Р(В)–Р(АВ)

ТогдаР(А+В)=0,25+0,5–0,4·0,25=0,65

*Условнаявероятность*событияB–вероятностьсобытияB,найденнаяприусловии,чтособытиеAпроизошло.ОбозначаетсяP(B/A).

**Задача5**Вкоробкесодержится3белыхи3жёлтыхтаблетки.Изкоробкидваждывынимаютнаугадпооднойтаблетке,невозвращаяихвкоробку.Найтивероятностьпоявлениябелойтаблеткипривторомиспытании(событиеB),еслиприпервомиспытаниибылаизвлеченажёлтаятаблетка(событиеA).

*Решение*

Послепервогоиспытаниявкоробкеосталось5таблеток,изних3белых.

Искомаяусловнаявероятность:

**Задача6**Вкоробкенаходится8красныхи6белыхтаблеток.Изкоробкипоследовательнобезвозвращенияизвлекают3таблетки.Найтивероятностьтого,чтовсе3таблеткибелые.

*Решение*

Обозначим:A-перваятаблеткабелая,A-втораятаблеткабелая,A-третьятаблеткабелая.



***Законумножениявероятностей***

*Произведение*двухсобытий–этособытие,состоящеевсовместномпоявленииэтихсобытий(AиB).

СобытиеBназывается*независимым*отсобытияA,еслипоявлениесобытияAнеизменяетвероятностипоявлениясобытияB.

Вероятностьпоявлениянескольких*независимых*событийравнапроизведениювероятностейэтихсобытий:



Для*зависимых*событий:



Вероятностьпроизведениядвухсобытийравнапроизведениювероятностиодногоизнихнаусловнуювероятностьдругого,найденнуювпредположении,чтопервоесобытиепроизошло.

**Задача7**Пустьимеютсяследующиесобытия:A–«изколодыкартвынутадама»;B–«изколодыкартвынутакартапиковоймасти».ЧтопредставляетсобойсобытиеAB?

*Решение:*ABестьсобытие«вынутадамапик».

**Задача8**Найтивероятностьсовместногопоявлениягербаприодномбросаниидвухмонет.

*Решение:*

**Задача9**Вероятностьтого,чтоувзрослогопациентавсезубысохранились,равна0,67.Каковавероятностьтого,чтоудвухнеимеющихотношениядругкдругубольных,ожидающихприёмавкабинетестоматолога,естьвсезубы?

*Решение:*

**Задача10**Найтивероятностьтого,чтовсемьяхиздвухдетей:

1. обаребёнка–мальчики;2)обаребёнка–девочки;3)старшийребёнокмальчик,амладший–девочка.Вероятностьрождениямальчика–0,515.

*Решение*



**Задача11**Вероятностьтого,чтостудентвлетнююсессиюсдастпервыйэкзамен,равна0,9,второй–0,9,третий–0,8.Найтивероятностьтого,чтостудентомбудутсданы:1)тольковторойэкзамен;2)всетриэкзамена.

*Решение*

1)

2)

**Теорема.**Вероятностьпоявленияхотябыодногоизсобытий,,…,,независимыхвсовокупности,равнаразностимеждуединицейипроизведениемвероятностейпротивоположныхсобытий,,…,.

**Задача12**Вероятностьпопаданиявцельпристрельбеизтрёхорудийтакова:Каковавероятностьхотябыодногопопадания(событиеА)приодномзалпеизвсехэтихорудий?

*Решение*



**Задача13**Двастрелкастреляютпомишени.Вероятностьпопаданиявмишеньприодномвыстреледляпервогострелкаравна0,7,адлявторого–0,8.Найтивероятностьтого,чтоприодномзалпевмишеньпопадёттолькоодинстрелок.

*Решение*

Вероятностьтого,чтовмишеньпопадётпервыйстрелокинепопадётвторой,равна:



Вероятностьтого,чтовмишеньпопадётвторойстрелокинепопадётпервый,равна:



Вероятностьтого,чтовмишеньпопадёттолькоодинстрелок,равнасуммеэтихвероятностей:



**Задача14**

Сколькодолжнапланироватьпараиметьдетей,чтобывероятностьхотябыодногомальчикабылавыше90%(вероятностьрождениямальчикаидевочки–0,5).

*Решение*

Пустьвероятностьтого,чтовседевочки:



Вероятностьтого,чтоневседевочки:



**Заданиядляпрактическойработы:**

1. Вкоробке30таблеток:10красных,5желтых,15белых.Найтивероятностьпоявленияцветнойтаблетки(т.е.иликраснойилижелтой).
2. Вванну,гдесодержатся3рыбы:А,ВиС-времяотвременипомещаюткусочкипищи.Каждыйраз,когдабросаюткусочек,рыбыконкурируютзанего.Допустим,чтозадлительныйпериодбылоустановлено,чтоАилиВдобивалисьуспехавтечениевремени,аАилиСвтечениевсеговременинаблюдения.

1.Каковавероятностьтого,чтодобиваетсяуспехарыбаА?

2.Какаяизрыбнакормленалучше?

