

Министерство образования и науки Челябинской области  
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
**«Южно-Уральский государственный технический колледж»**

**Методические рекомендации**  
**по выполнению практических работ**  
по учебной дисциплине

**«Техническая механика»**

для специальности

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений

ФП «Профессионалитет», Строительная отрасль

2023

## **АКТ СОГЛАСОВАНИЯ**

**на методические указания по выполнению практических работ по учебной дисциплине «Техническая механика», для студентов специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений, разработанные преподавателем**

**Южно-Уральского государственного технического колледжа  
ЕФРЕМОВОЙ О.А.**

Автором представлены методические рекомендации по выполнению и оформлению практических работ, по учебной дисциплине «Техническая механика» рассчитанные на 40 аудиторных часов. Разработано 40 часов практических работ в полном соответствии с утвержденным учебным планом и утвержденной рабочей программой. Определены знания и умения студента по каждой теме.

Содержание и структура методических рекомендаций удовлетворяет требованиям, предъявляемым к данной учебной дисциплине. Приведены контрольные вопросы для проверки знаний.

Методические рекомендации разработаны с учетом действующей правовой, нормативной и справочной литературы.

Задания разработаны с учетом развивающегося строительного производства и отвечают требованиям к минимуму знаний и умений, которыми должен владеть учащийся колледжа, обучающийся по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

Приведена учебная литература в необходимом объеме.

Выполнение практических работ способствует разносторонней подготовке студентов к производственной деятельности в современных условиях, а также более полному усвоению теоретического материала.

Итогом выполнения работ является получение зачета по практическим работам.

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению практических работ по учебной дисциплине «Техническая механика» для специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений. ФП «Профессионалитет», Строительная отрасль

Практические работы разработаны в рамках рабочей программы – являющегося частью основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС и ФП «Профессионалитет» по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений в части освоения основного вида профессиональной деятельности и соответствующих профессиональных компетенций (ПК).

Рекомендациями предусматривается выполнение расчетов на прочность, жесткость, устойчивость элементов сооружений; определение аналитическим и графическим способами усилий, опорных реакций балок, ферм, рам; построение эпюр нормальных напряжений, изгибающих моментов и др.

Проведение практических работ предусматривает своей целью закрепление теоретических знаний и приобретение необходимых практических умений по программе. При выполнении практических работ студенты осваивают современные методы расчета.

Форма проведения учебных занятий выбирается преподавателем, исходя из дидактической цели и содержания материала.

Выполнение практических работ способствует разносторонней подготовке студентов к производственной деятельности в современных условиях, а также более полному усвоению теоретического материала.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**уметь:**

- выполнять расчеты на прочность, жесткость и устойчивость элементов сооружений;
- определять аналитическим и графическим способами усилия, опорные реакции балок, ферм, рам;
- определять усилия в стержнях ферм;
- строить эпюры нормальных напряжений, изгибающих моментов и др.;
- производить расчеты на сжатие/ срез и смятие;
- производить расчеты элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость;

- собирать конструкции из деталей по чертежам и схемам;

**знать:**

- законы механики деформируемого твердого тела, виды деформаций, основные расчеты;
- определение направления реакции связи;
- определение момента силы относительно точки, его свойства;
- типы нагрузок и виды опор балок, ферм, рам;
- напряжения и деформации, возникающие в строительных элементах при работе под нагрузкой;
- моменты инерции простых сечений элементов и др;
- методику расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации;
- методику расчета на сжатие / срез и смятие;

**профессиональные компетенции:**

- ПК 1.1. Подбирать наиболее оптимальные решения из строительных конструкций и материалов, разрабатывать узлы и детали конструктивных элементов зданий и сооружений в соответствии с условиями эксплуатации и назначением;
- ПК 1.2. Выполнять расчеты и конструирование строительных конструкций.

**общие компетенции:**

- ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;
- ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;
- ОК 03. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами;
- ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

**личностные результаты:**

- ЛР 4. Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде личностно и профессионального конструктивного «цифрового следа»
- ЛР 7. Осознающий приоритетную ценность личности человека; уважающий собственную и чужую уникальность в различных ситуациях, во всех формах и видах деятельности



- ЛР 11. Проявляющий уважение к эстетическим ценностям, обладающий основами эстетической культуры

- ЛР 13. Способный при взаимодействии с другими людьми достигать поставленных целей, стремящийся к формированию в строительной отрасли и системе жилищно-коммунального хозяйства личностного роста как профессионала

- ЛР 14. Способный ставить перед собой цели для решения возникающих профессиональных задач, подбирать способы решения и средства развития, в том числе с использованием информационных технологий

- ЛР 15. Содействующий формированию положительного образа и поддержанию престижа своей профессии

При изложении материала необходимо соблюдать единство терминологии, обозначений, единицу измерения в соответствии с действующими стандартами (СНиПами, СП, ГОСТами).

### Критерии оценки выполнения студентом практических работ.

№ п.п.	Оцениваемые навыки	Метод оценки	Критерии оценки			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
1	Отношение к работе	Наблюдение руководителя, просмотр материала	Все материалы представлены в указанный срок, не требуют дополнительного времени на завершение. Ответственное отношение к работе	Все материалы представлены в указанный срок, не требуют дополнительного времени на завершение. Добросовестное отношение к работе	Все материалы представлены в указанный срок. Поверхностное отношение к выполнению поставленной задачи	В отведенное для работы время не уложился. Не добросовестное отношение к работе
2	Способность выполнять вычисления	Проверка работы	Четко выполняет статические расчеты	Выполняет статические расчеты, имеются ошибки в вычислениях (10%-15%).	Выполняет статические расчеты, имеется достаточное количество ошибок в вычислениях (30%-40%).	Не способен использовать даже простейшие арифметические действия для получения конкретного результата. Большое

						число ошибок в вычислениях, требуется доскональная проверка результатов
3	Использование справочного материала и нормативной документации	Наблюдение руководителя, проверка работы	Демонстрирует отличную теоретическую подготовку, свободно ориентируется в справочном материале и нормативной документации	Демонстрирует хорошую теоретическую подготовку, достаточно свободно ориентируется в справочном материале	Демонстрирует удовлетворительную теоретическую подготовку, не достаточно свободно ориентируется в справочном материале и нормативной документации, требуется помощь преподавателя	Не способен без помощи преподавателя пользоваться нормативной и справочной литературой. Нет твердых знаний по предмету
4	Умение использовать полученные ранее знания и навыки для решения конкретной задачи	Наблюдение руководителя, проверка работы	Без дополнительных пояснений использует навыки и умения, полученные при изучении образовательных дисциплин	Достаточно грамот но использует знания и умения полученные при изучении смежных дисциплин	Требуются пояснения преподавателя для правильного использования знаний и умений, полученных при изучении смежных дисциплин при решении конкретно поставленной задачи.	Не способен использовать знания полученные при изучении смежных дисциплин при решении конкретно поставленной задачи в данной дисциплине.
5	Оформление работы	Просмотр материалов	Все материалы оформлены согласно стандартным требованиям инструкций, графика на	Все материалы оформлены аккуратно, но с небольшими отступлениями от требований	Материалы оформлены небрежно, с ошибками и недостаточным количеством отступлений	Работа оформлена в высшей степени небрежно. Демонстрируемые записи, вы-

			высоком уровне	стандартов	от требований стандартов.	числения, рисунки, чертежи просто не могут не привести к дополнительным ошибкам.
6	Вывод (объем и грамотность)	Просмотр материалов	Полный, грамотный	Полный с небольшими ошибками.	Не полный, с ошибками.	Не сделан.
7	Умение отвечать на вопросы, пользоваться профессиональной и общей лексикой при сдаче (защите) работы	Собеседование	Грамотно отвечает на поставленные вопросы, используя профессиональную лексику. Может обосновать грамотно свою точку зрения по проблеме. Четко видит цель.	Грамотно отвечает на поставленные вопросы, используя профессиональную лексику в достаточном объеме. Может обосновать свою точку зрения по проблеме.	Не грамотно отвечает на поставленные вопросы, мало использует профессиональную лексику.	Показывает незнание предмета при ответе на вопросы, низкий интеллект, узкий кругозор, ограниченный словарный запас. Четко выраженная неуверенность в ответах и действиях.

### **Содержание отчета и требования к его оформлению.**

Отчет по практическим работам выполняется на листах бумаги формата А4 в соответствии с требованиями действующих стандартов (ГОСТ). Все отчеты собираются в папку, имеющую общий титульный лист.

#### ***Пример:***

Министерство образования и науки Челябинской области  
Государственное профессиональное бюджетное образовательное учреждение  
**Южно-Уральский государственный технический колледж**

# **ОТЧЕТ**

по практическим работам

по учебной дисциплине «Техническая механика»

для специальности

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

Выполнил \_\_\_\_\_

Группы \_\_\_\_\_

№ варианта \_\_\_\_\_

<b>Практическая работа</b>	<b>Оценка</b>	<b>Подпись</b>	<b>Практическая работа</b>	<b>Оценка</b>	<b>Подпись</b>
Практическая работа № 1			Практическая работа № 10		
Практическая работа № 2			Практическая работа № 11		
Практическая работа № 3			Практическая работа № 12		
Практическая работа № 4			Практическая работа № 13		
Практическая работа № 5			Практическая работа № 14		
Практическая работа № 6			Практическая работа № 15		
Практическая работа № 7			Практическая работа № 16		
Практическая работа № 8			Практическая работа № 17		
Практическая работа № 9			Практическая работа № 18		

Челябинск, 20\_\_\_\_

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

№ темы или раз- дела	Вид и название задания	Плани- руемые часы на выпол- нение
<b>1.2</b>	Практическая работа №1 Определение равнодействующей сходящейся системы сил	2
	Практическая работа №2 Определение реакций связей	2
	Практическая работа №3 Определение усилий в стержнях кронштейна	2
<b>1.3</b>	Практическая работа №4 Определение момента силы относительно точки	2
<b>1.4</b>	Практическая работа №5 Решение задач на определение опорных реакций балки	4
<b>1.5</b>	Практическая работа №6 Определение положения центра тяжести плоского сечения	2
	Практическая работа №7 Определение положения центра тяжести составного сечения	2
<b>2.2</b>	Практическая работа № 8 Построение эпюр при растяжении и сжатии	2
	Практическая работа № 9 Расчет на прочность при растяжении и сжатии	2
	Практическая работа № 10 Решение задач на определение удлинения	2
<b>2.3</b>	Практическая работа № 11 Определение геометрических характеристик плоских сечений	2
	Практическая работа № 12 Определение геометрических характеристик составных сечений	2
<b>2.4</b>	Практическая работа № 13 Определение допустимого значения сжимающей силы для сжатого бруса	2
	Практическая работа № 14 Подбор сечения для сжатого бруса	2
	Практическая работа № 15 Расчет коэффициента запаса устойчивости сжатой стержня	2
<b>2.5</b>	Практическая работа № 16 Расчет на прочность и жесткость при кручении	2
<b>2.6</b>	Практическая работа №17 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов	4
	Практическая работа №18 Расчет на прочность при изгибе	2
	<b>Итого:</b>	<b>40</b>

## Раздел 1 Теоретическая механика

### Практическая работа №1

#### Определение равнодействующей сходящейся системы сил

**Цель:** научиться определять равнодействующую сходящейся системы сил аналитическим и геометрическим способами

**В результате выполнения практической работы студент должен**

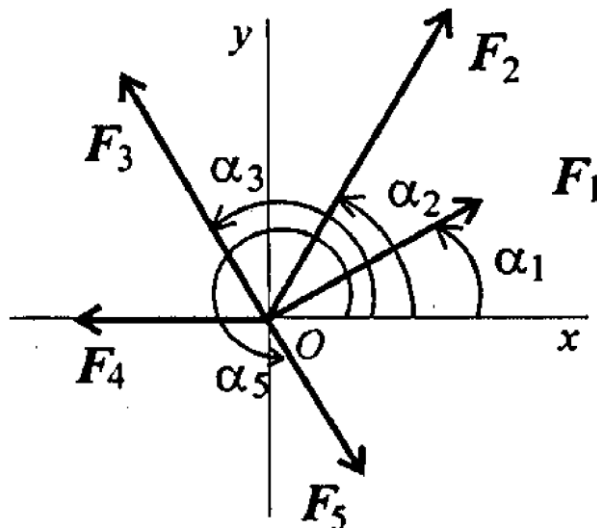
- **знать:** аналитический и геометрический способы определения равнодействующей системы сил; условие равновесия плоской системы сходящихся сил;

- **уметь:** строить силовой многоугольник для сходящейся системы сил; определять равнодействующую сходящейся системы сил аналитическим и геометрическим способами.

**Исходные данные:**

№ вар	F <sub>1</sub> ,кН	F <sub>2</sub> ,кН	F <sub>3</sub> ,кН	F <sub>4</sub> ,кН	F <sub>5</sub> ,кН	$\alpha_1, ^\circ$	$\alpha_2, ^\circ$	$\alpha_3, ^\circ$	$\alpha_4, ^\circ$	$\alpha_5, ^\circ$
1	12	8	6	4	10	30	45	0	60	300
2	8	12	2	10	6	0	45	75	30	270
3	20	5	10	15	10	0	60	75	150	210
4	3	6	12	15	9	15	45	60	120	270
5	6	12	15	3	18	0	15	45	150	300
6	10	8	16	8	20	30	45	55	75	55
7	12	12	20	16	16	45	30	45	55	45
8	14	6	10	14	22	60	35	60	60	60
9	6	8	14	20	10	60	45	30	60	150
10	20	10	16	22	18	45	45	45	45	45
11	5	22	8	16	10	30	75	60	30	45
12	24	14	20	18	20	45	90	60	60	60
13	14	16	22	10	16	45	60	30	75	300
14	10	12	16	8	14	35	30	90	75	45
15	14	6	16	20	10	60	75	75	45	90
16	16	8	10	18	22	30	60	35	30	150
17	18	10	22	16	8	30	150	60	45	60
18	19	22	10	14	18	75	30	30	45	45
19	20	16	8	22	16	60	45	30	90	300
20	8	18	16	10	18	45	45	60	60	45
21	5	14	20	22	8	45	60	75	30	45
22	6	8	22	16	20	30	60	45	75	75
23	12	10	8	18	16	60	45	45	60	30
24	15	12	20	14	8	45	75	60	35	150
25	16	16	16	20	14	45	30	60	45	30
26	18	18	10	8	10	75	30	60	150	75

27	6	20	22	14	16	60	150	75	60	45
28	8	8	8	14	22	45	35	30	60	300
29	10	6	16	18	8	45	60	45	30	75
30	12	14	22	10	18	75	30	60	75	45



### Порядок выполнения практической работы:

1. Показать в выбранном масштабе, соблюдая величину углов между векторами сил и осями координат, заданную систему сил;
2. Определить проекции всех сил системы на ось  $O_x$ ;
- 2.1 Определить сумму проекций всех сил на ось  $O_x$
3. Определить проекции всех сил на ось  $O_y$
- 3.1 Определить сумму проекций всех сил на ось  $O_y$
4. Определить модуль равнодействующей по величинам проекций

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

где:  $F_x$ - сумма проекций всех сил на ось  $x$

$F_y$ - сумма проекций всех сил на ось  $y$

5. Определить значение угла равнодействующей с осью  $Ox$

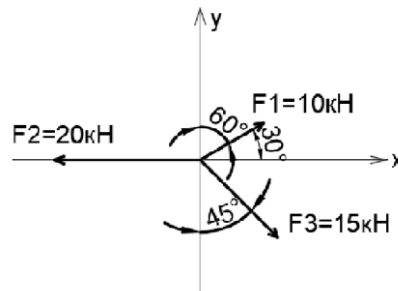
$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F_{\Sigma}}$$

6. Определить равнодействующую геометрическим методом
- 6.1 Построить силовой многоугольники
- 6.2 Определить направление, величину и угол равнодействующей сходящейся системы сил геометрическим методом.

### Пример выполнения практической работы:

Исходные данные:  $F_1 = 10\text{кН}$ ;  $F_2 = 20\text{кН}$ ;  $F_3 = 15\text{кН}$ ;  $\alpha_1 = 30^\circ$ ;  $\alpha_2 = 180^\circ$ ;  $\alpha_3 = 45^\circ$ ;

1. Показать в выбранном масштабе, соблюдая величину углов между векторами сил и осями координат, заданную систему сил;



2. Определить проекции всех сил системы на ось  $Ox$ ;

$$F_{x1} = 10 \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot 0,866 = 8,66 \text{ кН}$$

$$F_{x2} = -20 \cdot \cos 180^\circ = -20 \cdot 1 = -20 \text{ кН}$$

$$F_{x3} = 15 \cdot \cos 45^\circ = 15 \cdot 0,707 = 10,6 \text{ кН}$$

2.1 Определить сумму проекций всех сил на ось  $Ox$

$$F_x = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} = 8,66 + (-20) + 10,6 = -0,735 \text{ кН}$$

3. Определить проекции всех сил на ось  $Oy$

$$F_{y1} = 10 \cdot \cos 60^\circ = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ кН}$$

$$F_{y2} = 20 \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ кН}$$

$$F_{y3} = -15 \cdot \cos 45^\circ = -15 \cdot 0,707 = -10,6 \text{ кН}$$

3.1 Определить сумму проекций всех сил на ось  $Oy$

$$F_y = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} = 5 + (-10,6) = -5,6 \text{ кН}$$

4. Определить модуль равнодействующей по величинам проекций

$$F_\Sigma = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

где:  $F_x$  - сумма проекций всех сил на ось  $x$

$F_y$  - сумма проекций всех сил на ось  $y$

$$F_\Sigma = \sqrt{0,735^2 + 5,6^2} = 5,65 \text{ кН}$$

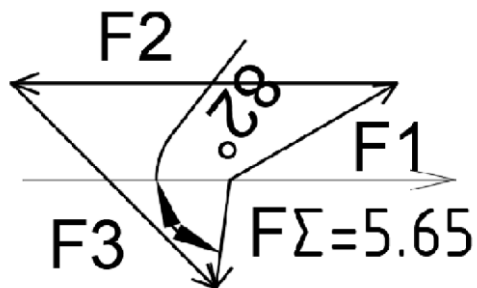
5. Определить значение угла равнодействующей с осью  $Ox$  (найти  $\arccos \alpha$ )

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F_\Sigma} = \frac{-0,735}{5,65} = -0,13 \quad \alpha = 82^\circ$$

6. Определить равнодействующую геометрическим методом



6.1 Построить силовой многоугольники и определить направление, величину и угол равнодействующей сходящейся системы сил геометрическим методом.



**Контрольные вопросы:**

1. Как найти проекции силы?
2. Какой способ определения равнодействующей более точный?
3. Что такое силовой многоугольник?
4. Как определить направление вектора равнодействующей?

## Практическая работа №2

### Определение реакций связей

**Цель:** научиться определять реакции связей

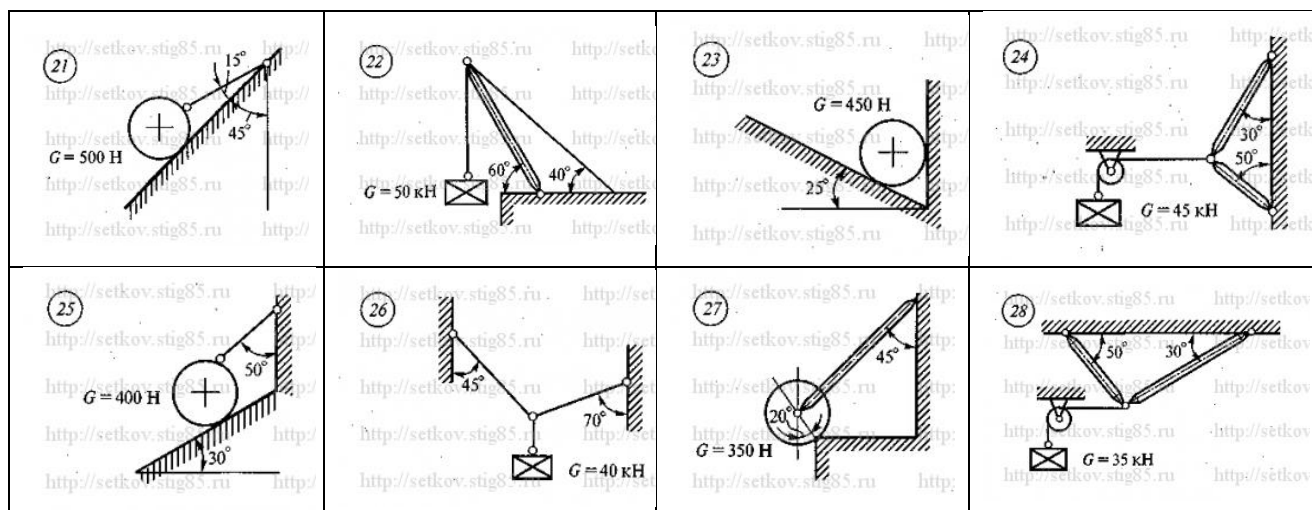
**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** виды связей; направление реакций связей; три формы уравнения равновесия;

- **уметь:** определять реакции связей.

**Исходные данные:**

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 
13 	14 	15 	16 
17 	18 	19 	20 



### Порядок выполнения практической работы:

1. Указать реакции связи;
2. Освободить точку О от связей и выбрать направление осей координат, определить углы; (одну из осей координат пускать по неизвестной реакции)

3. Составить уравнения равновесия;

$$\sum X = 0$$

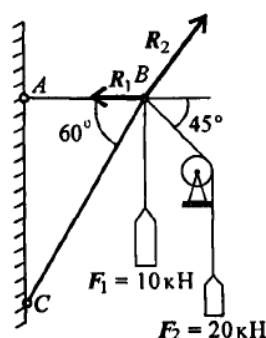
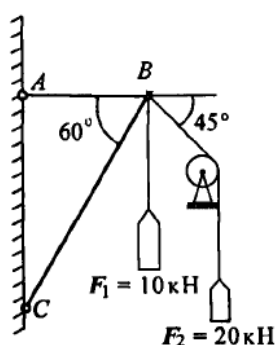
$$\sum Y = 0$$

4. Определить значения реакций;
5. Выполнить проверку.

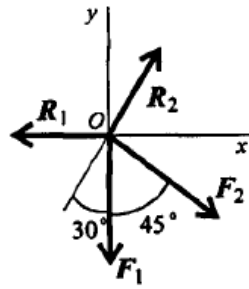
### Пример выполнения практической работы:

Исходные данные:

1. Указать реакции связи;



2. Освободить точку О от связей и выбрать направление осей координат, определить углы;



3. Составить уравнения равновесия

$$\sum X = 0; -R_1 + R_2 \cos 60^\circ + F_2 \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum Y = 0; R_2 \cos 30^\circ - F_1 - F_2 \cos 45^\circ = 0$$

4. Определить значения реакций

Из второго уравнения получаем:

$$R_2 = \frac{F_1 + F_2 \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{10 + 20 \cdot 0,7}{0,866} = 27,7 \text{ кН}$$

Из первого уравнения получаем:

$$R_1 = R_2 \cos 60^\circ + F_2 \cos 45^\circ = 27,7 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,7 = 27,85$$

5. Выполнить проверку.

$$\sum X = 0; -R_1 + R_2 \cos 60^\circ + F_2 \cos 45^\circ = 0$$

$$-27,85 + 27,7 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,7 = 0$$

$$\sum Y = 0; R_2 \cos 30^\circ - F_1 - F_2 \cos 45^\circ = 0$$

$$27,7 \cdot 0,866 - 10 - 20 \cdot 0,7 = 0,012 \approx 0$$

### Контрольные вопросы:

1. Как определяется равнодействующая системы сходящихся сил?
2. В каком случае проекция силы на ось равна нулю, модулю силы?
3. Что называется реакцией связи, как определяют реакции связей?

### Практическая работа №3

#### Определение усилий в стержнях кронштейна

**Цель:** научиться определять усилия в стержнях кронштейна аналитическим способом

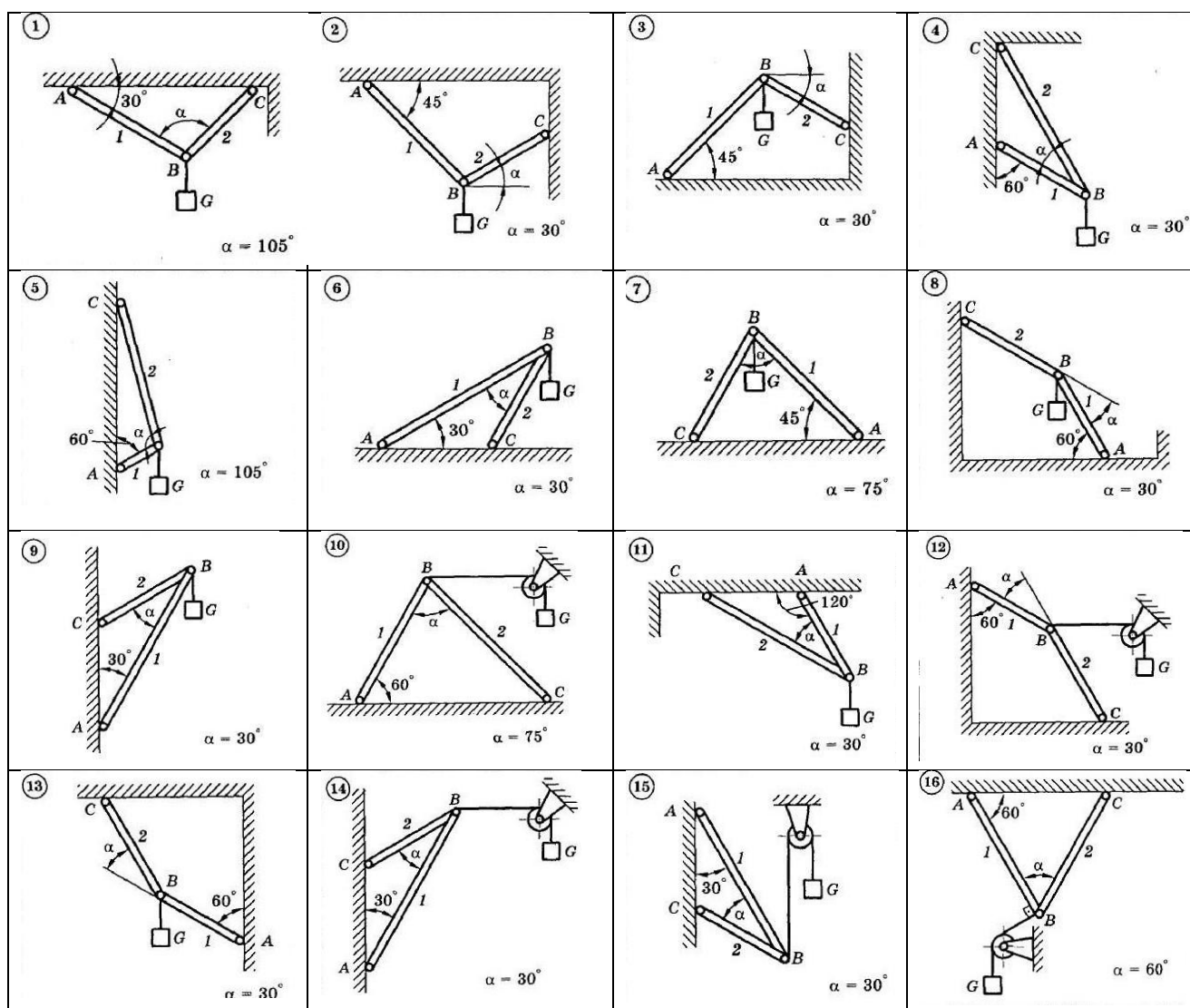
**В результате выполнения практической работы студент должен**

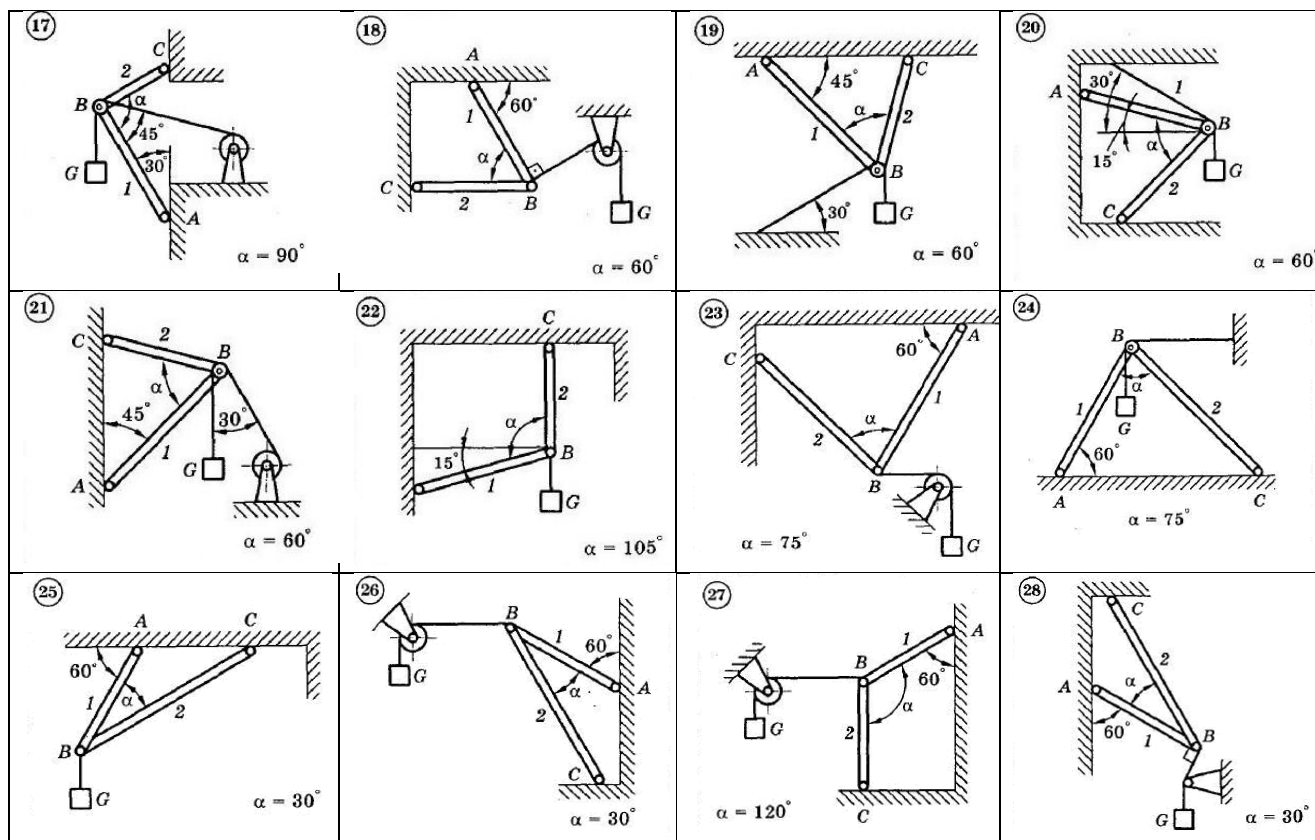
- **знать:** аналитический способ определения усилий в стержнях кронштейна;

- **уметь:** составлять уравнение равновесия для сходящейся системы сил.

**Исходные данные:**

**$G = 10 \text{ кН}$**





### Порядок выполнения практической работы:

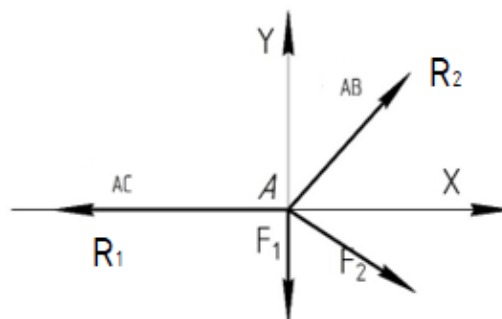
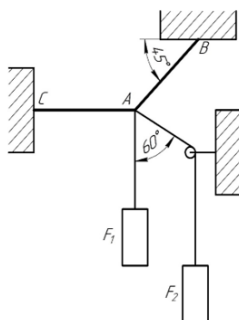
1. Показать условие задачи;
2. Показать все силы действующие на точку равновесия
3. Составить уравнения равновесия
4. Определить значения реакций
5. Выполнить проверку.

### Пример выполнения практической работы:

1. Показать условие задачи;
2. Показать все силы действующие на точку равновесия

$$F_1 = 1,2 \text{ кН}$$

$$F_2 = 0,8 \text{ кН}$$



3. Составить уравнения равновесия

$$\sum X = 0; -R_1 + R_2 \cos 45^\circ + F_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum Y = 0; R_2 \cos 45^\circ - F_1 - F_2 \cos 60^\circ = 0$$

4. Определить значения реакций

Из второго уравнения получаем:

$$R_2 = \frac{F_1 + F_2 \cos 60^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{1,2 + 0,8 \cdot 0,5}{0,707} = 2,263 \text{ кН}$$

Из первого уравнения получаем:

$$R_1 = R_2 \cos 45^\circ + F_2 \cos 30^\circ = 2,263 \cdot 0,707 + 0,8 \cdot 0,866 = 2,293$$

5. Выполнить проверку.

$$\sum X = 0; -R_1 + R_2 \cos 45^\circ + F_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$-2,293 + 2,263 \cdot 0,707 + 0,8 \cdot 0,866 = 0$$

$$\sum Y = 0; R_2 \cos 45^\circ - F_1 - F_2 \cos 60^\circ = 0$$

$$2,263 \cdot 0,707 - 1,2 - 0,8 \cdot 0,5 = 0$$

**Контрольные вопросы:**

1. Что означает равновесие тела?
2. Какие графические и аналитические условия равновесия Вы знаете?
3. Основной признак абсолютно твердого тела.

## Практическая работа №4

### Определение момента силы относительно точки

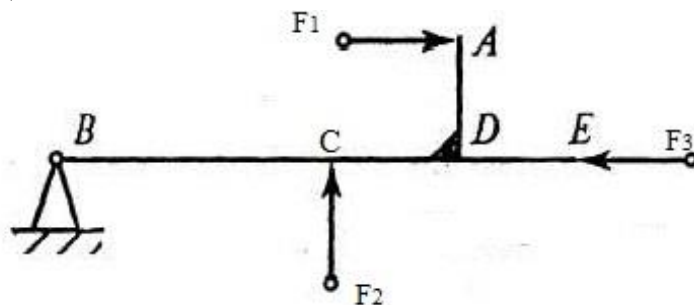
**Цель:** научиться момент силы относительно точки

**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** момент силы относительно точки

- **уметь:** определять момент силы относительно точки

**Исходные данные:**



№ варианта	BC, м	CD, м	AD, м	DE, м	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	F <sub>3</sub> , кН
1	2	2	2	2	10	20	15
2	4	6	2	4	20	15	5
3	2	4	6	4	5	10	20
4	4	4	4	4	15	20	10
5	6	6	6	6	15	20	5
6	6	4	2	4	20	20	15
7	2	4	6	2	15	15	20
8	4	6	4	4	20	15	5
9	6	2	4	4	15	30	20
10	2	8	6	4	5	10	15
11	4	6	2	8	25	20	30
12	6	4	2	2	5	15	15
13	2	2	4	4	15	20	25
14	4	6	8	2	20	25	15
15	2	4	2	4	15	5	15
16	2	4	4	4	15	20	25
17	4	6	8	2	20	25	10
18	6	2	4	2	15	5	10
19	8	2	4	6	10	15	20
20	2	4	6	8	25	10	15
21	4	6	2	8	10	5	20



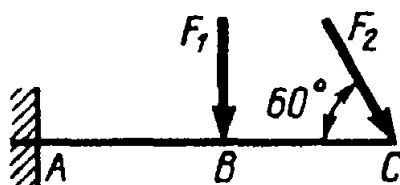
22	6	8	2	4	15	20	25
23	2	4	6	8	20	5	30
24	6	4	2	2	15	10	20
25	4	6	2	4	15	20	256
26	2	4	6	8	20	25	15
27	4	8	2	2	25	15	10
28	4	4	8	8	25	25	15
29	6	6	4	4	30	15	15
30	6	4	2	4	25	30	10

### Порядок выполнения практической работы:

1. Показать условие задачи;
2. Определить момент силы относительно точки от каждого вектора силы;
3. Определить результирующий момент, действующий на точку.

### Пример выполнения практической работы:

1. Исходные данные



$$F_1 = 5 \text{ кН}$$

$$F_2 = 10 \text{ кН}$$

$$AB = 2 \text{ м}$$

$$BC = 3 \text{ м}$$

2. Определить момент силы относительно точки от каждого вектора силы;

$$M_1 = F_1 \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_2 = F_2 \cdot 5 \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot 5 \cdot 0,87 = 43,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3. Определить результирующий момент, действующий на точку.

$$M_\Sigma = M_1 + M_2 = 10 + 43,5 = 53,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

### Контрольные вопросы:

1. Как определить момент силы относительно точки?
2. В каком случае момент силы относительно точки считается положительным и в каком отрицательным?
3. Как определяются величины и знак момента пары?

## Практическая работа №5

### Решение задач на определение опорных реакций балки

**Цель:** научиться определять опорные реакции балки нагруженной сосредоточенной и распределенной нагрузками, моментом

**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** виды опор; реакции опор; виды нагрузок; уравнения равновесия для плоской, произвольно расположенной, системы сил

- **уметь:** определять вид опор; определять направления реакций опор; составлять уравнения равновесия для плоской, произвольно расположенной, системы сил; выполнять проверку правильности решения

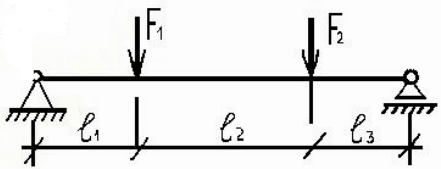
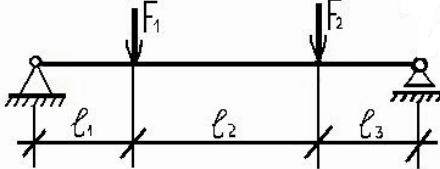
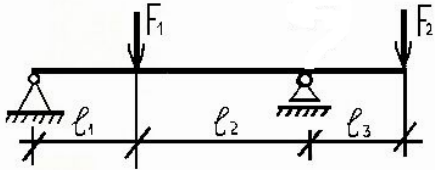
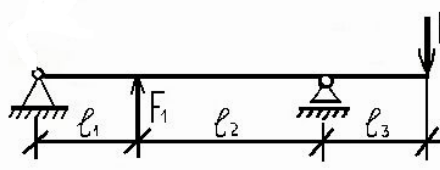
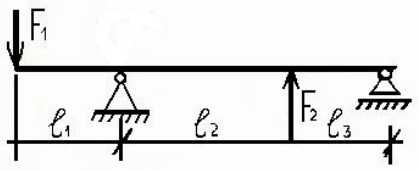
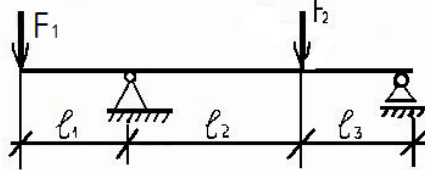
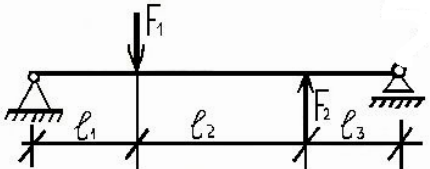
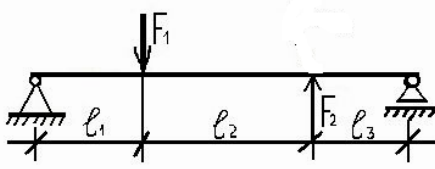
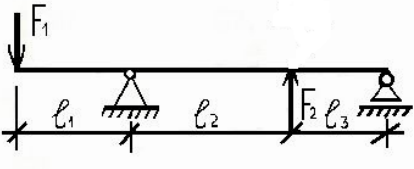
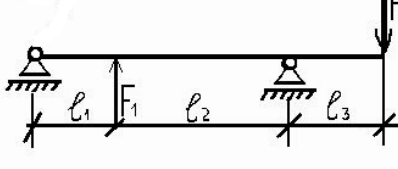
**Исходные данные:**

**1. Определить опорные реакции горизонтально расположенной балки нагруженной сосредоточенной силой**

Исходные данные:

Вар.	Схем.	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	l <sub>1</sub> , м	l <sub>2</sub> , м	l <sub>3</sub> , м	Вар.	Схем.	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	l <sub>1</sub> , м	l <sub>2</sub> , м	l <sub>3</sub> , м
1	4	50	40	2	5	3	16	9	45	25	2	3	2
2	6	40	30	3	10	2	17	6	25	35	2	4	3
3	2	30	25	5	10	5	18	3	45	35	2	3	2
4	5	15	30	3	4	6	19	10	15	35	4	4	2
5	1	25	35	5	10	4	20	2	20	35	2	3	2
6	7	25	30	3	2	5	21	7	16	20	2	2	2
7	3	18	25	3	4	5	22	10	35	25	2	3	2
8	8	12	17	7	5	5	23	8	35	15	3	2	2
9	4	45	25	5	4	2	24	1	15	35	2	2	2
10	9	25	14	2	2	2	25	9	30	25	2	3	3
11	2	15	16	3	2	4	26	5	20	35	2	2	1
12	10	35	25	5	2	4	27	8	15	20	3	4	2
13	7	20	35	4	4	2	28	4	25	35	4	2	2
14	1	25	5	4	2	2	29	5	35	25	2	2	3
15	5	15	25	5	2	4	30	3	35	25	3	2	2

## Схемы

<p>1</p> 	<p>6</p> 
<p>2</p> 	<p>7</p> 
<p>3</p> 	<p>8</p> 
<p>4</p> 	<p>9</p> 
<p>5</p> 	<p>10</p> 

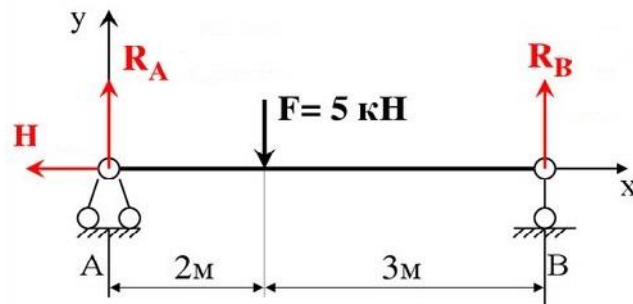
### Порядок выполнения практической работы:

1. Показать расчетную схему
2. Составить уравнение равновесия
3. Решить уравнение равновесия

4. Выполнить проверку

**Пример выполнения практической работы:**

1. Показать расчетную схему



2. Составить уравнение равновесия

$$\sum M_A = 0; \quad F \cdot 2 - R_B \cdot 5 = 0$$

$$\sum M_B = 0; \quad R_A \cdot 5 - F \cdot 3 = 0$$

$$\sum X = 0; \quad H = 0$$

3. Решить уравнение равновесия

$$\sum M_A = 0; \quad R_B = (F \cdot 2) / 5 = (5 \cdot 2) / 5 = 2 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0; \quad R_A = (F \cdot 3) / 5 = (5 \cdot 3) / 5 = 3 \text{ кН}$$