1. Внекоторуюбольницупоступаютпациентысчетырьмявидамиболезней.Многолетниенаблюденияпоказали,чтоэтимгруппамсоответствуютотносительныечастоты0,1;0,4;0,3;0,2.Длялечениязаболеванийсчастотой0,1и0,2необходимопереливаниекрови.Какоеколичествобольныхследуетобеспечитькровью,есливтечениемесяцапоступило1000больных?
2. Вероятностьпопаданиявмишеньдляпервогоспортсмена0,85,адлявторого–0,8.Спортсменынезависимодруготдругасделалипоодномувыстрелу.Найтивероятностьтого,чтовмишеньпопадетхотябыодинспортсмен.
3. Одинстрелокпоражаетмишеньсвероятностью90%,другойсвероятностью75%.Найтивероятностьпораженияцели,еслиобастрелкастреляютвнееодновременно.Цельсчитаетсяпораженнойприпопаданиивнеехотябыоднойиздвухпуль.
4. Изколодыв36картнаудачувынимаетсяодна.Каковавероятностьтого,чтобудетвынутапикаилитуз?
5. Брошенаигральнаякость.Найтивероятностьтого,чтовыпадетчетноеиликратноетремчислоочков.
6. КонсультационныйпунктуниверситетаполучаетпакетысконтрольнымиработамиизгородовА,ВиС.ВероятностьполученияпакетаизгородаАравна0,6,аизгородаВ–0,1.Найтивероятностьтого,чтоочереднойпакетбудетполученизгородаС.
7. Спервогопредприятияпоступило200пробирок,изкоторых190стандартных,асовторого–300,изкоторых280стандартных.Найтивероятностьтого,чтонаудачувзятаяпробиркабудетстандартной.
8. Пустьимеютсяследующиесобытия:А–«изколодыкартвынуттуз»;В–«изколодыкартвынутакартапиковоймасти».ЧтопредставляетсобойсобытиеАВ?
9. Брошенымонетаиигральнаякость.Найтивероятностьсовмещениясобытий:«появилсягерб»;«появилось6очков».
10. Найтивероятностьтого,чтоприбросанииигральнойкостивыпадетчётноечисло(событиеА)ичисло,делящиесяна3(событиеВ).
11. Водномаквариуменаходятся:3белые,3красныеи3голубыерыбки.Трёхслучайновыбранныхрыбокпереносятвдругойаквариум.Каковавероятностьтого,чтовсе3рыбкибелые?
12. Студентизучаетбиологию,химиюифизику.Оноценивает,чтовероятностьполучить«пятёрку»поэтимпредметамравнасоответственно:Предположим,чтооценкистудентапотрёмпредметамнезависимы.Каковавероятность,чтоон:1)неполучитниодной«пятёрки»;2)получит«пятёрку»толькопобиологии?
13. Настеллажебиблиотекивслучайномпорядке7учебниковпоменеджменту,изкоторыхтри–впереплёте.Быловытащенонаудачу2учебника.Каковавероятность,чтообаучебникабудутвпереплёте?
14. Налекциипобиофизикевовторомсеместреприсутствуют124студента.Изнихнаэкзаменеповысшейматематикевзимнююсессиюполучилиоценку«отлично»19человек,«хорошо»-50человек,«удовлетворительно»-24инесдалиэкзамен31человек.Каковавероятностьтого,чтовызванныенаугадодинзадругимдвастудентаизчислаприсутствующихналекциинеимеютзадолженностиповысшейматематике?
15. Студентпришёлназачёт,знаяиз30вопросовтолько24.Каковавероятностьсдатьзачёт,еслипослеотказаотвечатьнавопроспреподавательзадаётещёодинвопрос?
16. Вероятностьтого,чтовтечениеодногорабочегоднявозникнетнеполадкавопределённоммедицинскомприборе,равна0,05.Каковавероятностьтого,чтонепроизойдётниоднойнеполадкиза3рабочихдня?
17. Триохотникаодновременностреляютвзайца.Шанснауспехпервогоохотникарасцениваетсякак3из5;второго–3из10;наконец,длятретьегоохотникаонсоставляютлишь1из10.Каковавероятностьтого,чтозаяцбудетподстрелен?
18. Вероятностьтого,чтовлетнююсессиюстудентсдастпервыйэкзамен,равна0,8,второй–0,9,третий–0,8.Каковавероятностьтого,чтоонсдасттолькопервыйэкзамен?
19. Вкоробке3белыхи3желтыхтаблетки.Изкоробкидваждывынимаютнаудачупооднойтаблетке,невозвращаяихвкоробку.Найтивероятностьпоявлениябелойтаблеткипривторомиспытании(событиеВ),еслиприпервомиспытаниибылаизвлеченажёлтаятаблетка(событиеА).
20. Вкоробке8красныхи6белыхтаблеток.Изкоробкипоследовательнобезвозвращенияизвлекают3таблетки.Найтивероятностьтого,чтовсетаблеткибелые.
21. Колодаиз36картразложенапомастям.Изкаждоймастивыбираютпооднойкарте.Каковавероятностьтого,чтовсе4картытузы?
22. Вероятностьтого,чтовлетнююсессиюстудентсдастпервыйэкзамен,равна0,8,второй–0,9,третий–0,8.Найтивероятностьтого,чтостудентсдастхотябыодинэкзамен.
23. Вероятностьодногопопаданиявцельприодномзалпеиздвухорудийравна0,38.Найтивероятностьпораженияцелиприодномвыстрелепервымизорудий,еслиизвестно,чтодлявторогоорудияэтавероятностьравна0,8.
24. Отделтехническогоконтроляпроверяетмедицинскоеизделиенастандартность.Вероятностьтого,чтоизделиестандартное,равна0,9.Найтивероятностьтого,чтоиздвухпроверенныхизделийтолькоодностандартное.

*Практическаяработа№5*

***ВычислениевероятностейвсхемеБернулли.***

**Цельработы:**

Закрепить знания и умения по вычислению вероятностейсобытийспомощьюформулыБернулли.

**Знания**(актуализация):

1.Определениенезависимыхсобытий.

2.ПонятиесхемыБернулли.

**Умения:**

1.ИспользованиеформулыБернуллидлявычислениявероятностинезависимыхсобытий.

**Содержаниеработы:**

СхемойБернуллиилисхемойповторныхнезависимыхиспытанийсдвумяисходами"успех"или"неуспех",называетсяпоследовательностьnнезависимыхиспытаний,вкаждомизкоторых"успех"наступаетсоднойитойжевероятностьюp≠0и1.

Вероятностьтого,чтоприnиспытаниях"успех"наступитровноkраз,

вычисляетсяпоформулеБернулли:

Рn(k)=Сnk⋅pk⋅qn-k,

где

n-числоиспытаний;

k-число"успехов";

р-вероятность"успеха"водномиспытании;

q=1-р-вероятность"неуспеха";

-числосочетанийизnэлементовпоk.

**Задача**Вероятностьзаболеванияживотногововремяэпидемии0,2.Найтивероятность,чтоиз6животных2заболеют.

*Решение*

Числоживотныхn=6,число"успехов"k=2,p=0,2,q=1–0,2=0,8.



P6(2)=C62⋅0,22⋅0,84= ⋅0,22⋅0,84= ⋅0,04⋅0,84=

=0,25.

**Заданиядляпрактическойработы:**

1.Вероятностьизготовлениястандартногоизделияравна0,95.Каковавероятностьтого,чтосредидесятиизделийнеболееодногонестандартного?

2.Вероятностьпопаданиявмишеньприодномвыстрелеравна0,6.Помишенипроизводитсячетыренезависимыхвыстрела.Найтивероятностьтого,чтобудетхотябыоднопопаданиевмишень.

3.Техническаясистемасостоитизпятиузлов.Вероятностьотказавтечениевремениtдлякаждогоузларавна0,2.Системавыходитизстроя,еслиоткажуттрииболееузлов.Найтивероятностьвыходаизстрояэтойсистемызавремяt,еслиотказывузлахпроисходятнезависимодруготдруга.

4.Поданнымтехническогоконтролявсреднем2%изготавливаемыхназаводеавтоматическихстанковнуждаетсявдополнительнойрегулировке.Чемуравнавероятностьтого,чтоизшестиизготовленныхстанковчетыренуждаютсявдополнительнойрегулировке?

5.Рабочийобслуживаетдесятьоднотипныхстанков.Вероятностьтого,чтостанокпотребуетвниманиярабочеговтечениечаса,равна0,05.Найтивероятностьтого,чтовтечениечасаэтихтребованийбудетоттрехдопяти.

*Практическаяработа№6*

***ВычислениечисловыххарактеристикДСВ.***

**Цельработы:**

НаконкретныхпримерахнаучитьсявычислятьчисловыехарактеристикиДСВ.

**Знания**:

1.Понятиематематическогоожидания,дисперсииисреднегоквадратическогоотклоненияиихзначение.