4. Выполнить проверку

$$\sum M_A = 0; \quad 5 \cdot 2 - 2 \cdot 5 = 0$$

$$\sum M_B = 0; \quad 3 \cdot 5 - 5 \cdot 3 = 0$$

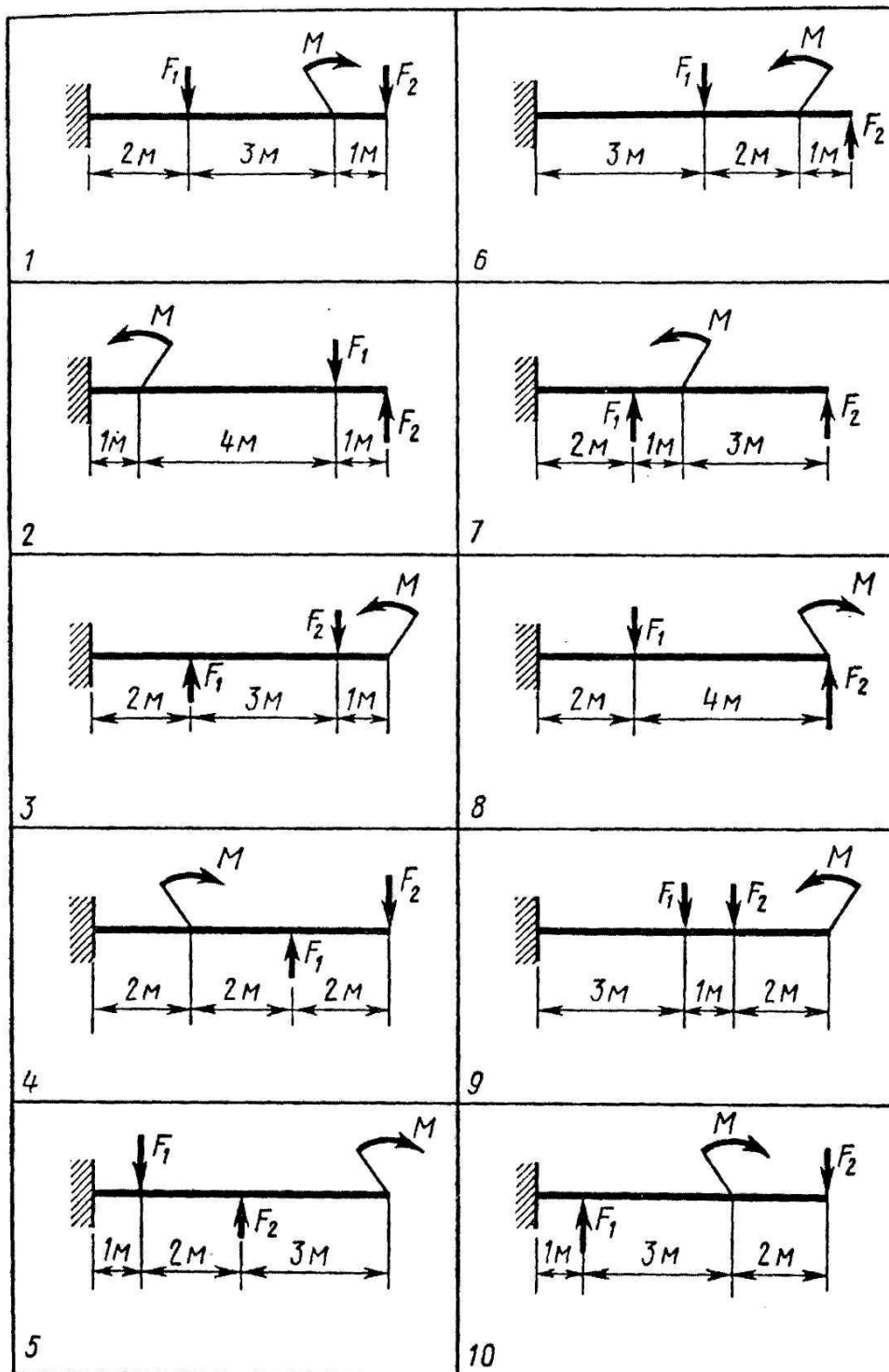
**2. Определить опорные реакции консольной балки нагруженной сосредоточенной силой и моментом**

Исходные данные:

Вар.	Схем.	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	M, кНм	Вар.	Схем.	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	M, кНм
<b>1</b>	1	14	40	20	<b>16</b>	6	32	15	20
<b>2</b>	2	12	5	30	<b>17</b>	7	13	45	30
<b>3</b>	3	8	15	40	<b>18</b>	8	40	42	25
<b>4</b>	4	12	16	25	<b>19</b>	9	24	10	30
<b>5</b>	5	28	50	35	<b>20</b>	10	9	22	25
<b>6</b>	6	18	30	45	<b>21</b>	1	16	35	45
<b>7</b>	7	16	34	20	<b>22</b>	2	40	55	35
<b>8</b>	8	15	17	30	<b>23</b>	3	33	16	25
<b>9</b>	9	17	43	35	<b>24</b>	4	16	32	35
<b>10</b>	10	22	24	45	<b>25</b>	5	29	55	45
<b>11</b>	1	14	14	25	<b>26</b>	6	21	45	20

12	2	48	12	35	27	7	11	20	40
13	3	28	8	25	28	8	25	40	30
14	4	15	12	45	29	9	18	10	35
15	5	13	24	30	30	10	38	50	25

### Схемы

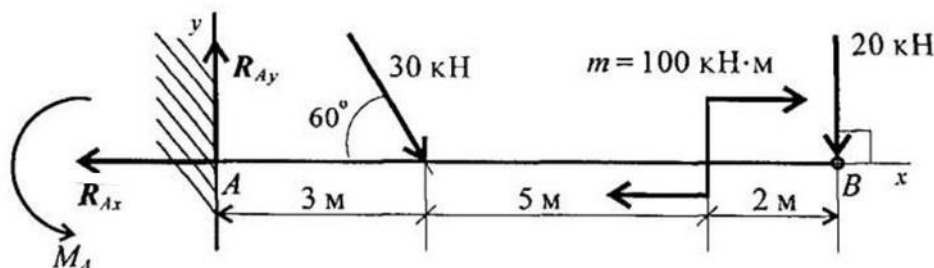


Порядок выполнения практической работы:

1. Показать расчетную схему
2. Составить уравнение равновесия
3. Решить уравнение равновесия
4. Выполнить проверку

### Пример выполнения практической работы:

1. Показать расчетную схему



2. Составить уравнение равновесия

$$\sum X = 0; -R_{Ax} + 30 \cdot \cos 60^\circ + 20 \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$\sum Y = 0; R_{Ay} - 30 \cos 30^\circ - 20 \cos 0^\circ = 0$$

$$\sum M_A = 0; -M_A + 30 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3 + 100 + 20 \cdot 10 = 0$$

3. Решить уравнение равновесия

$$\sum X = 0; R_{Ax} = 30 \cdot \cos 60^\circ + 20 \cdot \cos 90^\circ = 30 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0 = 15 \text{ кН}$$

$$\sum Y = 0; R_{Ay} = 30 \cdot \cos 30^\circ + 20 \cdot \cos 0^\circ = 30 \cdot 0,866 + 20 \cdot 1 = 45,98 \text{ кН}$$

$$\sum M_A = 0; M_A = 30 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3 + 100 + 20 \cdot 10 = 30 \cdot 0,866 \cdot 3 + 100 + 20 \cdot 10 = 377,94 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

4. Выполнить проверку

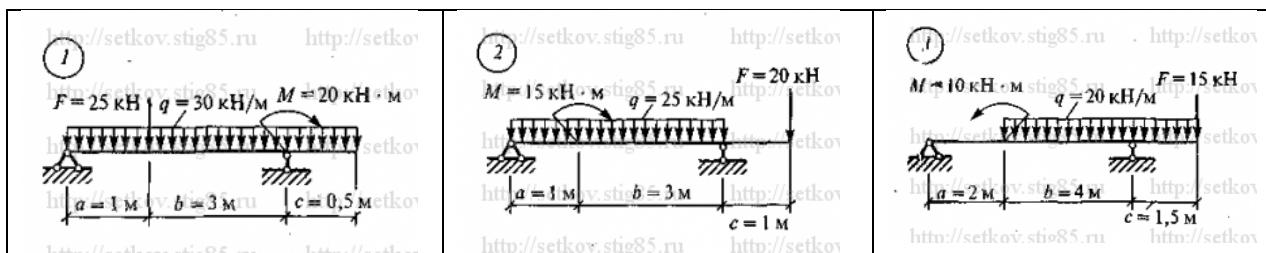
$$\sum X = 0; -15 + 30 \cdot \cos 60^\circ + 20 \cdot \cos 90^\circ = 0$$

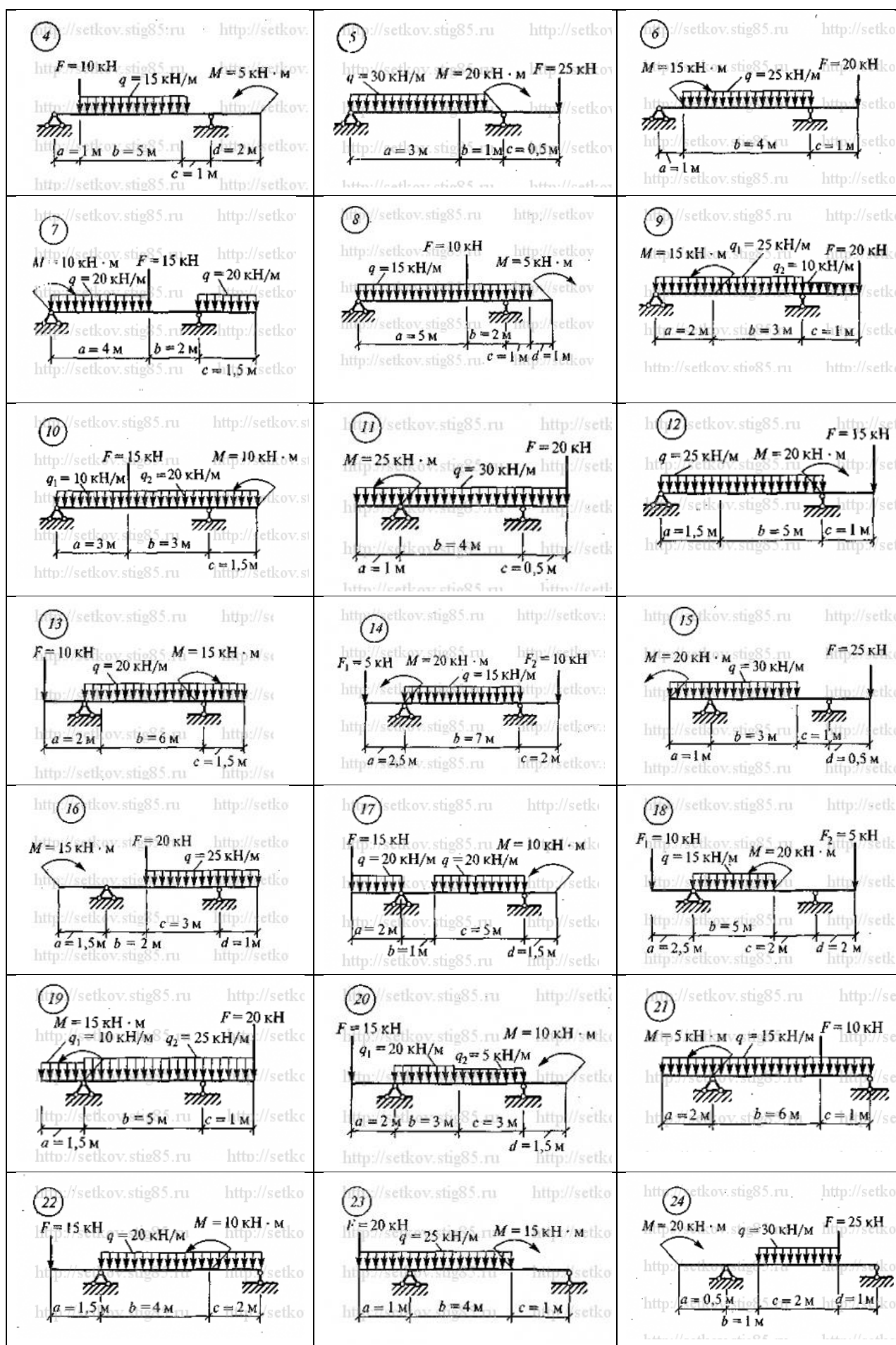
$$\sum Y = 0; 45,98 - 30 \cos 30^\circ - 20 \cos 0^\circ = 0$$

$$\sum M_A = 0; -377,94 + 30 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3 + 100 + 20 \cdot 10 = 0$$

### 3. Определить опорные реакции горизонтально расположенной балки нагруженной сосредоточенной, равномерно распределенной нагрузками и моментом

Исходные данные:





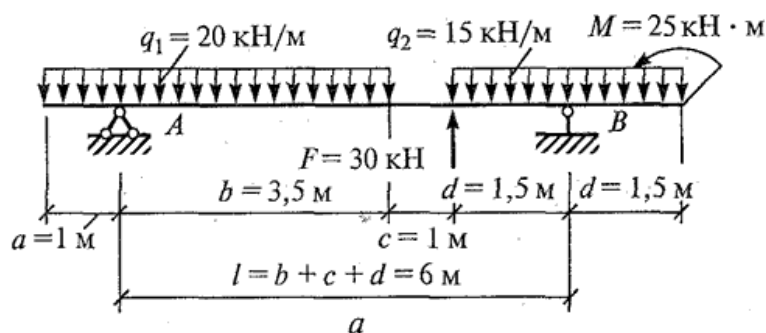
<p>25</p> <p><math>F = 10 \text{ кН}</math> <math>M = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}</math> <math>q = 15 \text{ кН/м}</math>  <math>a = 2 \text{ м}</math> <math>b = 1 \text{ м}</math> <math>c = 6 \text{ м}</math></p>	<p>26</p> <p><math>F = 15 \text{ кН}</math> <math>q = 20 \text{ кН/м}</math> <math>M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}</math>  <math>a = 1,5 \text{ м}</math> <math>b = 5 \text{ м}</math> <math>c = 1 \text{ м}</math></p>	<p>27</p> <p><math>F = 20 \text{ кН}</math> <math>M = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}</math> <math>q = 25 \text{ кН/м}</math>  <math>a = 1 \text{ м}</math> <math>b = 2 \text{ м}</math> <math>c = 3 \text{ м}</math></p>
<p>28</p> <p><math>M = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}</math> <math>q = 30 \text{ кН/м}</math> <math>F = 25 \text{ кН}</math>  <math>a = 0,5 \text{ м}</math> <math>b = 0,5 \text{ м}</math> <math>c = 3 \text{ м}</math> <math>d = 1 \text{ м}</math></p>	<p>29</p> <p><math>F = 15 \text{ кН}</math> <math>q_1 = 5 \text{ кН/м}</math> <math>q_2 = 20 \text{ кН/м}</math> <math>M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}</math>  <math>a = 1 \text{ м}</math> <math>b = 4 \text{ м}</math> <math>c = 2 \text{ м}</math></p>	<p>30</p> <p><math>M = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}</math> <math>q_1 = 30 \text{ кН/м}</math> <math>q_2 = 10 \text{ кН/м}</math> <math>F = 20 \text{ кН}</math>  <math>a = 1,5 \text{ м}</math> <math>b = 2,5 \text{ м}</math> <math>c = 2,5 \text{ м}</math></p>

### Порядок выполнения практической работы:

1. Показать исходные данные
2. Заменить равномерно распределенную нагрузку сосредоточенной силой
3. Составить уравнение равновесия
4. Решить уравнение равновесия
5. Выполнить проверку

### Пример выполнения практической работы:

1. Показать исходные данные



2. Заменить равномерно распределенную нагрузку сосредоточенной силой. На балку действуют нагрузки разной интенсивности, поэтому для каждой из них найдем равнодействующую

$$F_{q1} = q_1 \cdot l_1 = 20 \cdot 4,5 = 90 \text{ кН}$$

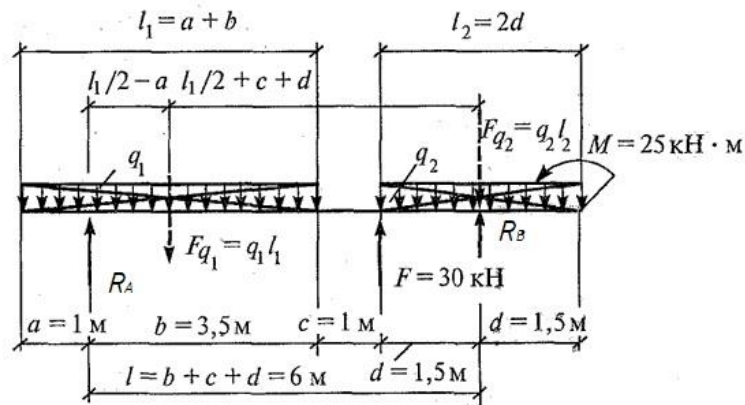
$$F_{q2} = q_2 \cdot l_2 = 15 \cdot 3 = 45 \text{ кН}$$

где

$$l_1 = a + b = 1 + 3,5 = 4,5 \text{ м}$$

$$l_2 = d + d = 1,5 + 1,5 = 3,0 \text{ м}$$





Обозначить опоры  $A$  и  $B$ , указать реакции  $R_A$  и  $R_B$

3. Составить уравнение равновесия

$$\sum M_A = 0; F_{q1} (l_1/2 - a) - F (b + c) + F_{q2} \cdot l - R_B \cdot l - M = 0$$

$$\sum M_B = 0; R_A \cdot l - F_{q1} (d + c + l_1/2) + F \cdot d - M = 0$$

4. Решить уравнение равновесия

$$\sum M_A = 0; R_B = [F_{q1} (l_1/2 - a) - F (b + c) + F_{q2} \cdot l - M] / l = [90(4,5/2 - 1) - 30(3,5 + 1) + 45 \cdot 6 - 25] / 6 = 37,1 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0; R_A = [F_{q1} (d + c + l_1/2) - F \cdot d + M] / l = [90(1,5 + 1 + 4,5/2) - 30 \cdot 1,5 + 25] / 6 = 67,9 \text{ кН}$$

5. Выполнить проверку

$$\sum Y = 0; R_A - F_{q1} + F + R_B - F_{q2} = 0$$

$$67,9 - 90 + 30 + 37,1 - 45 = 0$$

### Контрольные вопросы:

1. Какие виды опор Вы знаете?
2. К чему приводится плоская произвольная система сил?
3. Какое условие равновесия плоской произвольной системы сил?
4. Какие нагрузки называются сосредоточенными и распределенными?

## Практическая работа №6

### Определение положения центра тяжести плоского сечения

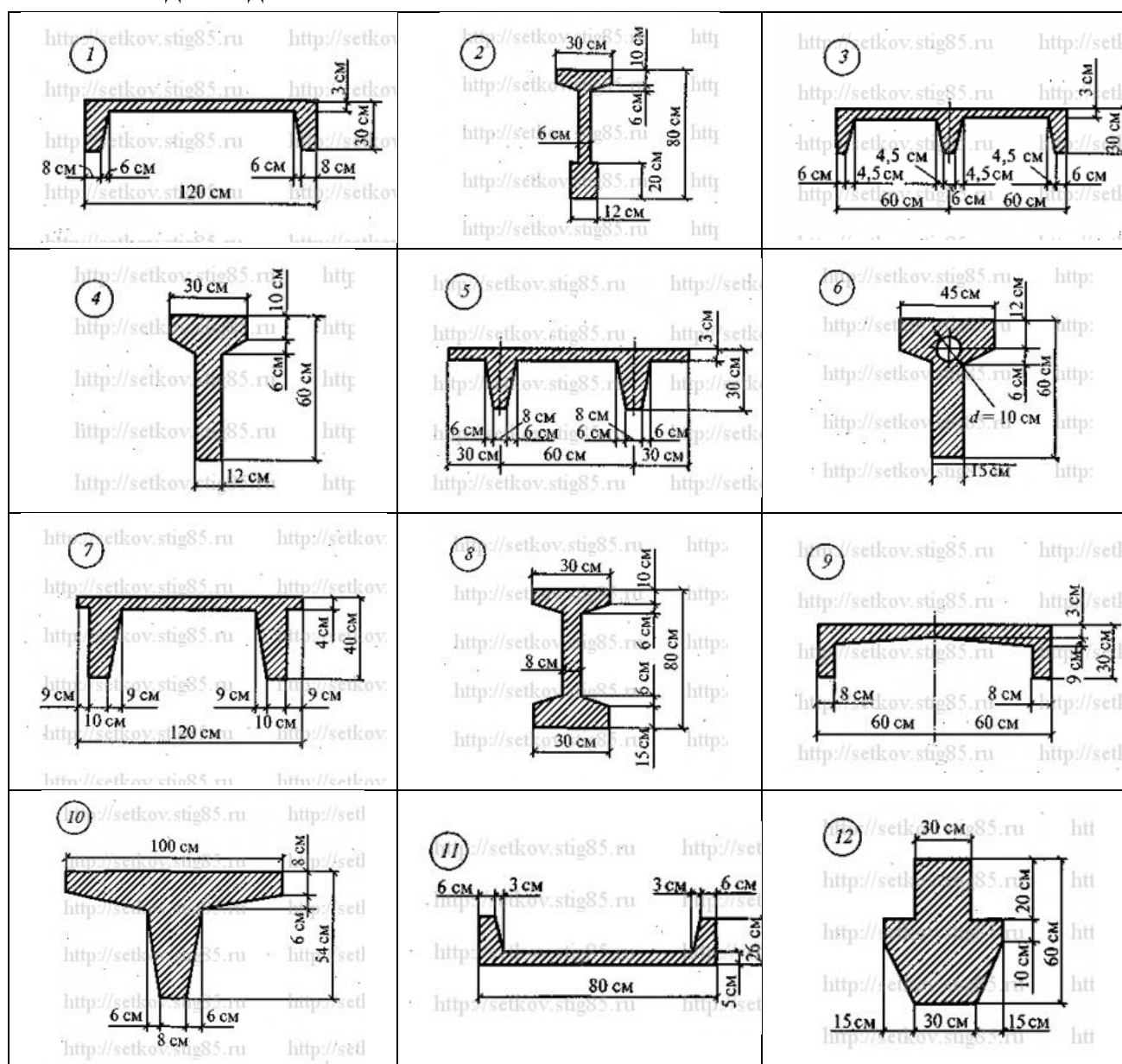
**Цель:** научиться определять положение центра тяжести плоского сечения

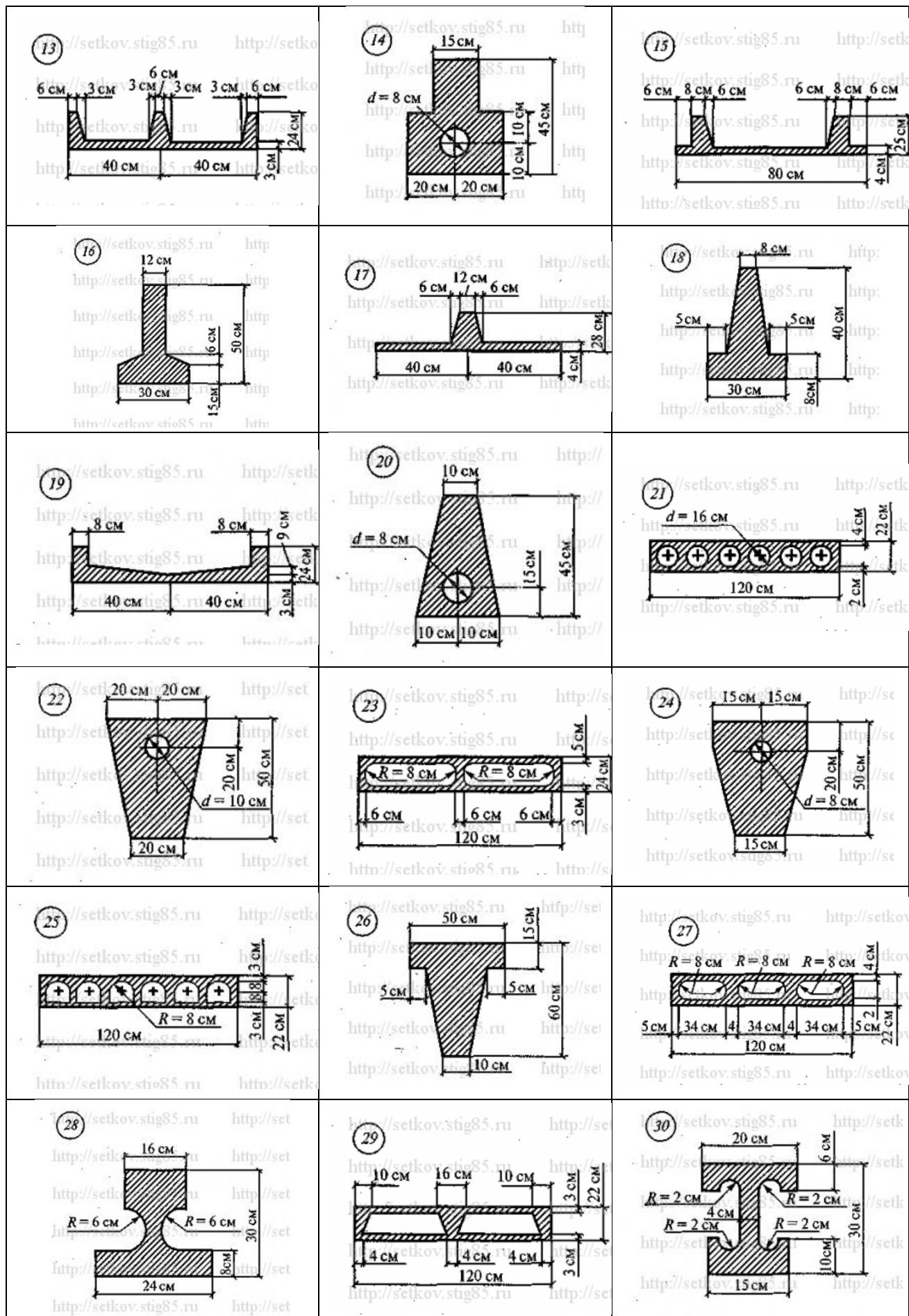
**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** положения центра тяжести простых геометрических плоских сечений; формулы определения площадей простых геометрических плоских сечений; формулы определения координат центра тяжести составного плоского сечения;

- **уметь:** определять координаты центра тяжести плоского составного сечения.

#### Исходные данные



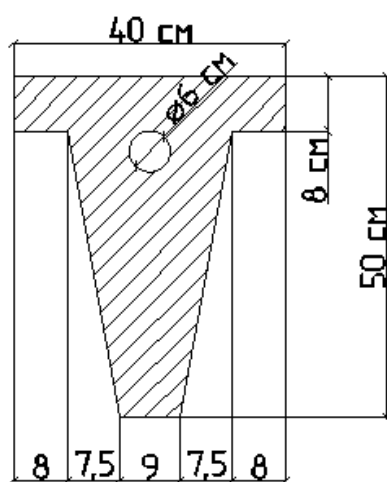


### Порядок выполнения практической работы:

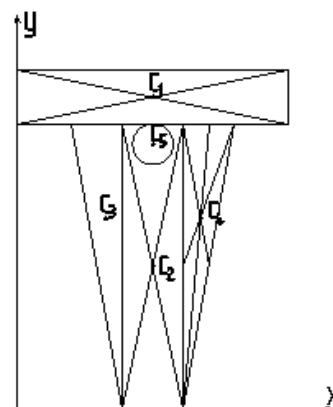
1. Выполнить эскиз плоского составного сечения
2. Выбрать положение осей координат
3. Показать положение центров тяжести простых геометрических сечений
4. Определить площади и координаты центров тяжести простых геометрических сечений
5. Определить координаты центра тяжести плоского составного сечения

### Пример выполнения практической работы:

1. Выполнить эскиз плоского составного сечения
2. Выбрать положение осей координат



3. Показать положение центров тяжести простых геометрических сечений



4. Определить площади и координаты центров тяжести простых геометрических сечений

$$A_1 = 40 \cdot 8 = 320 \text{ см}^2$$

$$x_1 = 20 \text{ см}$$

$$y_1 = 46 \text{ см}$$

$$A_2 = 42 \cdot 9 = 378 \text{ см}^2$$

$$x_2 = 20 \text{ см}$$

$$y_2 = 21 \text{ см}$$

$$A_3 = A_4 = \frac{1}{2} \cdot 7,5 \cdot 42 = 157,5 \text{ см}^2;$$

$$x_3 = 13 \text{ см}; x_4 = 27 \text{ см}$$

$$y_3 = y_4 = 28 \text{ см}$$

$$A_5 = 3,14 \cdot 6^2/4 = 28,3 \text{ см}^2;$$

$$x_5 = 20 \text{ см};$$

$$y_5 = 39 \text{ см}$$

5. Определить координаты центра тяжести плоского составного сечения

$$\begin{aligned}
 x_c &= \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + A_4 \cdot x_4 - A_5 \cdot x_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 - A_5} \\
 &= \frac{320 \cdot 20 + 378 \cdot 20 + 157,5 \cdot 13 + 157,5 \cdot 27 - 28,3 \cdot 20}{320 + 378 + 157,5 + 157,5 - 28,3} \\
 &= 20 \text{ см}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_c &= \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 + A_4 \cdot y_4 - A_5 \cdot y_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 - A_5} \\
 &= \frac{320 \cdot 46 + 378 \cdot 21 + 157,5 \cdot 28 + 157,5 \cdot 28 - 28,3 \cdot 39}{320 + 378 + 157,5 + 157,5 - 28,3} \\
 &= 31 \text{ см}
 \end{aligned}$$

***Контрольные вопросы:***

1. Для чего определяют центр тяжести?
2. Какие существуют методы определения центра тяжести?
3. Как найти координаты центра тяжести прямоугольника, треугольника и круга?
4. Как найти координаты центра тяжести плоского составного сечения?

## Практическая работа №7

### Определение положения центра тяжести составного сечения

**Цель:** научиться определять положение центра тяжести сечения, составленного из стандартных профилей

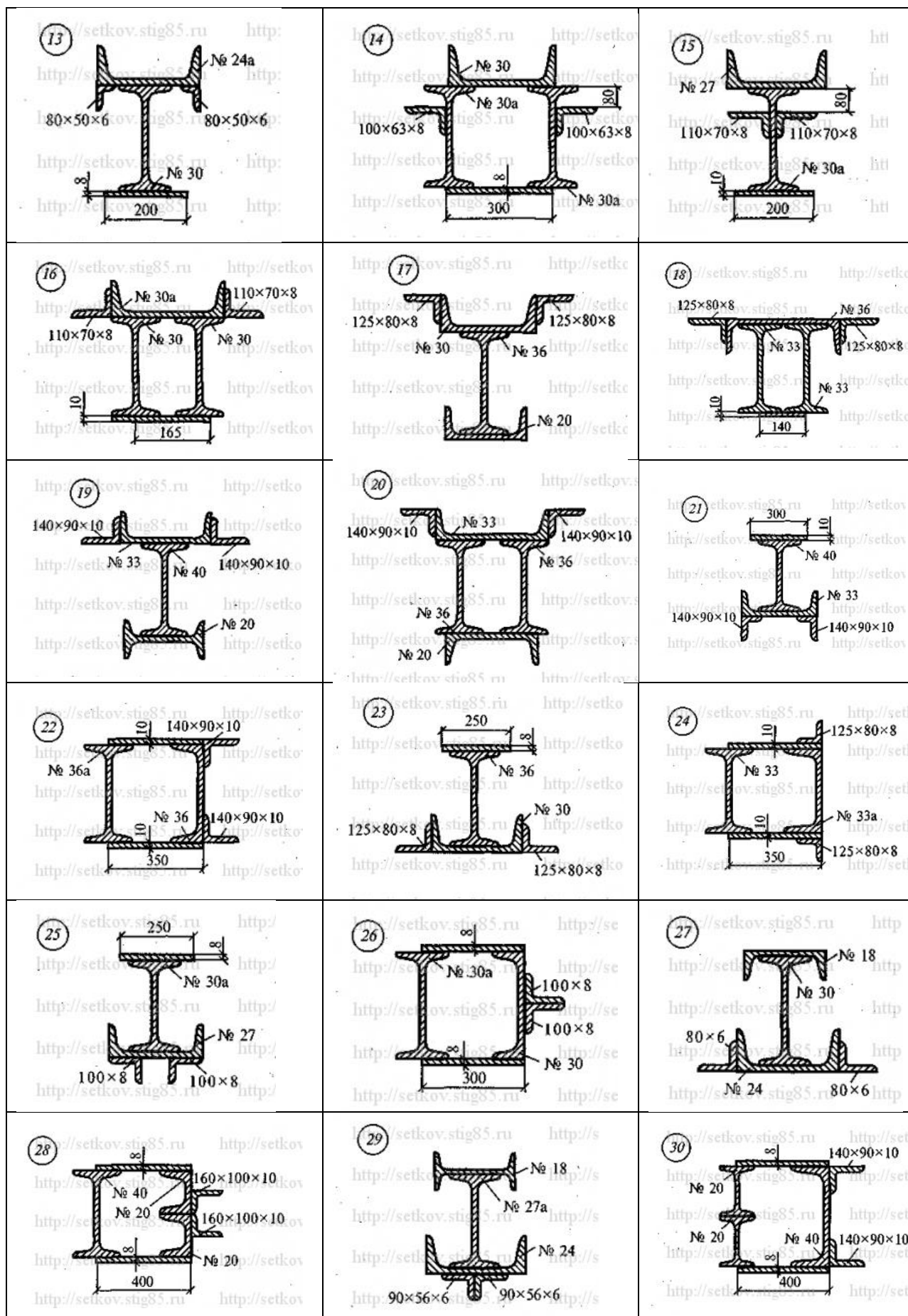
**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** положение центра тяжести стандартных профилей; формулы определения координат центра тяжести сечения, составленного из стандартных профилей

- **уметь:** пользоваться таблицами сортамента (ГОСТ); определять центр тяжести сечения, составленного из стандартных профилей

**Исходные данные:**

<p>1</p> <p>56×36×4 № 18a № 22 150</p>	<p>2</p> <p>56×36×4 № 22 № 22a 56×36×4 200</p>	<p>3</p> <p>63×40×5 № 20 № 22a 63×40×5 160</p>
<p>4</p> <p>75×5 № 22 № 22 75×5 200</p>	<p>5</p> <p>70×5 № 22a № 24 70×5 160</p>	<p>6</p> <p>110×70×8 № 24a № 24a 110×70×8 250</p>
<p>7</p> <p>75×50×6 № 22 № 24a № 16 75×50×6 250</p>	<p>8</p> <p>75×50×6 № 12 № 24 № 12 75×50×6 250</p>	<p>9</p> <p>80×50×6 № 22a № 27 № 16 80×50×6 250</p>
<p>10</p> <p>80×50×6 № 24 № 12 № 12 80×50×6 250</p>	<p>11</p> <p>90×56×6 № 24 № 27 № 27 90×56×6 180</p>	<p>12</p> <p>90×56×6 № 27 № 27a № 27 90×56×6 300</p>

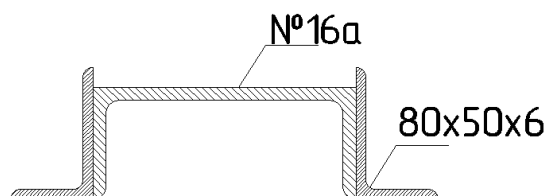


### Порядок выполнения практической работы:

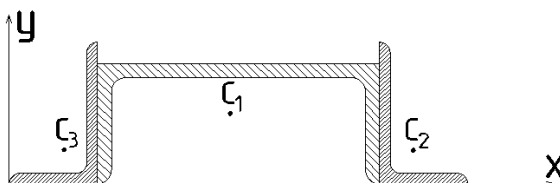
1. Выполнить эскиз сечения, составленного из стандартных профилей
2. Выбрать положение осей координат
3. Показать положение центров тяжести стандартных профилей по таблицам сортамента (ГОСТ)
4. Определить площади и координаты центров тяжести стандартных профилей по таблицам сортамента
5. Определить координаты центра тяжести плоского сечения, состоящего из стандартных профилей

### Пример выполнения практической работы:

1. Выполнить эскиз сечения, составленного из стандартных профилей



2. Выбрать положение осей координат
3. Показать положение центров тяжести стандартных профилей по таблицам сортамента (ГОСТ)



4. Определить площади и координаты центров тяжести стандартных профилей по таблицам сортамента

$$A_1 = 19,8 \text{ см}^2$$

$$A_2 = 7,55 \text{ см}^2$$

$$A_3 = 7,55 \text{ см}^2$$

$$x_1 = 13 \text{ см}$$

$$x_2 = 3,83 \text{ см.}$$

$$x_3 = 22,17 \text{ см.}$$

$$y_1 = 4,8 \text{ см}$$

$$y_2 = 2,65 \text{ см}$$

$$y_3 = 2,65 \text{ см}$$

5. Определить координаты центра тяжести составного сечения

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{19,81 \cdot 13 + 7,55 \cdot 3,83 + 7,55 \cdot 22,17}{19,81 + 7,55 + 7,55} \\ &= 13 \text{ см} \end{aligned}$$



$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{19,81 \cdot 4,8 + 7,55 \cdot 2,65 + 7,55 \cdot 2,65}{19,81 + 7,55 + 7,55} = 3,9 \text{ см}$$

***Контрольные вопросы:***

1. В чем особенность определения положения центра тяжести фигуры, имеющей ось симметрии?
2. Назовите известные Вам стандартные профили проката.

## Раздел 2 Сопротивление материалов

### Практическая работа №8

#### Построение эпюр при растяжении и сжатии

**Цель:** научиться строить эпюры продольных сил и нормальных напряжений

**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** метод сечений; внутренние силовые факторы при растяжении и сжатии; составляющие напряжений; правила построения эпюр продольных сил и нормального напряжения при растяжении и сжатии;

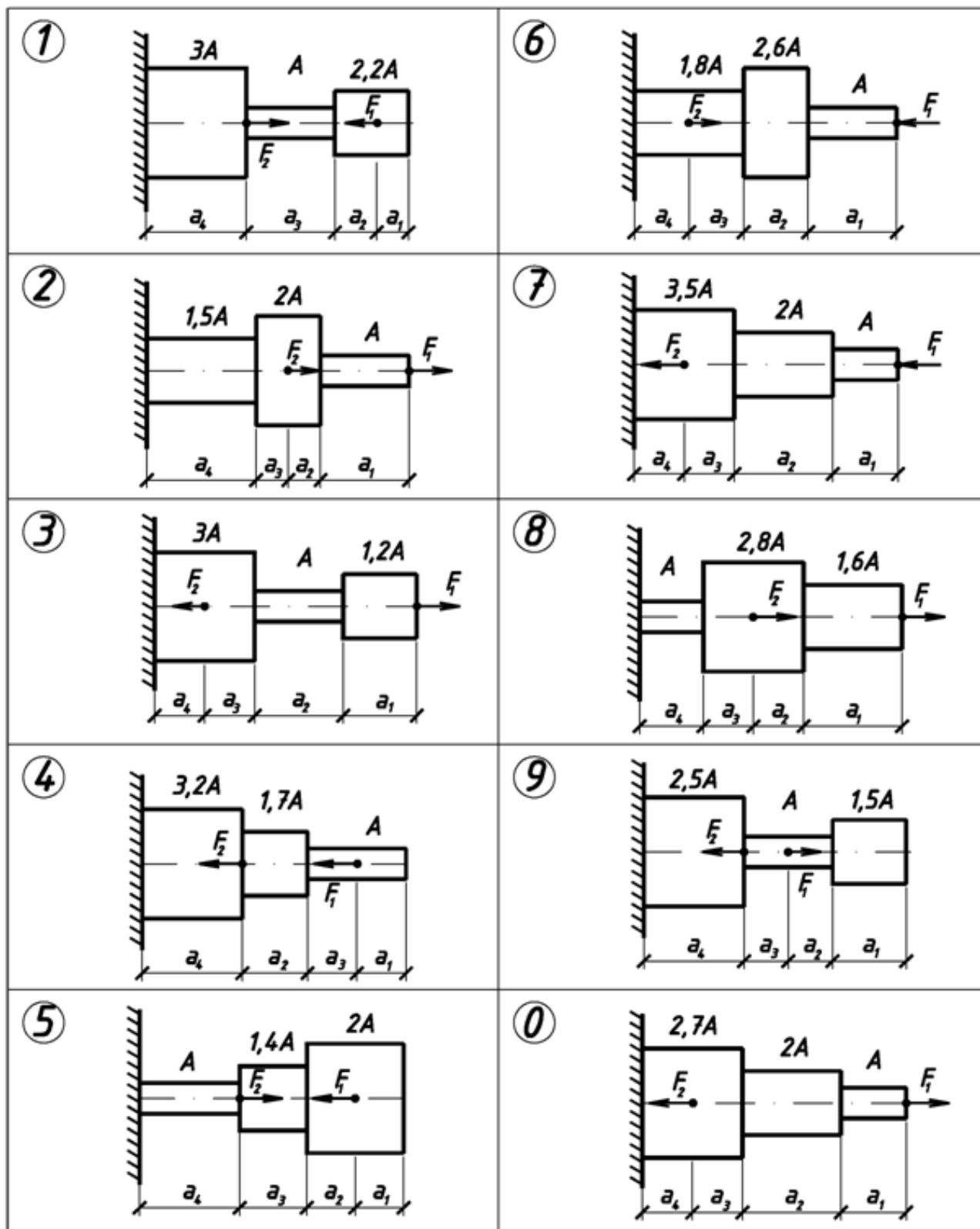
- **уметь:** определять виды нагрузок; определять внутренние силовые факторы в поперечных сечениях при растяжении и сжатии; строить эпюры продольных сил и нормального напряжения при растяжении и сжатии