2.ФормулычисловыххарактеристикДСВ.

3.СвойствачисловыххарактеристикДСВ.

**Умения:**

1.ВычислениечисловыххарактеристикДСВиприменениеихсвойств.

**Содержаниеработы:**

*Математическиможиданием*М(X)дискретнойслучайнойвеличиныXназываетсясуммапроизведенийвсехеезначенийнасоответствующиеимвероятности:

**Задача1**ИзвестнызначенияраспределенияслучайныхвеличинXиY–числоочков,выбиваемыхпервымивторымстрелками.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Хil | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Pi | 0,15 | 0,11 | 0,04 | 0,05 | 0,04 | 0,10 | 0,10 | 0,04 | 0,05 | 0,12 | 0,20 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Yi | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Pi | 0,01 | 0,03 | 0,05 | 0,09 | 0,11 | 0,24 | 0,21 | 0,10 | 0,10 | 0,04 | 0,02 |

Необходимовыявить,какойиздвухстрелковстреляетлучше.Построитьмногоугольникираспределения.

*Решение*

Очевидно,чтоиздвухстрелкойлучшестреляеттот,ктовсреднемвыбиваетбольшееколичествоочков.

М(Х)=0•0,15+1•0,10+2•0,04+….+9•0,12+10•0,2=5,36.

М(Y)=0•0,01+1•0,03•0,05+....+9•0,04+10•0,02=5,36.

Тоестьсреднеечисловыбиваемыхочковудвухстрелководинаково.

*Дисперсия*дискретнойслучайнойвеличины.

Слово«дисперсия»означает*«рассеяние»:*

D(X)=M(X-M(X))².

*Дисперсией*D(Х)случайнойвеличиныXназываетсяматематическоеожиданиеквадратаееотклоненияотматематическогоожидания.



*Среднееквадратическоеотклонение*σ(стандартноеотклонениеилистандарт)случайнойвеличиныХ–этоарифметическоезначениекорняквадратногоизеедисперсии:

**Задача2**

Взадаче1вычислитьдисперсиюисреднееквадратическоеотклонение.

*Решение*

М(Х)=0•0,03+1•0,34+2•0,63=1,6;

D(x)=(0–1,6)²·0,03+(1–1,6)²·0,34+(2–1,6)²·0,63=0,3;

.

**Заданиядляпрактическойработы:**

**Задание1**.СоставитьзаконраспределенияипостроитьмногоугольникраспределениядляслучайнойвеличиныX–числабракованныхизделийввыборкеобъема3.Вероятностьтого,чтодетальокажетсябракованной,равна0,1.Определить,чтоввыборкебудетбракованных:а)2детали;б)неболее2деталей;в)более2деталей.Найтиматематическоеожидание,дисперсиюисреднееквадратическоеотклонениеслучайнойвеличиныX.

**Задание2**.Подбрасываютсядвесимметричныемонеты,подсчитываетсячислогербовнаобеихверхнихсторонахмонет.РассматриваетсядискретнаяслучайнаявеличинаХ–числовыпаденийгербовнаобеихмонетах.ЗаписатьзаконраспределенияслучайнойвеличиныХ.

**Задание3**.ДискретнаяслучайнаявеличинаХимеетзаконраспределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1 |
| pi | 0,1 | 0,2 | 0,4 | P4 | 0,1 |

ЧемуравнавероятностьР4?Построитьмногоугольникраспределения.

**Задание4**.ДискретнаяслучайнаявеличинаХзаданазакономраспределения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| xi | 2 | 4 | 7 |
| pi | 0,5 | 0,2 | 0,3 |

НайтифункциюраспределенияF(x)ипостроитьеёграфик.

**Задание5**.Из25контрольныхработ,средикоторых5оцененына«отлично»,наугадизвлекают3работы.НайтифункциюраспределениядискретнойслучайнойвеличиныХ,равнойчислуоцененныхна«отлично»работсредиизвлеченных.Используяфункциюраспределениянайтивероятностьсобытия1≤Х≤2.

*Практическаяработа№7*

***Построениебиномиальногоигеометрическогораспределения.***

**Цельработы:**

Научитьсястроитьзаконыраспределениябиномиальногоигеометрическогораспределений.

**Знания**:

1.ПонятиеоформулеБернулли.

2.Понятиеобиномиальномигеометрическомраспределениях.

**Умения:**

1.ВычислениевероятностейпоформуламБернулли.

2.Вычислениечисловыххарактеристик.

**Содержаниеработы:**

***Геометрическийзаконраспределения.***

ДляэтогозаконадискретнаяслучайнаявеличинаX–числопроведенныхиспытанийдопервогопоявлениясобытияА,еслииспытанияудовлетворяютсхемеБернулли.

Тогдавероятностьтого,чтовnиспытанияхслучайнаявеличинаXприметзначениеравноеmвычисляетсяпоформуле:

Числовыехарактеристики: и

***Биномиальныйзаконраспределения.***

ДляэтогозаконадискретнаяслучайнаявеличинаX–числопоявленийсобытияАприпроведениииспытаний,удовлетворяющихсхемеБернулли.

Вероятностиеевозможныхзначенийвычисляютсяпоформуле

Числовые характеристики: и

**Заданиядляпрактическойработы:**

**Задача1.**Всвязкеиз3ключейтолькоодинключподходиткдвери.Ключиперебираютдотехпор,поканеотыщетсяподходящийключ.Построитьзаконраспределениядляслучайнойвеличины X–числаопробованныхключей.

**Задача2.**Впартии10%нестандартныхдеталей.Наугадотобраны4детали.Написатьбиноминальныйзаконраспределениядискретнойслучайнойвеличинычисланестандартныхдеталейсредичетырехотобранныхипостроитьмногоугольникполученногораспределения.

**Задача3.**Двеигральныекостиодновременнобросают2раза.Написатьбиноминальныйзаконраспределениядискретнойслучайнойвеличиныhttps://fsd.multiurok.ru/html/2017/05/11/s_591411e5775f0/625139_2.png–числавыпаденийчетногочислаочковнадвухигральныхкостях.

**Задача4**.Поцелипроизводится5выстрелов.Вероятностьпопаданиядлякаждоговыстреларавна0,4.Найтивероятностичислапопаданийипостроитьмногоугольникраспределения.

*Практическаяработа№8*

***Вычисление числовых характеристик НСВ.***

**Цельработы:**

Закрепить знания и умения по вычислению числовых характеристик НСВ.

**Знания**:

1.ОпределениеНСВ.

2.Формулыдля вычислениячисловых характеристик НСВ.

**Умения:**

1.Вычислениеосновных характеристик НСВ.

**Содержаниеработы:**

**Числовые** характеристики непрерывной случайной величины

1. математическое ожидание:;
2. дисперсия:

, .

3) среднее квадратическое отклонение: .

**Пример.**

Случайная величина задана функцией распределения F()=

Найти

1. плотность распределения;
2. математическое ожидание, дисперсию случайной величины Х.

***Решение***

* 1. *f*()=
  2. M()=

M()=

****

**Заданиядляпрактическойработы:**

Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения ;

1. Найдите значение постоянной величины С .

2. Определить плотность распределения .

3. Найдите математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и вероятность попадания случайной величины X на заданный участок значений (двумя способами).

*Практическаяработа№9*

***Построение функции плотности и интегральной функции распределения.***

**Цельработы:**

Закрепить навыки и умения по нахождению функций плотности и распределения, построению их графиков.

**Знания**:

1.Понятие о функциях плотности и распределения, их свойствах.

**Умения:**

1.Построениеграфиковфункций плотности и распределения.

**Содержаниеработы:**

**Заданиядляпрактическойработы:**

Функцией распределения случайной величины Х называют функцию F(x), определяющую для каждого значения х, вероятность того, что случайная величина Х примет значение меньше х, т.е. Функцию F(x) называют ***интегральной функцией распределения***.

Функция распределения обладает следующими свойствами:

* значение функции распределения принадлежит отрезку [0,1]: 0 ≤ F(x) ≤ 1;
* функция распределения есть неубывающая функция;
* вероятность того, что случайная величина Х примет значение, заключенное в интервале равна приращению функции распределения на этом интервале
* если все возможные значения случайной величины Х принадлежат интервалу
* справедливы следующие предельные отношения:

Предположим, что для непрерывной случайной величины Х ее функция распределения имеет непрерывную производную . Функцию называют ***плотностью вероятности*** (для данного распределения) или дифференциальной функцией распределения.

* Так как плотность вероятности является производной неубывающей функции , то она неотрицательна: .
* Так как является первообразной для то на основании формулы Ньютона-Лейбница и имеем .
* Условие нормировки:

**Пример.**

Случайная величина X задана плотностью вероятности.

Требуется:

1. Найти коэффициент *C*.

2. Найти функцию распределения *F(x)* и *f(х)*

3. Найти вероятность *P(α < X < β);*

4. Построить графики *f(x)* и *F(x).*

**Решение:**

1. Найдем параметр С, для этого воспользуемся свойством плотности вероятности (условием нормировки):

Получили:

1. Найдём

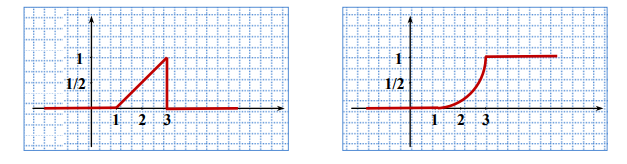
а)

б)

в)

Таким образом,

1. График *f(x)* График *F(x)*



**Заданиядляпрактическойработы:**

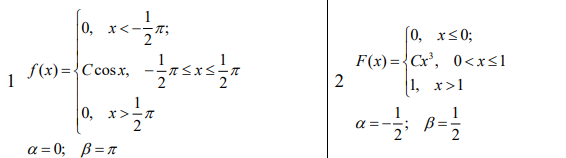
Требуется:

1. Найти коэффициент *C*.

2. Найти функцию распределения *F(x)* и *f(х)*

3. Найти вероятность *P(α < X < β);*

4. Построить графики *f(x)* и *F(x).*



*Практическаяработа№10*

***Построение эмпирической функции распределения.***

**Цельработы:**

Закрепить и проверить знания и умения по графическому отображению вариационного ряда, построению эмпирической функции распределения.

**Знания**:

1. Понятие о генеральной совокупности и ее графическом представлении.

2. Понятие об эмпирической функции распределения.

**Умения:**

1.Построение эмпирической функции распределения.

**Содержаниеработы:**

**Генеральная совокупность**– все множество имеющихся объектов.

**Выборка** – набор объектов, случайно отобранных из генеральной совокупности.

**Объем генеральной совокупности *N* и объем выборки *n*** – число объектов в рассматриваемой совокупности.

Пусть интересующая нас случайная величина *Х* принимает в выборке значение *х*1- *п*1 раз, *х*2 – *п*2 раз, …, *хк – пк* раз, причем  где *п* – объем выборки. Тогда наблюдаемые значения случайной величины *х*1, *х*2,…, *хк* называют **вариантами**, а *п*1, *п*2,…, *пк* – **частотами**. Если разделить каждую частоту на объем выборки, то получим **относительные частоты **Последовательность вариант, записанных в порядке возрастания, называют **вариационным** рядом, а перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот – **статистическим рядом**:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | *x*1 | *x*2 | … | *xk* |
| *ni* | *n*1 | *n*2 | … | *nk* |
| *wi* | *w*1 | *w*2 | … | *wk* |

**Пример.**Имея конкретную выборку: 2, 6, 12, 6, 6, 2, 6,12, 12, 6, 6, 6, 12, 12, 6, 12, 2, 6, 12, 6 (n=20), записать вариационный ряд и таблицу статистического распределения выборки.

***Решение****.* Составим вариационный ряд – запишем варианты в возрастающем порядке 2, 2, 2, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12.

Статистическое распределение выборки.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Варианты | 2 | 6 | 12 |
| Абсолютные частоты - | 3 | 10 | 7 |
| Относительные частоты |  |  |  |

Контроль: .

**Вариационным рядом** называется ранжированный в порядке возрастания или убывания ряд вариантов с соответствующими им частотами.

Вариационный ряд называется **дискретным**, если любые его варианты отличаются на постоянную величину, и **непрерывным (интервальным**), если варианты могут отличаться один от другого на сколь угодно малую величину.

Для графического изображения вариационных рядов наиболее часто используются **полигон, гистограмма, кумулятивная кривая (кумулята**).

**Полигон,** как правило, служит для изображения дискретного вариационного ряда и представляет собой ломаную, концы звеньев которой имеют координаты (), i=1,2,…m.

Для непрерывного признака графической иллюстрацией служит **гистограмма**, то есть ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиной *h*, а высотами *–* отрезки длиной*ni /h* (гистограмма частот) или*wi /h*(гистограмма относительных частот). В первом случае площадь гистограммы равна объему выборки, во втором – единице (рис.1).

**Выборочной (эмпирической) функцией распределения** называют функцию *F\**(*x*), определяющую для каждого значения *х* относительную частоту события *X<x.* Таким образом,,

где *пх* – число вариант, меньших *х*, *п* – объем выборки.

Из определения эмпирической функции распределения видно, что ее свойства совпадают со свойствами *F*(*x*), а именно:

1. 0 ≤ *F\**(*x*) ≤ 1.
2. *F\**(*x*) – неубывающая функция.
3. Если *х*1 – наименьшая варианта, то *F\**(*x*) = 0 при *х*≤ *х*1; если *хк*– наибольшая варианта, то *F\**(*x*) = 1 при *х* >*хк .*

**Пример.** Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Варианты | xi | 2 | 6 | 10 |
| Частоты | ni | 12 | 18 | 30 |

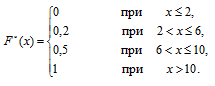
***Решение****:* Найдем объем выборки: 12+18+30=60. Наименьшая варианта равна 2, следовательно F\*(x) = 0 при x ≤ 2.