**Исходные данные:**

Вар.	Схема	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	A, см <sup>2</sup>	a <sub>1</sub> , м	a <sub>2</sub> , м	a <sub>3</sub> , м	a <sub>4</sub> , м
1	1	40	55	20	0,2	0,2	0,5	0,5
2	2	15	35	21	0,8	0,3	0,3	0,8
3	3	25	60	23	0,6	0,6	0,2	0,2
4	4	10	40	20	0,2	0,4	0,5	0,7
5	5	20	60	21	0,3	0,3	0,5	0,8
6	6	20	50	21	1,2	0,8	0,5	0,4
7	7	35	60	23	0,6	1,0	0,4	0,4
8	8	35	50	24	1,2	0,7	0,7	0,9
9	9	15	40	20	0,8	0,5	0,6	1,1
10	0	20	50	21	0,6	0,8	0,3	0,3
11	1	15	45	20	0,3	0,3	0,7	0,7
12	2	15	60	24	1,0	0,6	0,6	1,0
13	3	25	60	21	0,8	0,8	0,3	0,3
14	4	30	75	23	0,3	0,5	0,6	0,8
15	5	45	70	25	0,4	0,4	0,8	1,0
16	6	35	60	24	0,8	0,5	0,2	0,1
17	7	40	65	25	0,5	0,9	0,3	0,3
18	8	30	60	23	0,9	0,5	0,5	0,7
19	9	45	60	25	0,6	0,4	0,5	0,9
20	0	20	55	20	0,5	0,9	0,4	0,4
21	1	25	60	23	0,4	0,4	0,8	0,8
22	2	35	65	24	0,9	0,7	0,7	0,9
23	3	15	45	20	0,9	0,9	0,4	0,4
24	4	20	55	2,1	0,5	0,6	0,7	0,8
25	5	25	75	2,3	0,6	0,6	0,8	1,0
26	6	30	50	2,4	0,9	0,6	0,4	0,2
27	7	55	80	2,5	0,7	1,0	0,5	0,5

28	8	45	65	2,5	1,0	0,7	0,7	0,9
29	9	40	70	2,4	0,7	0,6	0,6	1,0
30	0	50	90	2,5	0,6	0,9	0,5	0,5

### Схемы



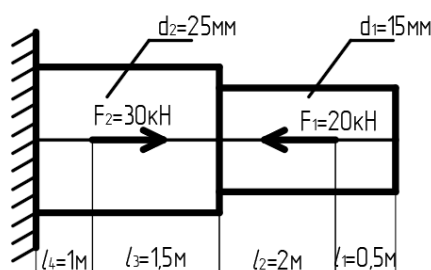
## Порядок выполнения практической работы

1. Показать условие задачи;
2. Разбить длину бруса на участки по точкам приложения внешних сил от свободной части бруса;
3. Пользуясь методом сечения определить на каждом участке величину продольной силы;
4. По полученным данным построить эпюру продольных сил;
5. На каждом участке определить величину нормального напряжения;
6. По полученным данным построить эпюру нормальных напряжений при растяжении и сжатии;

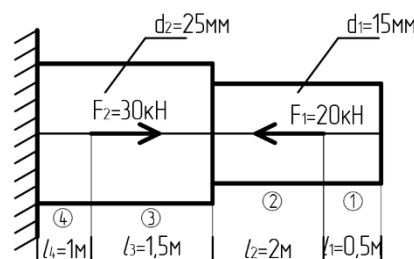
## Пример выполнения практической работы

### Исходные данные

1. Показать условие задачи;



2. Разбить длину бруса на участки по точкам приложения внешних сил от свободной части бруса;



3. Пользуясь методом сечения определить на каждом участке величину продольной силы;

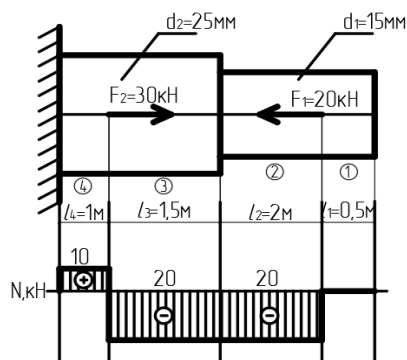
$$N_1 = 0$$

$$N_2 = -F_1 = -20 \text{ kH}$$

$$N_3 = -F_1 = -20 \text{ kH}$$

$$N_4 = -F_1 + F_2 = -20 + 30 = 10 \text{ kH}$$

4. По полученным данным построить эпюру продольных сил;



5. На каждом участке определить величину нормального напряжения  $i$  - ого участка;

$$\sigma_i = N_i / A_i$$

где  $N_i$  - продольная сила  $i$  - ого участка

$A_i$  - площадь  $i$  - ого участка

$$A_1 = \pi d_1^2 / 4 = 3,14 \cdot 1,5^2 / 4 = 1,77 \text{ см}^2$$

$$A_2 = \pi d_2^2 / 4 = 3,14 \cdot 2,5^2 / 4 = 4,9 \text{ см}^2$$

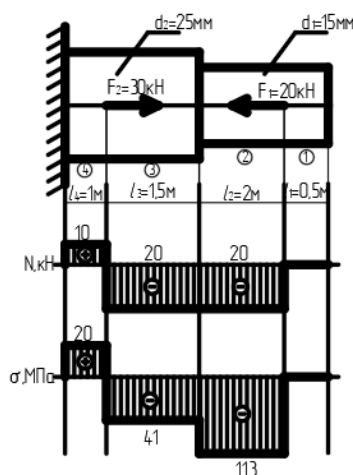
$$\sigma_1 = N_1 / A_1 = 0 / 1,77 = 0$$

$$\sigma_2 = N_2 / A_1 = -20 / 1,77 = -11,3 \text{ кН/см}^2 = -113 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = N_3 / A_2 = -20 / 4,9 = -4,1 \text{ кН/см}^2 = -41 \text{ МПа}$$

$$\sigma_4 = N_4 / A_2 = 10 / 4,9 = 2,0 \text{ кН/см}^2 = 20 \text{ МПа}$$

6. По полученным данным построить эпюру нормальных напряжений при растяжении и сжатии;



### Контрольные вопросы

1. Что такое эпюры?
2. Что такое нормальное напряжение?
3. Какие виды деформаций Вы знаете?

## Практическая работа №9

### Расчет на прочность при растяжении и сжатии

**Цель:** научиться выполнять расчет на прочность, подбор сечения из условия прочности при растяжении и сжатии

**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** условие прочности при растяжении и сжатии; виды расчета на прочность; уравнения равновесия для различных систем сил;

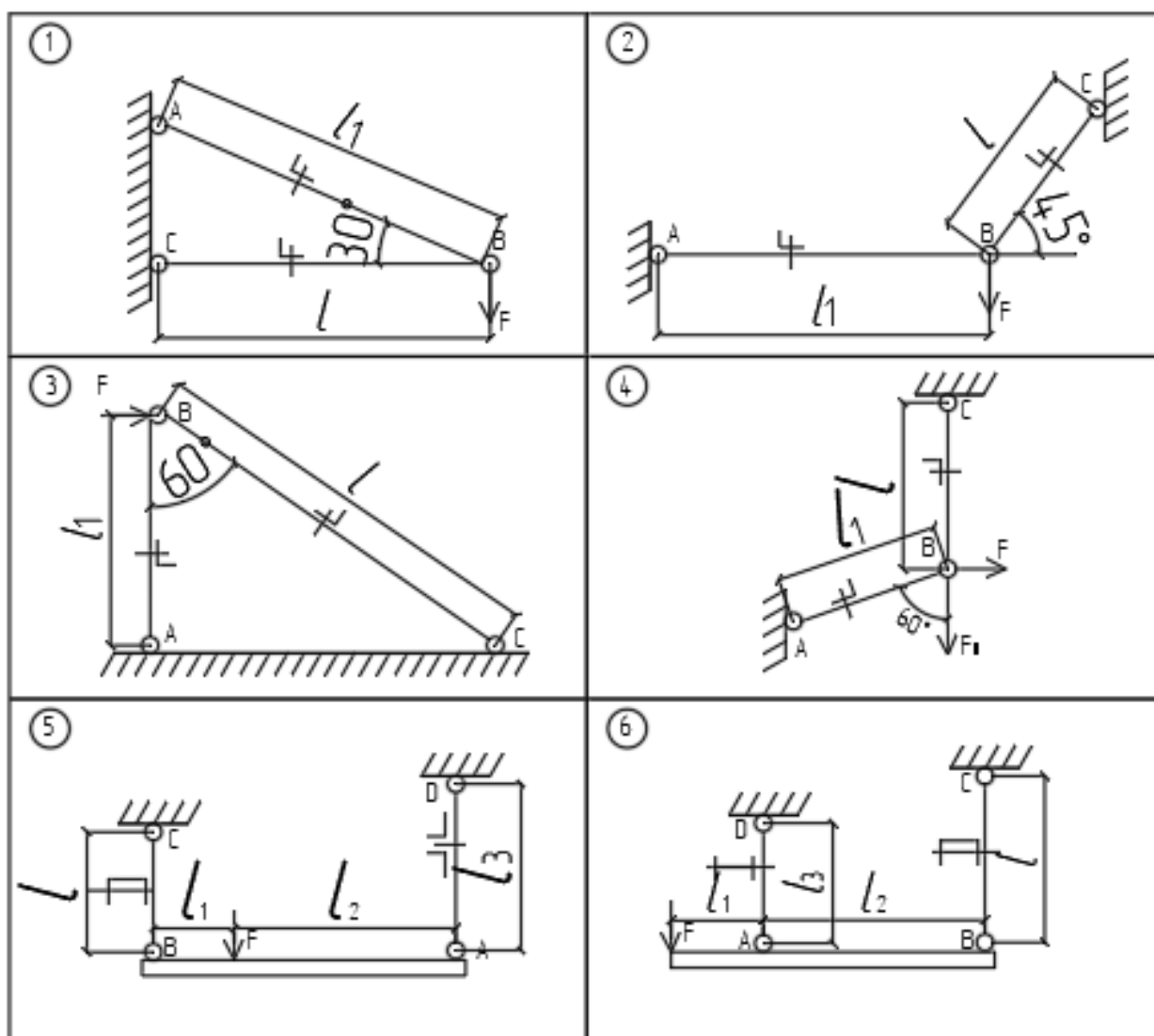
- **уметь:** составлять уравнение равновесия для различных систем сил; выполнять проектировочный расчет; пользоваться таблицами нормального сортамента (ГОСТ)

**Исходные данные:**

$[\sigma_{сж}]=120$  МПа,  $[\sigma_p]=160$  МПа,  $E=2,06 \times 10^5$  МПа

Вариант	Схема	F, кН	F <sub>1</sub> , кН	l, м	l <sub>1</sub> , м	l <sub>2</sub> , м
1	1	15	-	1,2	-	-
2	2	12	-	0,9	-	-
3	3	25	-	1,5	-	-
4	4	16	20	0,7	-	-
5	5	150	-	0,7	0,8	2,2
6	6	120	-	1,2	0,8	1,6
7	1	17	-	0,5	-	-
8	2	40	-	0,6	-	-
9	3	35	-	0,3	-	-
10	4	50	80	0,6	-	-
11	5	20	-	1,6	0,4	0,8
12	6	24	-	0,5	0,3	0,2
13	1	26	-	2,0	-	-
14	2	18	-	0,8	-	-
15	3	120	-	0,5	-	-
16	4	120	100	1,4	-	-
17	5	20	-	0,5	0,9	2,2
18	6	40	-	0,6	0,5	2,8
19	1	35	-	0,4	-	-
20	2	50	-	0,5	-	-
21	3	35	-	1,4	-	-
22	4	26	15	1,2	-	-

23	5	21	-	1,6	1,5	2,5
24	6	20	-	0,9	0,5	0,6
25	1	130	-	0,8	-	-
26	2	110	-	1,4	-	-
27	3	18	-	0,6	-	-
28	4	45	160	0,8	-	-
29	5	20	-	0,4	0,4	0,4
30	6	40	-	0,6	0,8	1,5



### Порядок выполнения практической работы

1. Показать условие задачи;
2. Заменить связи усилиями и определиться с системой координат;
3. Составить уравнения равновесия для заданной системы сил;
4. Определить продольные силы (усилия) в стержнях системы;

5. Из условия прочности определить размер поперечного сечения стержней, учитывая вид деформации стержня;

6. По таблицам нормального сортамента выполнить подбор сечения, исходя из задания;

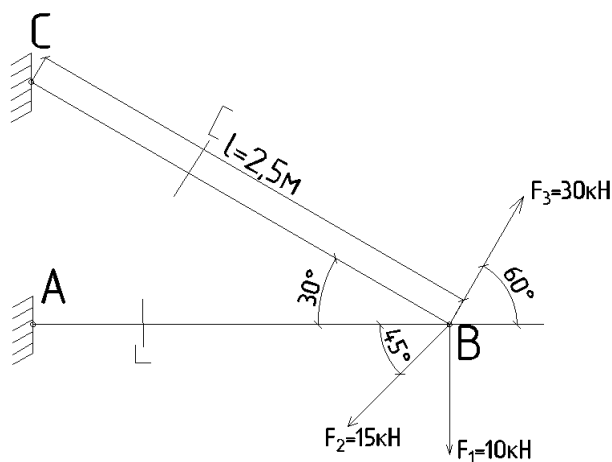
7. Определить удлинение (укорочение) стержня ВС

### Пример выполнения практической работы

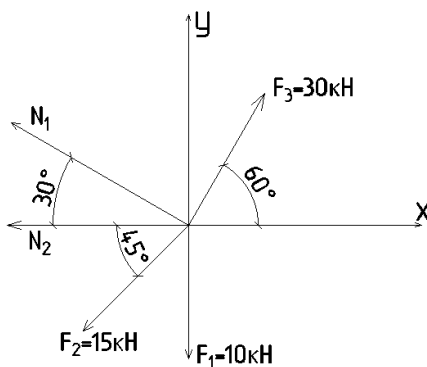
#### Исходные данные

1. Показать условие задачи

$[\sigma_{сж}] = 110 \text{ МПа} = 11 \text{ кН/см}^2$ ,  $[\sigma_p] = 150 \text{ МПа} = 15 \text{ кН/см}^2$ ,  $E = 2,06 \times 10^5 \text{ МПа} = 2,06 \times 10^4 \text{ кН/см}^2$



2. Заменить связи усилиями и определиться с системой координат;



3. Составить уравнения равновесия для заданной системы сил;

$$\sum x = 0 \quad F_3 \cdot \cos 60^\circ - N_1 \cdot \cos 30^\circ - N_2 - F_2 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum y = 0 \quad F_3 \cdot \cos 30^\circ + N_1 \cdot \cos 60^\circ - F_1 - F_2 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

4. Определить продольные силы (усилия) в стержнях системы;

$$N_1 = \frac{-F_3 \cdot \cos 30^\circ + F_1 + F_2 \cdot \cos 45^\circ}{\cos 60^\circ}$$

$$N_1 = \frac{-30 \cdot 0,87 + 15 \cdot 0,71 + 10}{0,5} = -10,9 \text{ кН (стержень сжат)}$$



$$N_2 = F_3 \cdot \cos 60^\circ - N_1 \cdot \cos 30^\circ - F_2 \cdot \cos 45^\circ$$

$$N_2 = 30 \cdot 0,5 - (-10,9) \cdot 0,87 - 15 \cdot 0,71 = 13,83 \text{ кН (стержень растянут)}$$

Проверка

$$\sum x = 0 \quad 30 \cdot 0,5 - (-10,9) \cdot 0,87 - 13,83 - 15 \cdot 0,71 = 0$$

$$\sum y = 0 \quad 30 \cdot 0,87 + (-10,9) \cdot 0,5 - 10 - 15 \cdot 0,71 = 0$$

5. Из условия прочности определить размер поперечного сечения стержней, учитывая вид деформации стержня;

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma_{сж}]} = \frac{10,9}{11} = 0,99$$

$$A_2 = \frac{N_2}{[\sigma_p]} = \frac{13,83}{15} = 0,93$$

6. По таблицам нормального сортамента выполнить подбор сечения, исходя из задания;

1 стержень - швеллер № 5  $A=6,16 \text{ см}^2$

2 стержень - уголок равнобокий № 20х3  $A=1,13 \text{ см}^2$

7. Определить удлинение (укорочение) стержня ВС

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}, \text{ мм}$$

$$\Delta l_{\text{ВС}} = \frac{N_1 \cdot l}{E \cdot A_1} = \frac{10,9 \cdot 250}{2,06 \cdot 10^4 \cdot 6,16} = 0,02 \text{ см} = 0,2 \text{ мм}$$

**Стержень сожмется на 0,2 мм**

### ***Контрольные вопросы***

1. Что такое проектный расчет?
2. Что такое расчет по допускаемым нагрузкам?
3. Что такое проверочный расчет?

## Практическая работа №10

### Решение задач на определение удлинения

**Цель:** научиться определять изменения длины стержня при растяжении и сжатии

**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** правила построения эпюр продольных сил и нормальных напряжений при растяжении и сжатии; закон Гука; зависимости и формулы для расчета напряжений и перемещений.

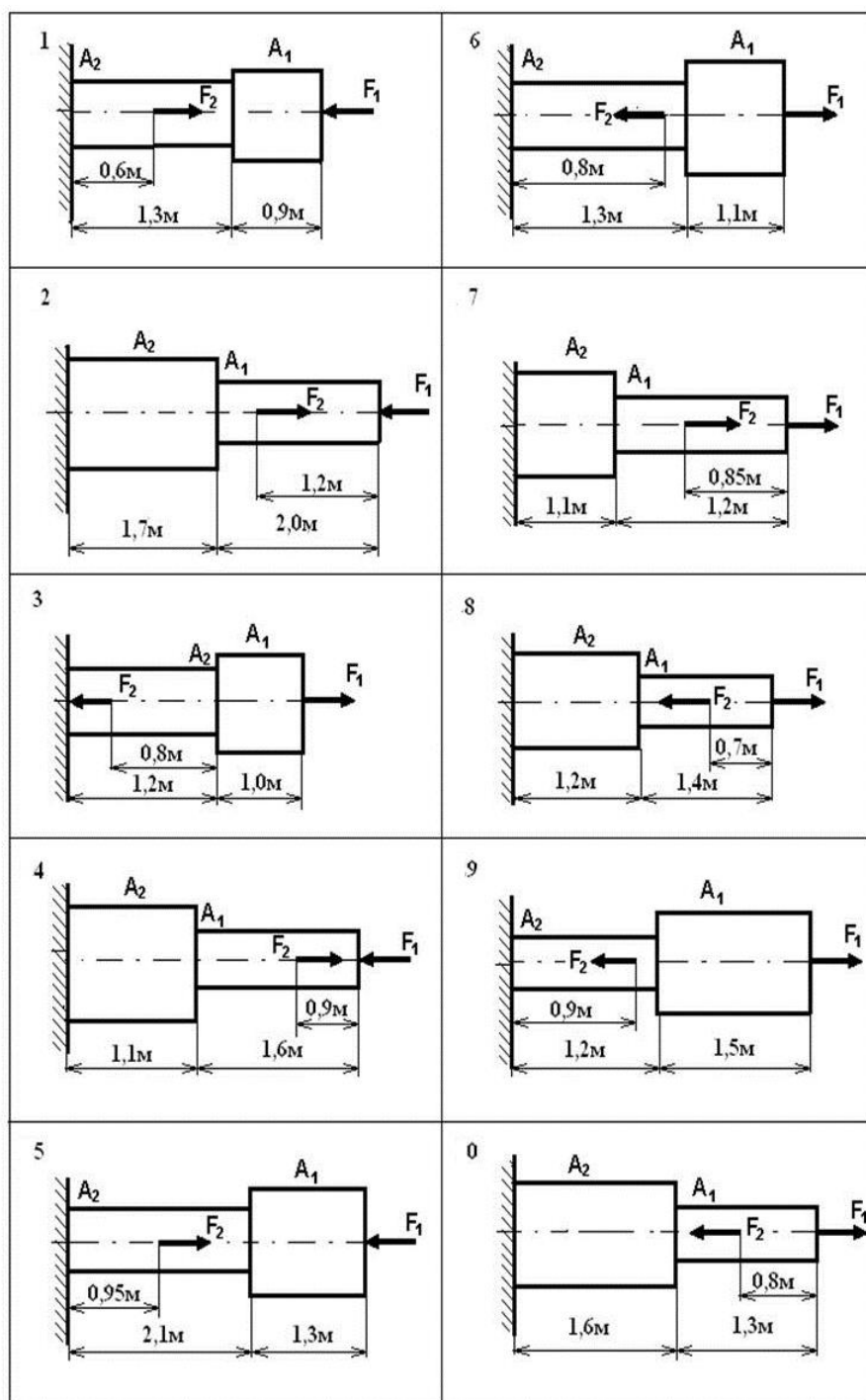
- **уметь:** строить эпюры продольных сил и нормальных напряжений при растяжении и сжатии; проводить расчеты на прочность и жесткость при растяжении и сжатии.