Значение х < 6, а именно х1 = 2 наблюдалось 12 раз, следовательно, F\*(x)=12/60=0.2

При и х2 = 6 наблюдались 12+18=30 раз, следовательно, F\*(x)=30/60=0.5

Так как х = 10 – наибольшая варианта, то F\*(x)=1 при x>10.

Искомая эмпирическая функция:



**Заданиядляпрактическойработы:**

* + 1. Выборка задана в виде распределения частот:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 5 | 7 |
|  | 1 | 3 | 6 |

Найти распределение относительных частот. Построить полигон частот и полигон относительных частот.

* + 1. Найти функцию распределения по данному распределению выборки:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 5 |
|  | 10 | 4 | 6 |

* + 1. По данным выборочного обследования получено следующее распределение семей по среднедушевому доходу

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Среднедушевой доход семьи в месяц, у.е. | до 25 | 25-50 | 50-75 | 75-100 | 100-125 | 125-150 | 150 и выше |
| Количество обследованных семей | 46 | 236 | 250 | 176 | 102 | 78 | 12 |

Постройте гистограмму распределения частот.

*Практическаяработа№11*

***Вычисление числовых характеристик выборки.***

**Цельработы:**

Наконкретныхпримерахнаучиться вычислять основные числовые характеристики выборки.

**Знания**:

1.Понятиеоб основных числовых характеристиках выборки и их свойствах.

**Умения:**

1.Вычислениевыборочной средней, выборочной дисперсии и выборочного среднего квадратического отклонения.

**Содержаниеработы:**

***Числовые характеристики вариационных рядов.***

**Выборочная средняя.**

Пусть для изучения генеральной совокупности относительно количественного признака  извлечена выборка объема .

*Выборочной средней  называют среднее арифметическое значение признака выборочной совокупности.*

Если все значения  признака выборки объема  различны, то

.

Если же значения признака  имеют соответственно частоты , причем , то

 или .

**Выборочная дисперсия и выборочное среднее квадратическое отклонение.**

Для того чтобы охарактеризовать рассеяние наблюдаемых значений количественного признака выборки вокруг своего среднего значения , вводят такую характеристику как выборочная дисперсия.

*Выборочной дисперсией  называют среднее арифметическое квадратов отклонения наблюдаемых значений признака от их среднего значения* .

Если все значения  признака выборки объема  различны, то

 .

Если же значения признака  имеют соответственно частоты , причем , то

. **Пример.** Выборочная совокупность задана таблицей распределения:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *1* | *2* | *3* | *4* |
|  | *20* | *15* | *10* | *5* |

Найти выборочную дисперсию.

*Решение.*

Найдем выборочную среднюю по формуле (26.2): .

Найдем выборочную дисперсию:

.

*Выборочным средним квадратическим отклонением (стандартом) называют квадратный корень из выборочной дисперсии:  .*

**Заданиядляпрактическойработы:**

Для заданий из Практической работы № 10 вычислить несмещенные оценки данного распределения – выборочное среднее, несмещенную дисперсию и несмещенное среднее квадратическое отклонение.

*Практическаяработа№12*

***Вычисление интервальных оценок.***

**Цельработы:**закрепить и проверить знания и умения по интервальной оценке математического ожидания и среднего квадратического отклонения.

**Знания**: понятие о доверительном интервале.

**Умения:**вычисление числовых характеристик выборки и построение доверительного интервала.

### Теоретическиесведения.

*Интервальной* называют оценку, которая определяется двумя числами – концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

*Доверительным* называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Интервальной оценкой (с надежностью γ) математического ожидания а нормально распределенного признака Х по выборочной средней с известным среднем квадратичном отклонении генеральной совокупности служит доверительный интервал

, где - точность оценки, n – объем выборки, t – значение аргумента функции Лапласа, при котором .

Интервальной оценкой (с надежностью γ) математического ожидания а нормально распределенного признака Х по выборочной средней с неизвестным средним квадратичном отклонении генеральной совокупности служит доверительный интервал

, где - исправленное выборочное среднее, n – объем выборки, tν – находят по таблице в Приложении 4.

Интервальной оценкой (с надежностью γ) среднеквадратичного отклонения σ нормально распределенного признака Х по исправленному выборочному среднему квадратичному отклонению s служит доверительный интервал

, при q<1 и , при q>1, где q – находят по таблице в Приложении 5.

**Заданиядляпрактическойработы.**

# Вариант 1

1. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания а нормально распределенного признака Х генеральной совокупности, если генеральное среднеквадратичное отклонение равно 5, выборочная средняя равна 14, объем выборки – 25.
2. Решить задачу 3 при условии, что средне квадратичное отклонение неизвестно.

# Вариант 2

1. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,98 неизвестного математического ожидания а нормально распределенного признака Х генеральной совокупности, если генеральное среднеквадратичное отклонение равно 4, выборочная средняя равна 12, объем выборки – 30.
2. Решить задачу 3 при условии, что средне квадратичное отклонение неизвестно.

# Вариант 3

1. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,85 неизвестного математического ожидания а нормально распределенного признака Х генеральной совокупности, если генеральное среднеквадратичное отклонение равно 4, выборочная средняя равна 15, объем выборки – 35.
2. Решить задачу 3 при условии, что средне квадратичное отклонение неизвестно.

# Вариант 4

1. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,8 неизвестного математического ожидания а нормально распределенного признака Х генеральной совокупности, если генеральное среднеквадратичное отклонение равно 7, выборочная средняя равна 16, объем выборки – 30.
2. Решить задачу3 при условии, что средне квадратичное отклонение неизвестно.

# Вариант 5

1. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,9 неизвестного математического ожидания а нормально распределенного признака Х генеральной совокупности, если генеральное среднеквадратичное отклонение равно 5, выборочная средняя равна 14, объем выборки – 25.
2. Решить задачу 3 при условии, что средне квадратичное отклонение неизвестно.

***Перечень используемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы***

*Основные источники:*

1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика 2016 ОИЦ «Академия».

*Дополнительные источники:*

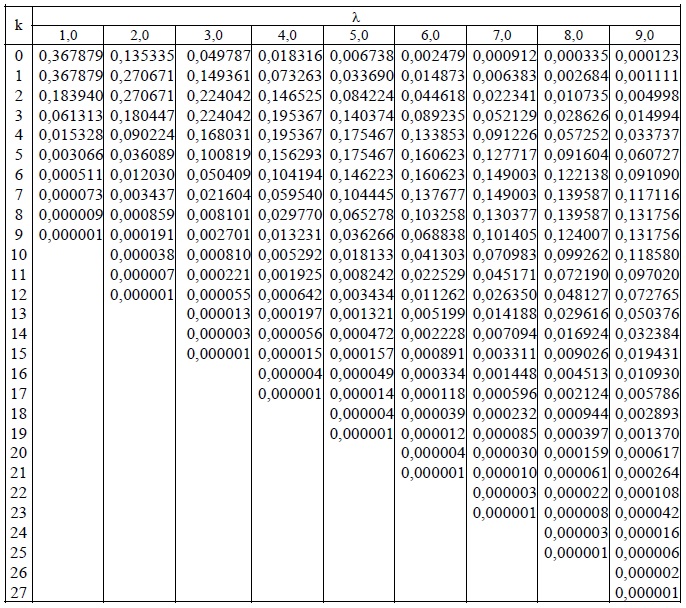
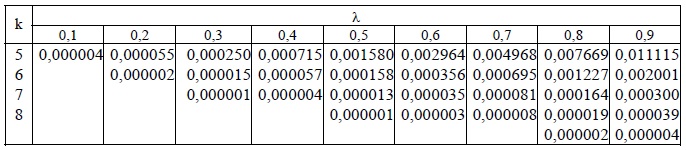
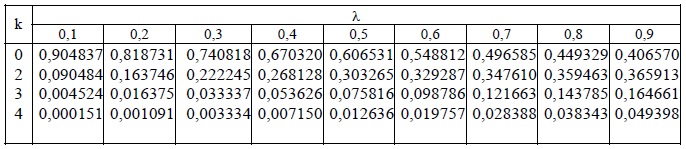
1. Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач 2016 ОИЦ «Академия».

*Интернет - ресурсы*

* Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM Режим доступа: http://www.znanium.com/
* Электронно-библиотечная система "ЮРАЙТ" Режим доступа http://www. biblio-online. ru

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**

***Таблица значений функции Пуассона***ÑÐ¾ÑÐ¼ÑÐ»Ð°



**ПРИЛОЖЕНИЕ 2**

***Таблица значений функции***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,0  0,1  0,2  0,3  0,4  0,5  0,6  0,7  0,8  0,9  1,0  1,1  1,2  1,3  1,4  1,5  1,6  1,7  1,8  1,9  2,0  2,1  2,2  2,3  2,4  2,5  2,6  2,7  2,8  2,9  3,0  3,1  3,2  3,3  3,4  3,5  3,6  3,7  3,8  3,9 | 0,3989  3970  3910  3814  3683  3521  3332  3123  2897  2661  0,2420  2179  1942  1714  1497  1295  1109  0940  0790  0656  0,0540  0440  0355  0283  0224  0175  0136  0104  0079  0060  0,0044  0033  0024  0017  0012  0009  0006  0004  0003  0002 | 3989  3965  3902  3802  3668  3503  3312  3101  2874  2637  2396  2155  1919  1691  1476  1276  1092  0925  0775  0644  0529  0431  0347  0277  0219  0171  0132  0101  0077  0058  0043  0032  0023  0017  0012  0008  0006  0004  0003  0002 | 3989  3961  3894  3790  3652  3485  3292  3079  2850  2613  2371  2131  1895  1669  1456  1257  1074  0909  0761  0632  0519  0422  0339  0270  0213  0167  0129  0099  0075  0056  0042  0031  0022  0016  0012  0008  0006  0004  0003  0002 | 3988  3956  3885  3778  3637  3467  3271  3056  2827  2589  2347  2107  1872  1647  1435  1238  1057  0893  0748  0620  0508  0413  0332  0264  0208  0163  0126  0096  0073  0055  0040  0030  0022  0016  0011  0008  0005  0004  0003  0002 | 3986  3951  3876  3765  3621  3448  3251  3034  2803  2565  2323  2083  1849  1626  1415  1219  1040  0878  0734  0608  0498  0404  0325  0258  0203  0158  0122  0093  0071  0053  0039  0029  0021  0015  0011  0008  0005  0004  0003  0002 | 3984  3945  3867  3752  3605  3429  3230  3011  2780  2541  2299  2059  1826  1604  1394  1200  1023  0863  0721  0596  0488  0396  0317  0252  0198  0154  0119  0091  0069  0051  0038  0028  0020  0015  0010  0007  0005  0004  0002  0002 | 3982  3939  3857  3739  3589  3410  3209  2989  2756  2516  2275  2036  1804  1582  1374  1182  1006  0848  0707  0584  0478  0387  0310  0246  0194  0151  0116  0088  0067  0050  0037  0027  0020  0014  0010  0007  0005  0003  0002  0002 | 3980  3932  3847  3726  3572  3391  3187  2966  2732  2492  2251  2012  1781  1561  1354  1163  0989  0833  0694  0573  0468  0379  0303  0241  0189  0147  0113  0086  0065  0048  0036  0026  0019  0014  0010  0007  0005  0003  0002  0002 | 3977  3925  3836  3712  3555  3372  3166  2943  2709  2468  2227  1989  1758  1539  1334  1145  0973  0818  0681  0562  0459  0371  0297  0235  0184  0143  0110  0084  0063  0047  0035  0025  0018  0013  0009  0007  0005  0003  0002  0001 | 3973  3918  3825  3697  3538  3352  3144  2920  2685  2444  2203  1965  1736  1518  1315  1127  0957  0804  0669  0551  0449  0363  0290  0229  0180  0139  0107  0081  0061  0046  0034  0025  0018  0013  0009  0006  0004  0003  0002  0001 |