**Исходные данные:**

Вариант	№ схемы	$A_1, \text{см}^2$	$A_2, \text{см}^2$	$F_1, \text{кН}$	$F_2, \text{кН}$
1	1	10	8	12	14
2	2	6	9	15	15
3	3	12	6	14	19
4	4	5	9	12	13
5	5	15	10	10	12
6	6	20	14	23	25
7	7	12	15	5	12
8	8	10	16	10	15
9	9	19	12	20	14
10	0	10	18	17	15
11	1	20	14	10	12
12	2	5	9	23	25
13	3	15	14	5	12
14	4	10	14	10	15
15	5	12	9	20	14
16	6	15	8	17	15
17	7	10	16	12	14
18	8	13	17	15	15
19	9	16	10	14	19
20	0	7	12	12	13
21	1	17	13	5	12
22	2	10	18	10	15
23	3	17	13	20	14

24	4	11	18	17	15
25	5	11	8	12	14
26	6	14	9	15	15
27	7	11	17	14	19
28	8	12	19	12	13
29	9	17	11	20	14
30	0	9	11	17	15

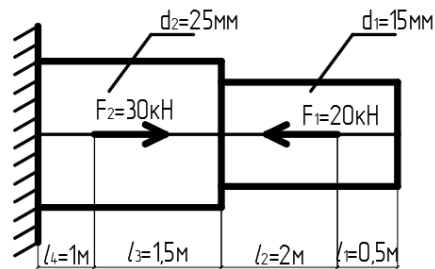
### Схемы



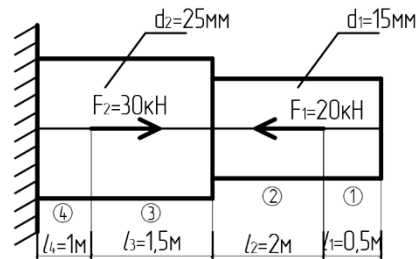
## Пример выполнения практической работы

### Исходные данные

1. Показать условие задачи;



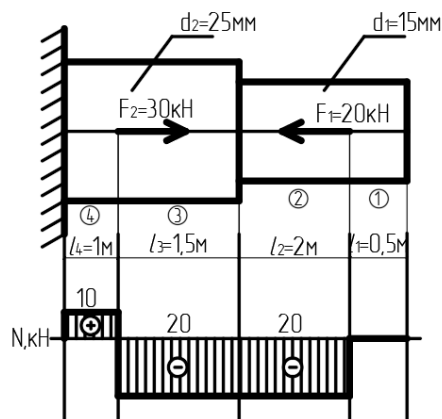
2. Разбить длину бруса на участки по точкам приложения внешних сил от свободной части бруса;



3. Пользуясь методом сечения определить на каждом участке величину продольной силы;

$$\begin{aligned}
 N_1 &= 0 \\
 N_2 &= -F_1 = -20 \text{ кН} \\
 N_3 &= -F_1 = -20 \text{ кН} \\
 N_4 &= -F_1 + F_2 = -20 + 30 = 10 \text{ кН}
 \end{aligned}$$

4. По полученным данным построить эпюру продольных сил;



5. На каждом участке определить величину нормального напряжения  $\sigma_i$  - ого участка;

$$\sigma_i = N_i / A_i$$

где  $N_i$  - продольная сила  $i$ -ого участка

$A_i$  - площадь  $i$ -ого участка

$$A_1 = \pi d_1^2 / 4 = 3,14 \cdot 1,5^2 / 4 = 1,77 \text{ см}^2$$

$$A_2 = \pi d_2^2 / 4 = 3,14 \cdot 2,5^2 / 4 = 4,9 \text{ см}^2$$

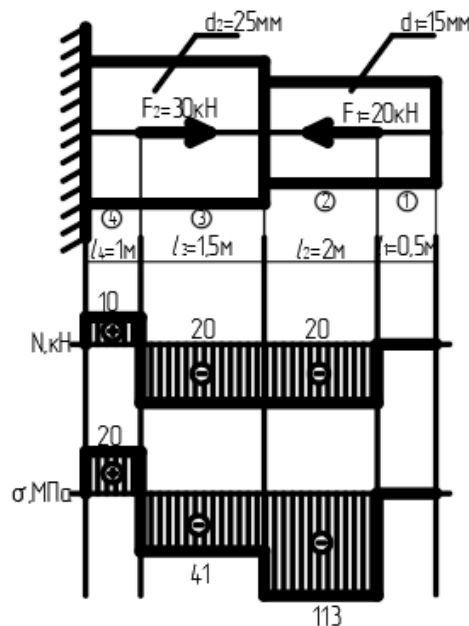
$$\sigma_1 = N_1 / A_1 = 0 / 1,77 = 0$$

$$\sigma_2 = N_2 / A_1 = -20 / 1,77 = -11,3 \text{ кН/см}^2 = -113 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = N_3 / A_2 = -20 / 4,9 = -4,1 \text{ кН/см}^2 = -41 \text{ МПа}$$

$$\sigma_4 = N_4 / A_2 = 10 / 4,9 = 2,0 \text{ кН/см}^2 = 20 \text{ МПа}$$

6. По полученным данным построить эпюру нормальных напряжений при растяжении и сжатии;



7. Определить удлинение или укорочение бруса

7.1 Формула определения удлинения или укорочения для одного участка

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}, \text{ мм}$$

где:  $N$  - продольная сила на участке, кН

$l$  - длина участка, см

$E$  - модуль упругости, кН/см<sup>2</sup> (для стали  $2,05 \cdot 10^5$  МПа)

$A$  - площадь сечения участка, см<sup>2</sup>

7.2 Определить удлинение или укорочение бруса на каждом участке

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{0 \cdot 50}{2,05 \cdot 10^4 \cdot 1,77} = 0 \text{ см}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_1} = \frac{-20 \cdot 200}{2,05 \cdot 10^4 \cdot 1,77} = -0,11 \text{ см} = -1,1 \text{ мм}$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot l_3}{E \cdot A_2} = \frac{-20 \cdot 150}{2,05 \cdot 10^4 \cdot 4,9} = -0,02 \text{ см} = -0,2 \text{ мм}$$

$$\Delta l_4 = \frac{N_4 \cdot l_4}{E \cdot A_2} = \frac{10 \cdot 100}{2,05 \cdot 10^4 \cdot 4,9} = 0,01 \text{ см} = 0,1 \text{ мм}$$

7.3 Определить общее удлинение или укорочение бруса

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = 0 + (-1,1) + (-0,2) + 0,1 = -1,002 \text{ мм}$$

Вывод: брус сожмется на 1,002 мм

### ***Контрольные вопросы***

1. Какой внутренний силовой фактор возникает при растяжении (сжатии)?
2. Как нагрузить прямой стержень, чтобы он испытывал только растяжение?
3. Какие расчеты можно выполнить из условия прочности?

## Практическая работа №11

### Определение геометрических характеристик плоских сечений

**Цель:** научиться определять геометрические характеристики плоских сечений.

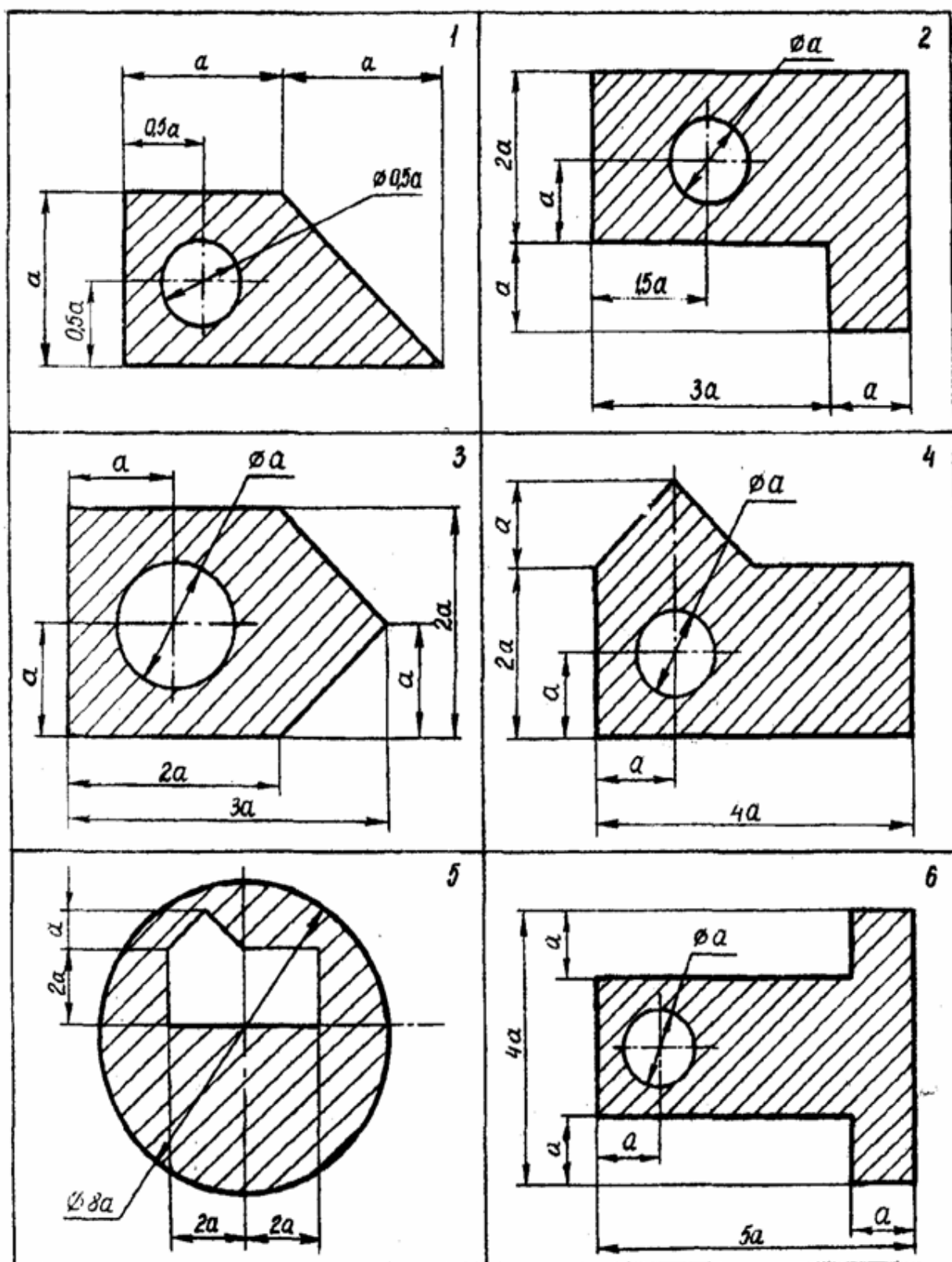
**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** основные формулы расчета для определения моментов инерции, статического момента, центра тяжести, радиуса инерции плоских сечений; правила определения моментов инерции, статического момента, центра тяжести, радиуса инерции плоских сечений;

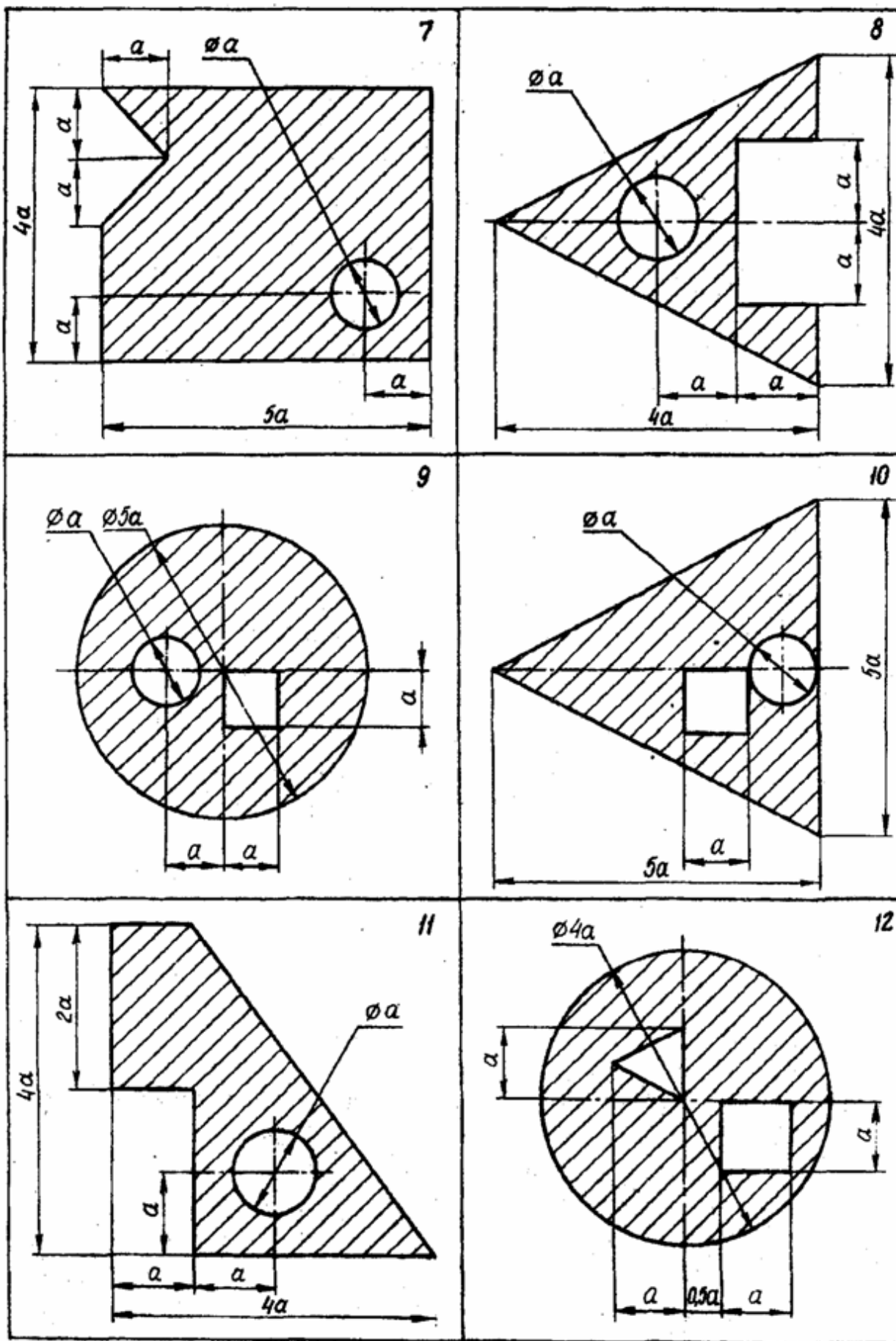
- **уметь:** определять моменты инерции, статические моменты, центры тяжести, радиус инерции плоских сечений

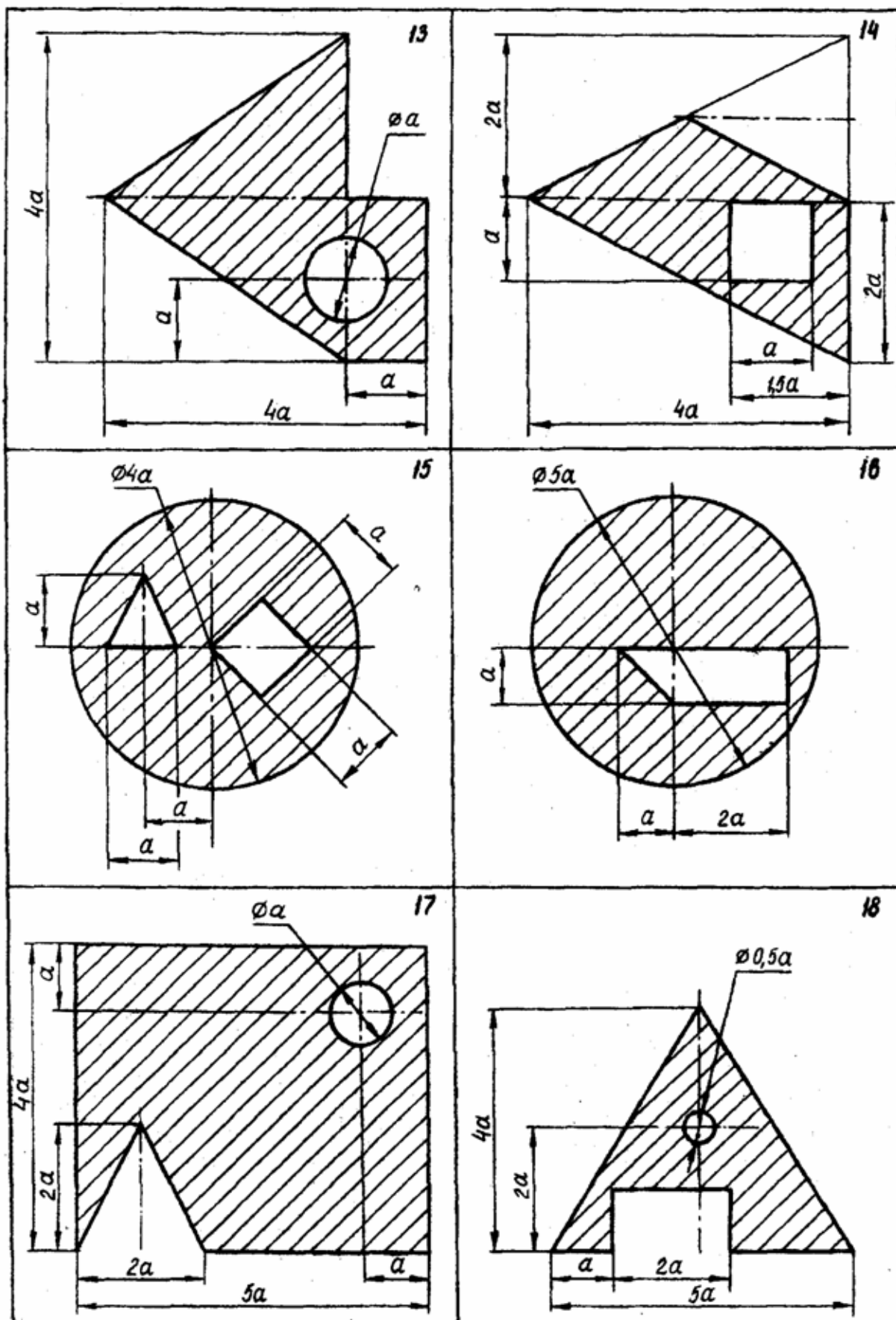
#### Исходные данные:

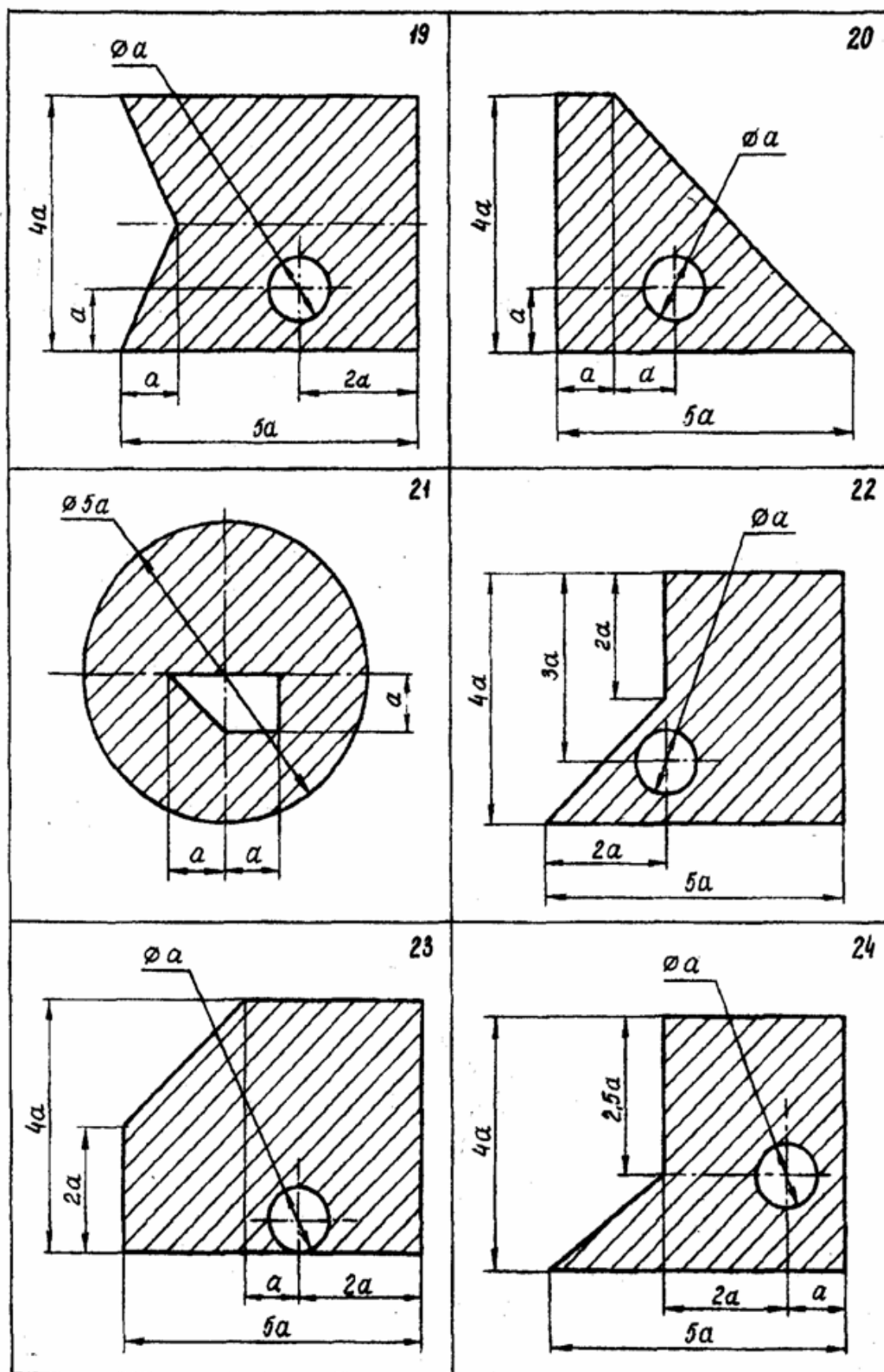
№ вариан- та	№ схемы	а, см.	№ варианта	№ схемы	а, см.
<b>1</b>	1	20	<b>16</b>	16	20
<b>2</b>	2	15	<b>17</b>	17	10
<b>3</b>	3	8	<b>18</b>	18	20
<b>4</b>	4	10	<b>19</b>	19	15
<b>5</b>	5	6	<b>20</b>	20	20
<b>6</b>	6	10	<b>21</b>	21	20
<b>7</b>	7	12	<b>22</b>	22	8
<b>8</b>	8	15	<b>23</b>	23	12
<b>9</b>	9	12	<b>24</b>	24	16
<b>10</b>	10	10	<b>25</b>	25	16
<b>11</b>	11	20	<b>26</b>	26	10
<b>12</b>	12	20	<b>27</b>	27	12
<b>13</b>	13	15	<b>28</b>	28	14
<b>14</b>	14	24	<b>29</b>	29	16
<b>15</b>	15	10	<b>30</b>	30	18