**ПРИЛОЖЕНИЕ 3**

***Таблица значений функции =***

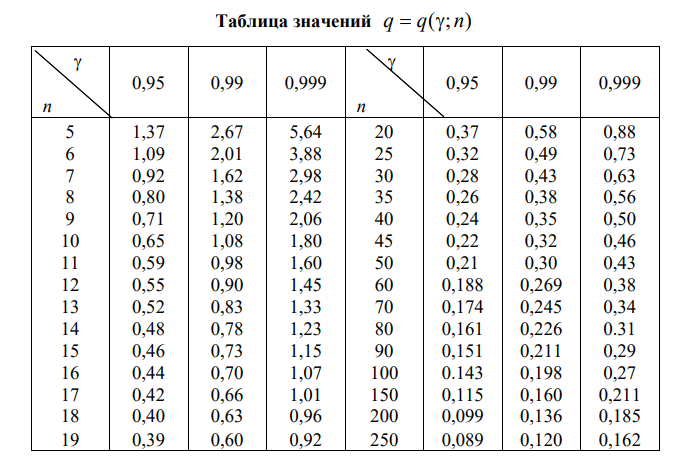
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *Ф(x)* | *x* | *Ф(x)* | *x* | *Ф(x)* | *x* | *Ф(x)* |
| 0,01  0,01  0,02  0,03  0,04  0,05  0,06  0,07  0,08  0,09  0,10  0,11  0,12  0,13  0,14  0,15  0,16  0,17  0,18  0,19  0,20  0,21  0,22  0,23 | 0,0000  0,0040  0,0080  0,0120  0,0160  0,0199  0,0239  0,0279  0,0319  0,0359  0,0398  0,0438  0,0478  0,0517  0,0557  0,0596  0,0636  0,0675  0,0714  0,0753  0,0793  0,0832  0,0871  0,0910 | 0,24  0,25  0,26  0,27  0,28  0,29  0,30  0,31  0,32  0,33  0,34  0,35  0,36  0,37  0,38  0,39  0,40  0,41  0,42  0,43  0,44  0,45  0,46  0,47 | 0,0948  0,0987  0,1026  0,1064  0,1103  0,1141  0,1179  0,1217  0,1255  0,1293  0,1331  0,1368  0,1406  0,1443  0,1480  0,1517  0,1554  0,1591  0,1628  0,1664  0,1700  0,1736  0,1772  0,1808 | 0,48  0,49  0,50  0,51  0,52  0,53  0,54  0,55  0,56  0,57  0,58  0,59  0,60  0,61  0,62  0,63  0,64  0,65  0,66  0,67  0,68  0,69  0,70  0,71 | 0,1844  0,1879  0,1915  0,1950  0,1985  0,2019  0,2054  0,2088  0,2123  0,2157  0,2190  0,2224  0,2257  0,2291  0,2324  0,2357  0,2389  0,2422  0,2454  0,2486  0,2517  0,2549  0,2580  0,2611 | 0,72  0,73  0,74  0,75  0,76  0,77  0,78  0,79  0,80  0,81  0,82  0,83  0,84  0,85  0,86  0,87  0,88  0,89  0,90  0,91  0,92  0,93  0,94  0,95 | 0,2642  0,2673  0,2703  0,2734  0,2764  0,2794  0,2823  0,2852  0,2881  0,2910  0,2939  0,2967  0,2995  0,3023  0,3051  0,3078  0,3106  0,3133  0,3159  0,3186  0,3212  0,3238  0,3264  0,3289 |
| *x* | *Ф(x)* | *x* | *Ф(x)* | *x* | *Ф(x)* | *x* | *Ф(x)* |
| 0,96  0,97  0,98  0,99  1,00  1,01  1,02  1,03  1,04  1,05  1,06  1,07  1,08  1,09  1,10  1,11  1,12  1,13  1,14  1,15  1,16  1,17  1,18  1,19  1,20  1,21  1,22  1,23  1,24  1,25  1,26  1,27  1,28  1,29  1,30  1,31  1,32  1,33  1,34  1,35  1,36 | 0,3315  0,3340  0,3365  0,3389  0,3413  0,3438  0,3401  0,3485  0,3508  0,3531  0,3554  0,3577  0,3599  0,3621  0,3643  0,3665  0,3686  0,3708  0,3729  0,3749  0,3770  0,3790  0,3810  0,3830  0,3849  0,3869  0,3883  0,3907  0,3925  0,3944  0,3962  0,3980  0,3997  0,4015  0,4032  0,4049  0,4066  0,4082  0,4099  0,4115  04131 | 1,37  1,38  1,39  1,40  1,41  1,42  1,43  1,44  1,45  1,46  1,47  1,48  1,49  1,50  1,51  1,52  1,53  1,54  1,55  1,56  1,57  1,58  1,59  1,60  1,61  1,62  1,63  1,64  1,65  1,66  1,67  1,68  1,69  1,70  1,71  1,72  1,73  1,74  1,75  1,76  1,77 | 0,4147  0,4162  0,4177  0,4192  0,4207  0,4222  0,4236  0,4251  0,4265  0,4279  0,4292  0,4306  0,4319  0,4332  0,4345  0,4357  0,4370  0,4382  0,4394  0,4406  0,4418  0,4429  0,4441  0,4452  0,4463  0,4474  0,4484  0,4495  0,4505  0,4515  0,4525  0,4535  0,4545  0,4554  0,4564  0,4573  0,4582  0,4591  0,4599  0,4608  0,4616 | 1,78  1,79  1,80  1,81  1,82  1,83  1,84  1,85  1,86  1,87  1,88  1,89  1,90  1,91  1,92  1,93  1,94  1,95  1,96  1,97  1,98  1,99  2,00  2,02  2,04  2,06  2,08  2,10  2,12  2,14  2,16  2,18  2,20  2,22  2,24  2,26  2,28  2,30  2,32  2,34 | 0,4625  0,4633  0,4641  0,4649  0,4656  0,4664  0,4671  0,4678  0,4686  0,4693  0,4699  0,4706  0,4713  0,4719  0,4726  0,4732  0,4738  0,4744  0,4750  0,4756  0,4761  0,4767  0,4772  0,4783  0,4793  0,4803  0,4812  0,4821  0,4830  0,4838  0,4846  0,4854  0,4861  0,4868  0,4875  0,4881  0,4887  0,4893  0,4898  0,4904 | 2,36  2,38  2,40  2,42  2,44  2,46  2,48  2,50  2,52  2,54  2,56  2,58  2,60  2,62  2,64  2,66  2,68  2,70  2,72  2,74  2,76  2,78  2,80  2,82  2,84  2,86  2,88  2,90  2,92  2,94  2,96  2,98  3,00  3,20  3,40  3,60  3,80  4,00  4,50  5,00 | 0,4909  0,4913  0,4918  0,4922  0,4927  0,4931  0,4934  0,4938  0,4941  0,4945  0,4948  0,4951  0,4953  0,4956  0,4959  0,4961  0,4963  0,4965  0,4967  0,4969  0,4971  0,4973  0,4974  0,4976  0,4977  0,4979  0,4980  0,4981  0,4982  0,4984  0,4985  0,4985  0,49865  0,49931  0,49966  0,499841  0,499928  0,499968  0,499997  0,499997 |

**ПРИЛОЖЕНИЕ 4**

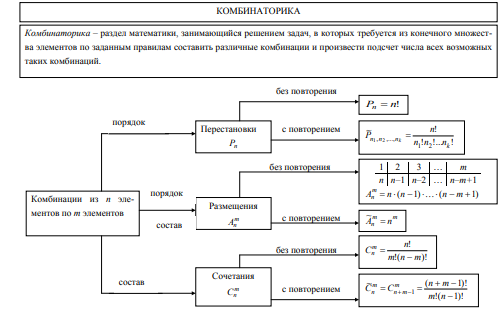
***Таблица значений***

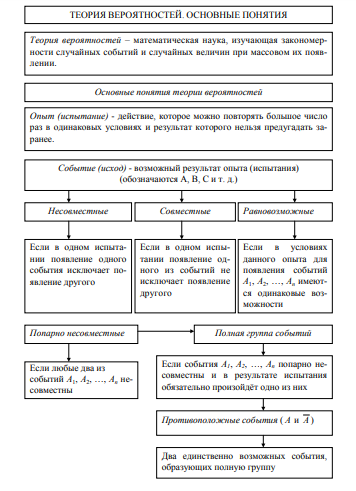
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *n* | γ | | | *n* | γ | | |
| 0.95 | 0.99 | 0.999 | 0.95 | 0.99 | 0.999 |
| 5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19 | 2.78  2.57  2.45  2.37  2.31  2.26  2.23  2.20  2.18  2.16  2.15  2.13  2.12  2.11  2.10 | 4.60  4.03  3.71  3.50  3.36  3.25  3.17  3.11  3.06  3.01  2.98  2.95  2.92  2.90  2.88 | 8.61  6.86  5.96  5.41  5.04  4.78  4.59  4.44  4.32  4.22  4.14  4.07  4.02  3.97  3.92 | 20  25  30  35  40  45  50  60  70  80  90  100  120  ∞ | 2.093  2.064  2.045  2.032  2.023  2.016  2.009  2.001  1.996  1.001  1.987  1.984  1.980  1.960 | 2.861  2.797  2.756  2.720  2.708  2.692  2.679  2.662  2.649  2.640  2.633  2.627  2.617  2.576 | 3.883  3.745  3.659  3.600  3.558  3.527  3.502  3.464  3.439  3.418  3.403  3.392  3.374  3.291 |