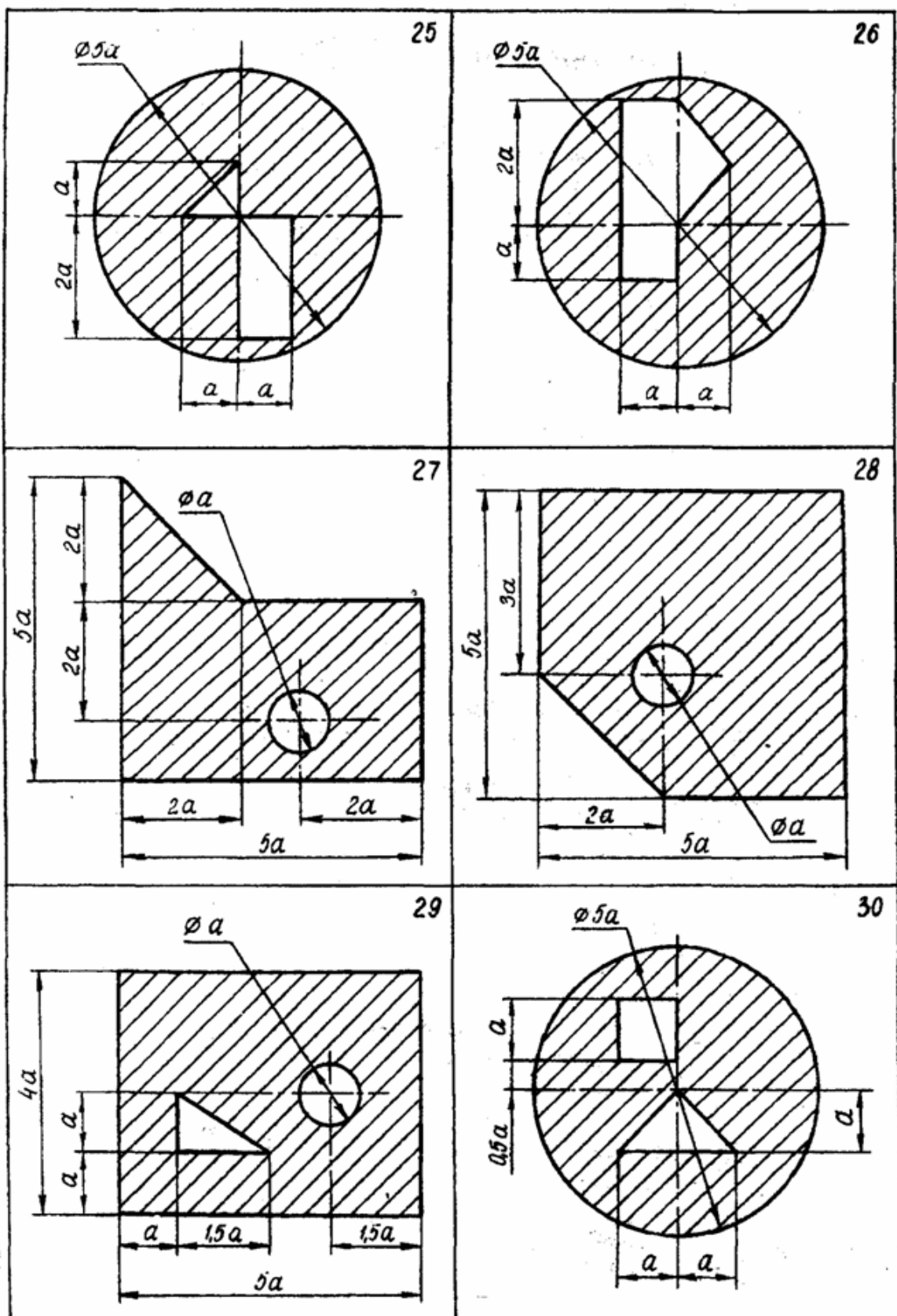












### Порядок выполнения практической работы:

1. Указать исходные данные

2. Определить центр тяжести сечения

$$x_c = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{\sum A_i}, \text{ см} \qquad y_c = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i}, \text{ см}$$

где  $A_i$  - площадь сечения  $i$ -ой фигуры (1, 2, 3, и т.д.),  $\text{см}^2$

$x_i; y_i$  – расстояние до центра тяжести  $i$ -ой фигуры (1, 2, 3, и т.д.) по  $Ox$  и  $Oy$ , см

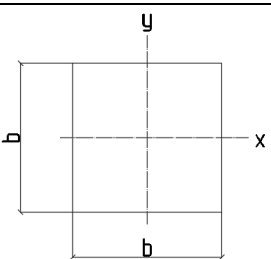
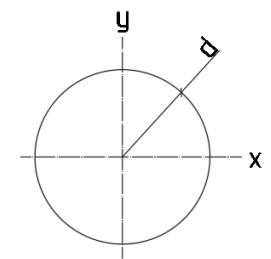
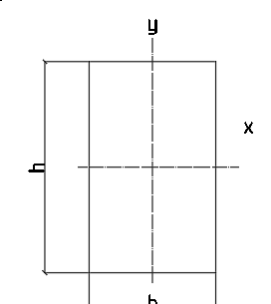
3. Определить статический момент сечения относительно оси  $X$  и  $Y$

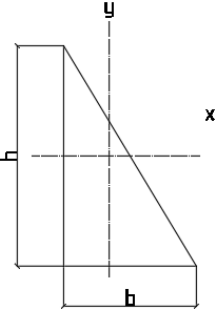
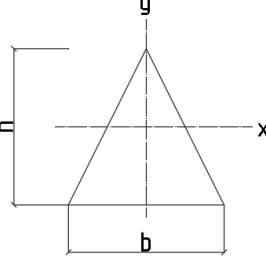
$$S_x = y_c \cdot A, \text{ см}^3 \qquad S_y = x_c \cdot A, \text{ см}^3$$

где  $x_c; y_c$  – координаты центра тяжести сечения, см

$A$  – площадь сечения,  $\text{см}^2$

4. Определить момент инерции сечения

Сечение	Момент инерции относительно $Ox$	Момент инерции относительно $Oy$
	$I_{x,y} = \frac{b^4}{12}$	
	$I_{x,y} = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$	
	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$	$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$

	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{36}$	$I_y = \frac{h \cdot b^3}{36}$
	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{36}$	$I_y = \frac{h \cdot b^3}{48}$

#### 4.1 Относительно оси X

$$I_x = \sum I_{xi}, \text{ см}^4$$

где  $I_{xi}$  – момент инерции  $i$ -ой фигуры по  $Ox$ ,  $\text{см}^4$

$$I_{xi} = I_x + a^2 \cdot A, \text{ см}^4$$

где  $a$  – расстояние между центром тяжести всей фигуры и центром тяжести  $i$ -ой фигуры по  $Oy$ ,  $\text{см}$

$A$  – площадь  $i$ -ой фигуры,  $\text{см}^2$

#### 4.2 Относительно оси Y

$$I_y = \sum I_{yi}, \text{ см}^4$$

где  $I_{yi}$  – момент инерции  $i$ -ой фигуры по  $Ox$ ,  $\text{см}^4$

$$I_{yi} = I_y + a^2 \cdot A, \text{ см}^4$$

где  $a$  – расстояние между центром тяжести всей фигуры и центром тяжести  $i$ -ой фигуры по  $Ox$ ,  $\text{см}$

$A$  – площадь  $i$ -ой фигуры,  $\text{см}^2$

#### 5. Определить радиусы инерции сечения относительно оси X и Y

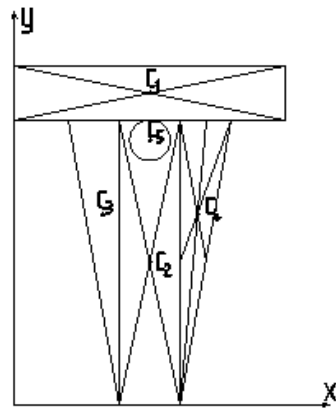
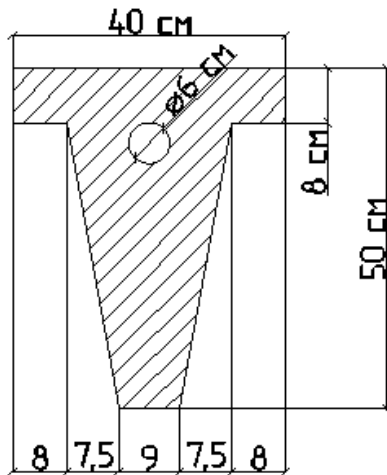
$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \text{ см} \qquad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}, \text{ см}$$

где  $I_x, I_y$  – моменты инерции сечения,  $\text{см}^4$

$A$  – площадь сечения,  $\text{см}^2$

**Пример выполнения практической работы:**

1. Указать исходные данные



2. Определить центр тяжести сечения

$$A_1 = 40 \cdot 8 = 320 \text{ см}^2$$

$$x_1 = 20 \text{ см}$$

$$y_1 = 46 \text{ см}$$

$$A_2 = 42 \cdot 9 = 378 \text{ см}^2$$

$$x_2 = 20 \text{ см}$$

$$y_2 = 21 \text{ см}$$

$$A_3 = A_4 = \frac{1}{2} \cdot 7,5 \cdot 42 = 157,5 \text{ см}^2;$$

$$x_3 = 13 \text{ см}; x_4 = 27 \text{ см}$$

$$y_3 = y_4 = 28 \text{ см}$$

$$A_5 = 3,14 \cdot 6^2/4 = 28,3 \text{ см}^2;$$

$$x_5 = 20 \text{ см};$$

$$y_5 = 39 \text{ см}$$

$$x_c = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + A_4 \cdot x_4 - A_5 \cdot x_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 - A_5}$$

$$= \frac{320 \cdot 20 + 378 \cdot 20 + 157,5 \cdot 13 + 157,5 \cdot 27 - 28,3 \cdot 20}{320 + 378 + 157,5 + 157,5 - 28,3}$$

$$= 20 \text{ см}$$

$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 + A_4 \cdot y_4 - A_5 \cdot y_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 - A_5}$$

$$= \frac{320 \cdot 46 + 378 \cdot 21 + 157,5 \cdot 28 + 157,5 \cdot 28 - 28,3 \cdot 39}{320 + 378 + 157,5 + 157,5 - 28,3}$$

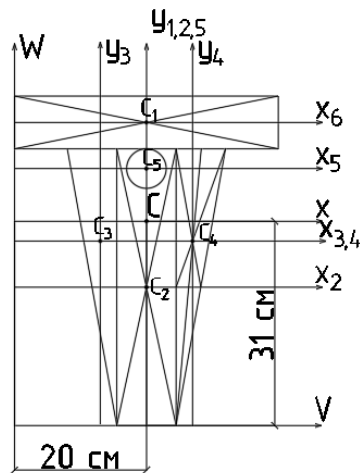
$$= 31 \text{ см}$$

3. Определить статический момент сечения относительно оси X и Y

$$S_x = y_c \cdot A = 31 \cdot 984,7 = 30525,7 \text{ см}^3$$

$$S_y = x_c \cdot A = 20 \cdot 984,7 = 19694 \text{ см}^3$$

4. Определить момент инерции сечения



#### 4.1 Относительно оси X

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} + I_{x4} - I_{x5}$$

$$I_{x1} = I_y + a_1^2 \cdot A_1$$

$$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{40 \cdot 8^3}{12} = 1706,7 \text{ см}^4$$

$$a_1 = CC_1(y_c - y_1) = 46 - 31 = 15 \text{ см}$$

$$A_1 = 320 \text{ см}^2$$

$$I_{x1} = 1706,7 + 15^2 \cdot 320 = 73706,7 \text{ см}^4$$

$$I_{x2} = I_x + a_2^2 \cdot A_2$$

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{9 \cdot 42^3}{12} = 55566 \text{ см}^4$$

$$a_2 = CC_2(y_c - y_2) = 31 - 21 = 10 \text{ см}$$

$$A_2 = 378 \text{ см}^2$$

$$I_{x2} = 55566 + 10^2 \cdot 378 = 93366 \text{ см}^4$$

$$I_{x34} = I_x + a_{34}^2 \cdot A_{34}$$

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{36} = \frac{7,5 \cdot 42^3}{36} = 15435 \text{ см}^4$$

$$a_{34} = CC_{34}(y_c - y_{34}) = 31 - 28 = 3 \text{ см}$$

$$A_{34} = 157,5 \text{ см}^2$$

$$I_{x34} = 15435 + 3^2 \cdot 157,5 = 16852,5 \text{ см}^4$$

$$I_{x5} = I_x + a_5^2 \cdot A_5$$

$$I_x = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 6^4}{64} = 63,65 \text{ см}^4$$

$$a_5 = CC_5(y_c - y_5) = 39 - 31 = 8 \text{ см}$$

$$A_5 = 28,3 \text{ см}^2$$

$$I_{x5} = 63,6 + 8^2 \cdot 28,3 = 1875,8 \text{ см}^4$$

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} + I_{x4} - I_{x5}$$

$$= 73706,7 + 93366 + 16852,5 + 16852,5 - 1875,8$$

$$= 198901,9 \text{ см}^4$$

#### 4.2 Относительно оси Y

$$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + I_{y4} - I_{y5}$$



$$\begin{aligned}
 I_{y1} &= I_x + a_1^2 \cdot A_1 & I_{y2} &= I_y + a_2^2 \cdot A_2 \\
 I_x &= \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{8 \cdot 40^3}{12} = 42666,7 \text{ см}^4 & I_y &= \frac{h \cdot b^3}{12} = \frac{42 \cdot 8^3}{12} = 2551,5 \text{ см}^4 \\
 a_1 &= CC_1(x_c - x_1) = 20 - 20 = 0 \text{ см} & a_2 &= CC_2(x_c - x_2) = 20 - 20 = 0 \text{ см} \\
 A_1 &= 320 \text{ см}^2 & A_2 &= 378 \text{ см}^2 \\
 I_{y1} &= 42666,7 + 0^2 \cdot 320 & I_{y2} &= 2551,5 + 0^2 \cdot 378 = 2551,5 \text{ см}^2 \\
 &= 42666,7 \text{ см}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{y34} &= I_y + a_{34}^2 \cdot A_{34} & I_{y5} &= I_y + a_5^2 \cdot A_5 \\
 I_y &= \frac{h \cdot b^3}{36} = \frac{42 \cdot 7,5^3}{36} = 492,2 \text{ см}^4 & I_y &= \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 6^4}{64} = 63,6 \text{ см}^4 \\
 a_{34} &= CC_{34}(x_c - x_{34}) = 27 - 20 = 7 \text{ см} & a_5 &= CC_5(x_c - x_5) = 20 - 20 = 0 \text{ см} \\
 A_{34} &= 157,5 \text{ см}^2 & A_5 &= 28,3 \text{ см}^2 \\
 I_{y34} &= 492,2 + 7^2 \cdot 157,5 = 8209,7 \text{ см}^2 & I_{y5} &= 63,6 + 0^2 \cdot 28,3 = 63,6 \text{ см}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_y &= I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + I_{y4} - I_{y5} = 42666,7 + 2551,5 + 8209,7 + 8209,7 - 63,6 \\
 &= 61574 \text{ см}^4
 \end{aligned}$$

5. Определить радиусы инерции сечения относительно оси X и Y

$$\begin{aligned}
 i_x &= \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{198901,9}{984,7}} = 14,2 \text{ см} \\
 i_y &= \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{61574,6}{984,7}} = 7,9 \text{ см}
 \end{aligned}$$

**Контрольные вопросы:**

1. Геометрические характеристики сечения?
2. Формулы определения моментов инерции простейших фигур?

## Практическая работа №12

### Определение геометрических характеристик составных сечений

**Цель:** научиться определять геометрические характеристики сечений, состоящих из стандартных профилей

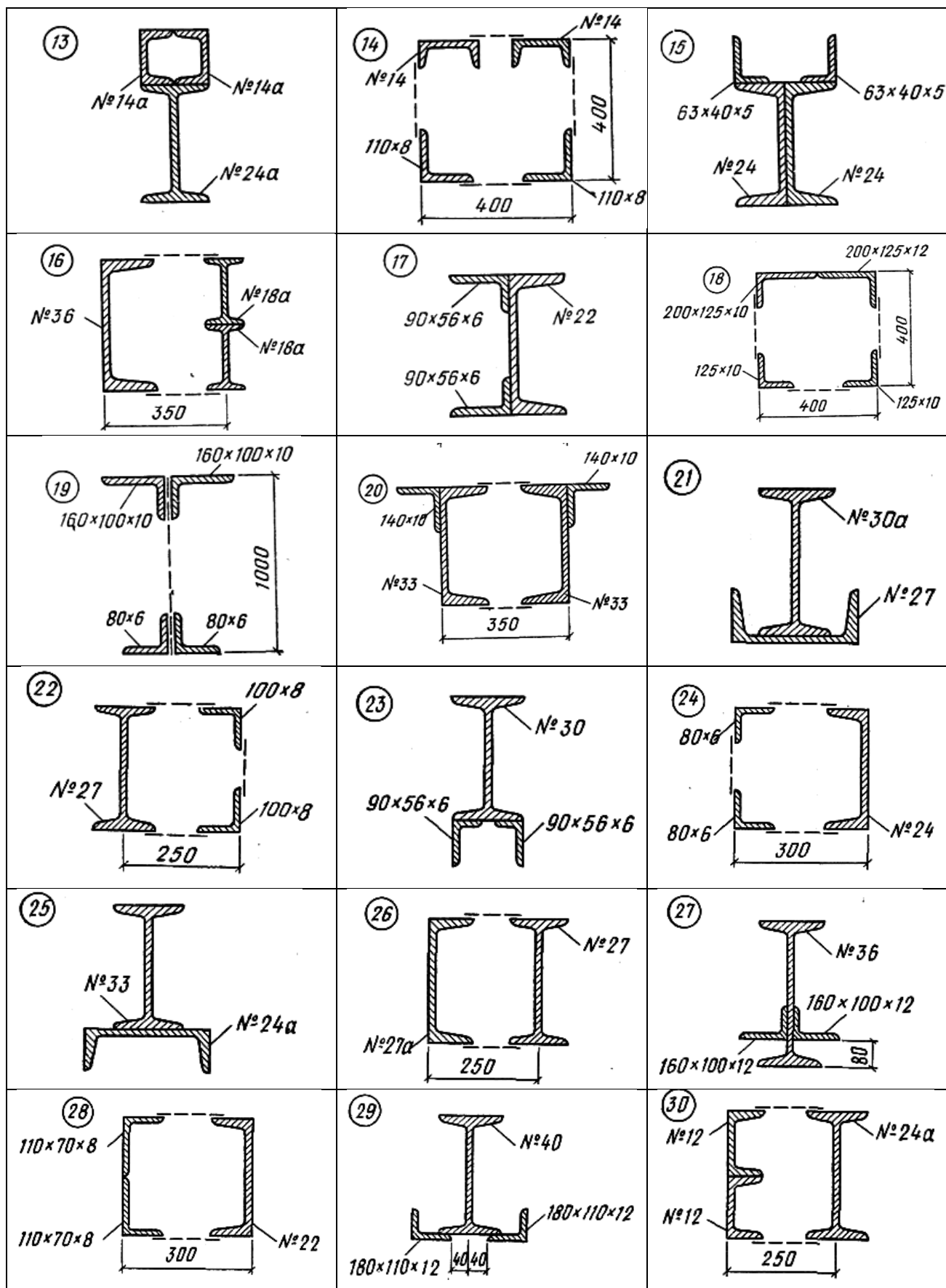
**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** виды стандартных профилей; правила определения моментов инерции, статического момента, центра тяжести сечения, состоящих из стандартных профилей.

- **уметь:** определять моменты инерции, статические моменты, центры тяжести сечений, состоящих из стандартных профилей по таблицам ГОСТа.