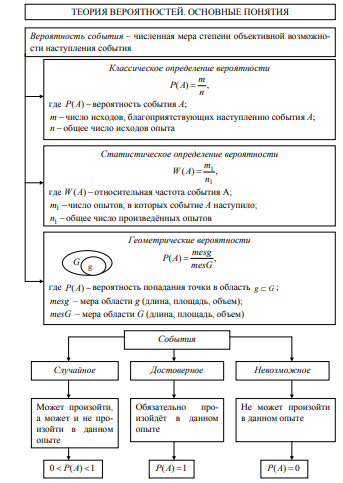
**ПРИЛОЖЕНИЕ 5**

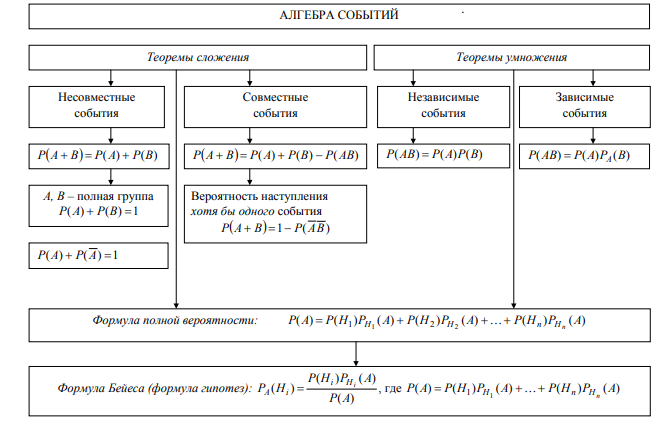


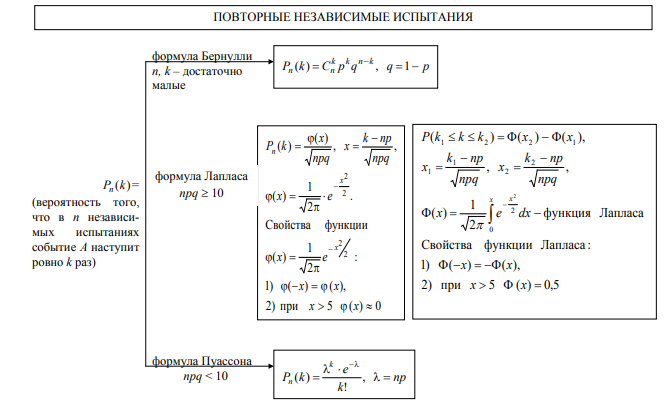
ОПОРНЫЕ СХЕМЫ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

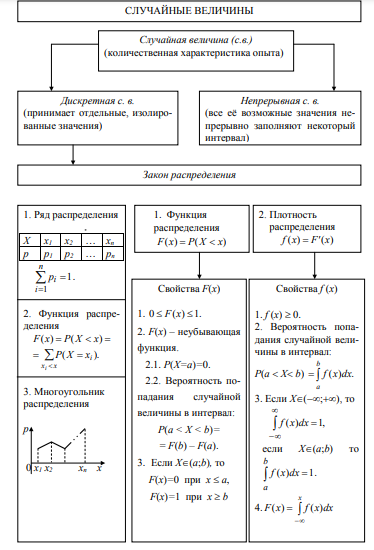


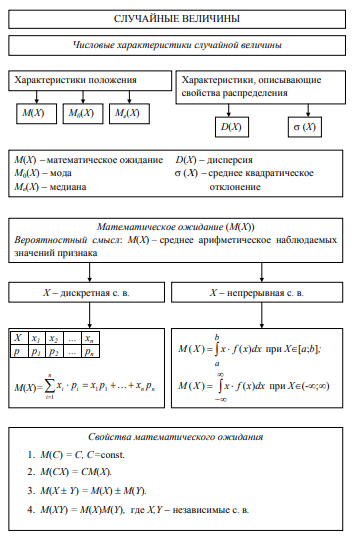


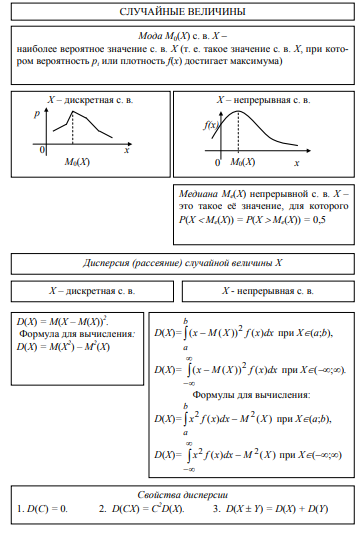


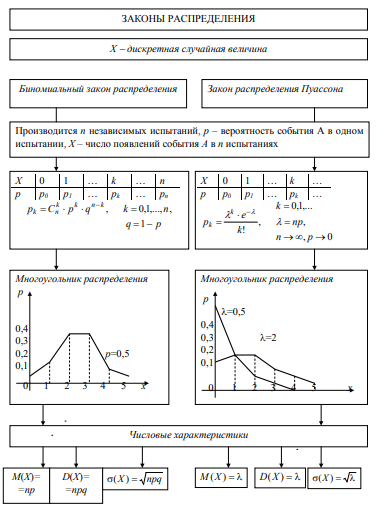


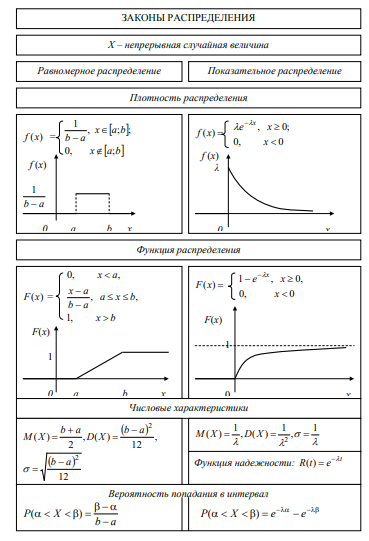












\*\*\*\*\*