**Исходные данные:**

<p>①</p> <p>№30 №27а</p>	<p>②</p> <p>90×5 90×5 №30 250</p>	<p>③</p> <p>70×45×5 70×45×5 №24</p>
<p>④</p> <p>№33а 80×6 80×6 300</p>	<p>⑤</p> <p>№22 №24а</p>	<p>⑥</p> <p>№33 №33а 300</p>
<p>⑦</p> <p>100 80×50×6 80×50×6 №22</p>	<p>⑧</p> <p>№36 180×110×10 180×110×10 400</p>	<p>⑨</p> <p>30 30 63×40×5 63×40×5 №20а</p>
<p>⑩</p> <p>№36 №18 №18 300</p>	<p>⑪</p> <p>№30 №27 №27</p>	<p>⑫</p> <p>180×110×10 №36 180×110×10 350</p>



## Порядок выполнения практической работы:

1. Указать исходные данные
2. Определить центр тяжести сечения

$$x_c = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{\sum A_i}, \text{ см} \qquad y_c = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i}, \text{ см}$$

где  $A_i$  - площадь сечения  $i$ -ой фигуры (1, 2, 3, и т.д.),  $\text{см}^2$

$x_i; y_i$  – расстояние до центра тяжести  $i$ -ой фигуры (1, 2, 3, и т.д.) по Ох и Оу, см

3. Определить статический момент сечения относительно оси Х и У

$$S_x = y_c \cdot A, \text{ см}^3 \qquad S_y = x_c \cdot A, \text{ см}^3$$

где  $x_c; y_c$  – координаты центра тяжести сечения, см

$A$  – площадь сечения,  $\text{см}^2$

4. Определить момент инерции сечения

- 4.1 Относительно оси Х

$$I_x = \sum I_{xi}, \text{ см}^4$$

где  $I_{xi}$  – момент инерции  $i$ -ой фигуры по Ох,  $\text{см}^4$

$$I_{xi} = I_x + a^2 \cdot A, \text{ см}^4$$

где  $a$  – расстояние между центром тяжести всей фигуры и центром тяжести  $i$ -ой фигуры по Оу, см

$A$  – площадь  $i$ -ой фигуры,  $\text{см}^2$

- 4.2 Относительно оси У

$$I_y = \sum I_{yi}, \text{ см}^4$$

где  $I_{yi}$  – момент инерции  $i$ -ой фигуры по Оу,  $\text{см}^4$

$$I_{yi} = I_y + a^2 \cdot A, \text{ см}^4$$

где  $a$  – расстояние между центром тяжести всей фигуры и центром тяжести  $i$ -ой фигуры по Ох, см

$A$  – площадь  $i$ -ой фигуры,  $\text{см}^2$

5. Определить радиусы инерции сечения относительно оси Х и У

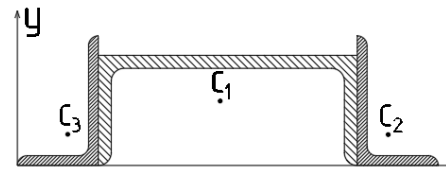
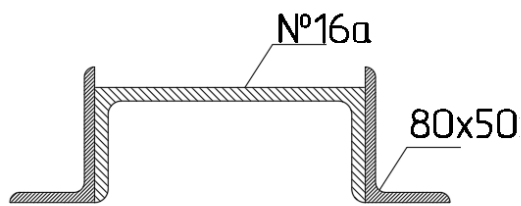
$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \text{ см} \qquad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}, \text{ см}$$

где  $I_x, I_y$  – моменты инерции сечения,  $\text{см}^4$

$A$  – площадь сечения,  $\text{см}^2$

## Пример выполнения практической работы:

1. Указать исходные данные



2. Определить центр тяжести сечения

$$A_1 = 19,5 \text{ см}^2$$

$$A_2 = 7,55 \text{ см}^2$$

$$x_1 = 13 \text{ см}$$

$$x_2 = 5 - 1,17 = 3,83 \text{ см}$$

$$y_1 = 6,8 - 2 = 4,8 \text{ см}$$

$$y_2 = 2,65 \text{ см}$$

$$A_3 = 7,55 \text{ см}^2;$$

$$x_3 = 5 + 16 + 1,17 = 22,17 \text{ см}$$

$$y_3 = 2,65 \text{ см}$$

$$x_c = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{19,5 \cdot 13 + 7,55 \cdot 3,83 + 7,55 \cdot 22,17}{19,5 + 7,55 + 7,55} = 13 \text{ см}$$

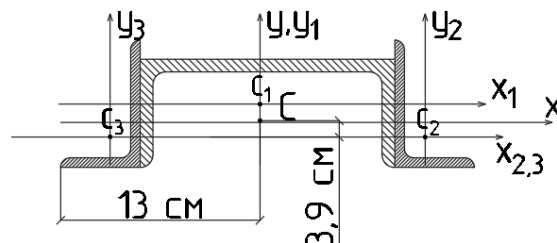
$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{19,5 \cdot 4,81 + 7,55 \cdot 2,65 + 7,55 \cdot 2,65}{19,5 + 7,55 + 7,55} = 3,9 \text{ см}$$

3. Определить статический момент сечения относительно оси X и Y

$$S_x = y_c \cdot A = 3,9 \cdot 34,6 = 134,9 \text{ см}^3$$

$$S_y = x_c \cdot A = 13 \cdot 34,6 = 449,8 \text{ см}^3$$

4. Определить момент инерции сечения



- 4.1 Относительно оси X

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3}$$

$$I_{x1} = I_x + a_1^2 \cdot A_1$$

$$I_x = I_y = 78,8 \text{ см}^4$$

$$I_{x23} = I_x + a_{23}^2 \cdot A_{23}$$

$$I_x = 49 \text{ см}^4$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= CC_1(y_c - y_1) = 4,8 - 3,9 = 0,9 \text{ см} & a_{23} &= CC_{23}(y_c - y_{23}) = 3,9 - 2,65 \\
&A_1 = 19,5 \text{ см}^2 & &= 1,25 \text{ см} \\
I_{x1} &= 78,8 + 0,9^2 \cdot 19,5 = 94,6 \text{ см}^2 & A_{23} &= 7,55 \text{ см}^2 \\
& & I_{x23} &= 49 + 1,25^2 \cdot 7,55 = 60,8 \text{ см}^2
\end{aligned}$$

$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} = 94,6 + 60,8 + 60,8 = 216,2 \text{ см}^4$$

4.2 Относительно оси У

$$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3}$$

$$\begin{aligned}
I_{y1} &= I_y + a_1^2 \cdot A_1 & I_{y23} &= I_y + a_{23}^2 \cdot A_{23} \\
I_y &= I_x = 823 \text{ см}^4 & I_y &= I_y = 14,8 \text{ см}^4 \\
a_1 &= CC_1(x_c - x_1) = 13 - 13 = 0 \text{ см} & a_{23} &= CC_{23}(x_c - x_{23}) = 13 - 3,83 \\
A_1 &= 19,5 \text{ см}^2 & &= 9,17 \text{ см} \\
I_{y1} &= 823 + 0^2 \cdot 320 = 823 \text{ см}^2 & A_{23} &= 7,55 \text{ см}^2 \\
& & I_{y23} &= 14,8 + 9,17^2 \cdot 7,55 \\
& & &= 649,7 \text{ см}^2
\end{aligned}$$

$$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} = 823 + 649,7 + 649,7 = 2122,4 \text{ см}^4$$

4. Определить радиусы инерции сечения относительно оси Х и У

$$\begin{aligned}
i_x &= \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{216,2}{34,6}} = 2,5 \text{ см} \\
i_y &= \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{2122,4}{34,6}} = 7,8 \text{ см}
\end{aligned}$$

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение главных центральных моментов инерции?
2. Почему статический момент любого сечения относительно центральной оси равен нулю?

## Практическая работа № 13

### Определение допустимого значения сжимающей силы для сжатого бруса

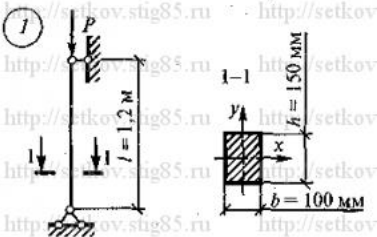
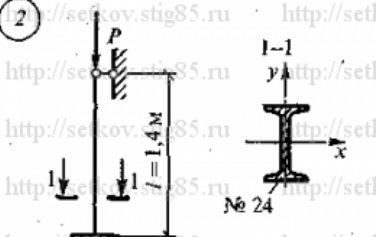
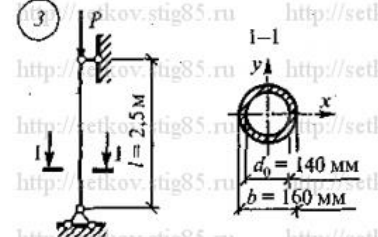
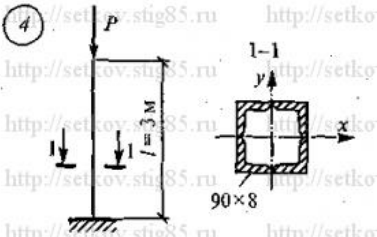
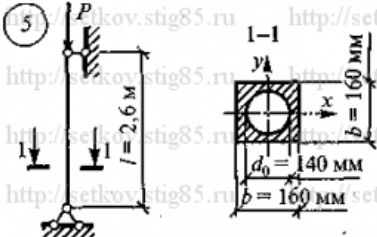
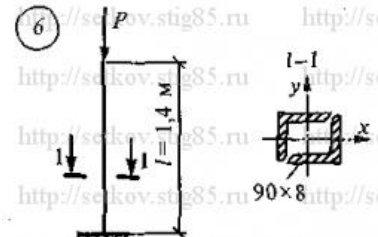
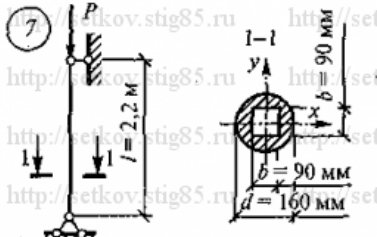
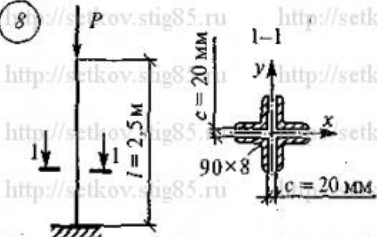
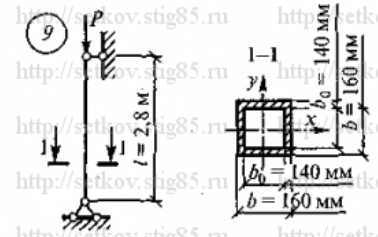
**Цель:** научиться определять величины допускаемого значения сжимающей силы для сжатого бруса большой гибкости

**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** условие устойчивости сжатых стержней; коэффициент приведения длины; формулу Эйлера для критической силы; формулу гибкости стержня.

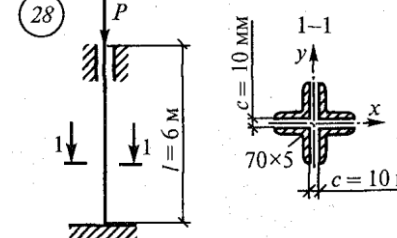
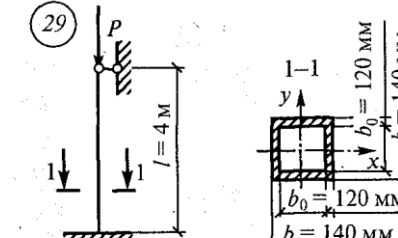
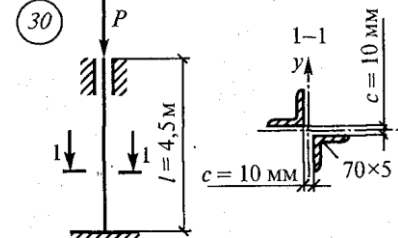
- **уметь:** определять критическую силу для сжатого бруса большой гибкости; определять величину допускаемого значения сжимающей силы; определять гибкость стержня.

#### Исходные данные

 <p style="text-align: center;"><b>С 245 (4 - 20)</b></p>	 <p style="text-align: center;"><b>С 245 (20 – 40)</b></p>	 <p style="text-align: center;"><b>С 255 (4 – 10)</b></p>
 <p style="text-align: center;"><b>С 255 (10– 20)</b></p>	 <p style="text-align: center;"><b>С 255 (20 – 40)</b></p>	 <p style="text-align: center;"><b>С 345 (4– 10)</b></p>
 <p style="text-align: center;"><b>С 345 (10 – 20)</b></p>	 <p style="text-align: center;"><b>С345 (20 – 40)</b></p>	 <p style="text-align: center;"><b>С 345К (4 – 10)</b></p>

<p>10</p> <p>C 355 (8 – 16)</p>	<p>11</p> <p>C 355 (16– 40)</p>	<p>12</p> <p>C 355-1 (8–16)</p>
<p>13</p> <p>C 355-1 (16– 40)</p>	<p>14</p> <p>C 390 (8 – 10)</p>	<p>15</p> <p>C 390 (10–20)</p>
<p>16</p> <p>C 390 (20 – 40)</p>	<p>17</p> <p>C 245 (4 – 20)</p>	<p>18</p> <p>C 245 (20 – 40)</p>
<p>19</p> <p>C 255 (4 – 10)</p>	<p>20</p> <p>C 255 (10– 20)</p>	<p>21</p> <p>C 255 (20 – 40)</p>
<p>22</p> <p>C 345 (4 – 10)</p>	<p>23</p> <p>C345 (10– 20)</p>	<p>24</p> <p>C 345 (20- 40)</p>
<p>25</p>	<p>26</p>	<p>27</p>



С 345К (4 – 10)	С 355 (8–16)	С 355 (16– 40)
<p>(28)</p>  <p>С 345 (4 – 10)</p>	<p>(29)</p>  <p>С 245 (4 – 20)</p>	<p>(30)</p>  <p>С 355-1 (8–16)</p>

### Порядок выполнения практической работы:

1. Определить величину расчетного сопротивления материала на сжатие  $R$ , кН/см<sup>2</sup> (Приложение Д)

2. Определить площадь поперечного сечения стержня,  $A$  см<sup>2</sup>

3. Определить коэффициент продольного изгиба

3.1 Определить расчетную стержня

$$l_0 = \mu \cdot l$$

где  $\mu$  – коэффициент приведенной (расчетной) длины, который зависит от способа закрепления концов стержня; (Приложение Б)

$l$  – геометрическая длина стержня.

3.2 Определить момент инерции сечения  $J_x$  и  $J_y$  относительно главных центральных осей (моменты инерции профилей проката приведены в ГОСТах)

3.3 Определить радиусы инерции сечения относительно осей  $x$  и  $y$

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$$

Если  $i_x$  и  $i_y$  не равны между собой, то для дальнейших расчетов принимают наименьший радиус инерции, обозначив его  $i_{min}$ . Если  $i_x = i_y$ , то расчет можно вести по любому из них.

3.4 Определить гибкость стержня

$$\lambda = \frac{l_0}{i_{min}}$$

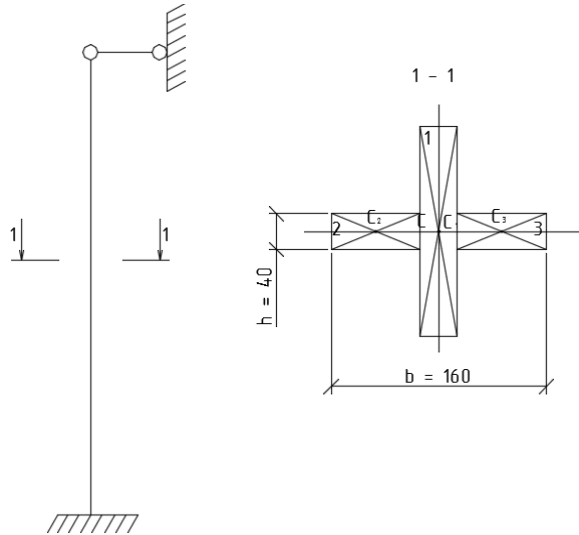
3.5 По найденному значению гибкости в зависимости от материала стержня определяют коэффициент продольного изгиба (при необходимости использовать метод интерполяции)

4. Определить величину допускаемого значения сжимаемой силы:

$$N = R\varphi A$$

**Пример выполнения практической работы:**

**Исходные данные**



Сталь С 245 (20-40 мм)

Длина стойки  $l = 2,5$  м

**Решение:**

1. Определить величину расчетного сопротивления материала на сжатие  $R = 230$  МПа =  $23$  кН/см<sup>2</sup> (Приложение Д)

2. Определить площадь поперечного сечения стержня

$$A = 16 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 6 = 112 \text{ см}^2$$

3. Определить коэффициент продольного изгиба

3.1 Определить расчетную длину стержня, см

$$l_0 = \mu \cdot l$$

где  $\mu$  – коэффициент приведенной (расчетной) длины, который зависит от способа закрепления концов стержня; (Приложение Б)

$l$  – геометрическая длина стержня.

$$l_0 = 0,7 \cdot 2,5 = 1,75 \text{ м} = 175 \text{ см}$$

3.2 Определить момент инерции сечения  $J_x$  и  $J_y$  относительно главных центральных осей (моменты инерции профилей проката приведены в ГОСТах) (Приложение А)

$J_x = J_y$ , т.к. сечение имеет две оси симметрии

$$J_x = J_x^1 + J_x^2 + J_x^3$$

$$J_x^1 = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{4 \cdot 16^3}{12} = 1365 \text{ см}^4$$

$$J_x^2 = J_x^3 = \frac{\left(\frac{b-h}{2}\right) \cdot h^3}{12} = \frac{\left(\frac{16-4}{2}\right) \cdot 4^3}{12} = 32 \text{ см}^4$$

$$J_x = 1365 + 32 + 32 = 1429 \text{ см}^4$$

3.3 Определить радиусы инерции сечения относительно осей  $x$  и  $y$

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$$

Если  $i_x$  и  $i_y$  не равны между собой, то для дальнейших расчетов принимают наименьший радиус инерции, обозначив его  $i_{min}$ . Если  $i_x = i_y$ , то расчет можно вести по любому из них.

$$i_x = i_y = \sqrt{\frac{1429}{112}} = 3,57 \text{ см}$$

3.4 Определить гибкость стержня

$$\lambda = \frac{l_{ef}}{i_{min}}$$

$$\lambda = \frac{175}{3,57} = 46,7$$

3.5 По найденному значению гибкости в зависимости от материала стержня определяют коэффициент продольного изгиба (Приложение Г) (при необходимости использовать метод интерполяции)

$\lambda = 70$	$\varphi = 0,754$
$\lambda = 78,4$	$\varphi = ?$
$\lambda = 80$	$\varphi = 0,686$

$$\varphi = 0,754 - \frac{0,754 - 0,686}{80 - 70} (78,4 - 70) = 0,697$$

4. Определить величину допускаемого значения сжимаемой силы:

$$N = R\varphi A$$

$$N = 0,697 \cdot 24 \cdot 50,4 = 843,1 \text{ кН}$$

### **Контрольные вопросы**

1. Какие известны виды равновесия тел?
2. В чем сущность явления продольного изгиба?
3. Что такое гибкость стержня и от чего она зависит?

## Практическая работа № 14

### Подбор сечения для сжатого бруса

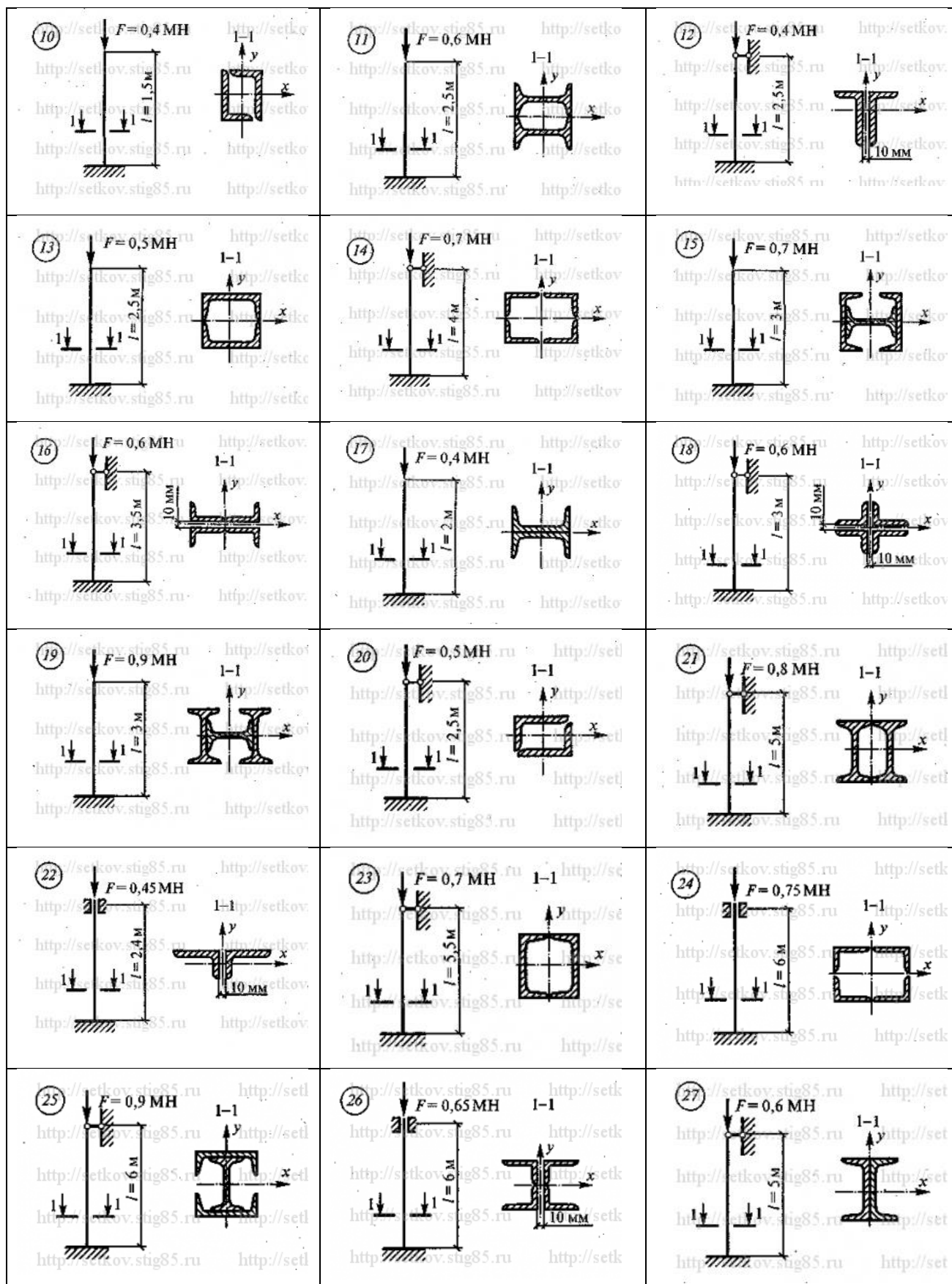
**Цель:** научиться определять размеры и формы сечения для сжатого бруса

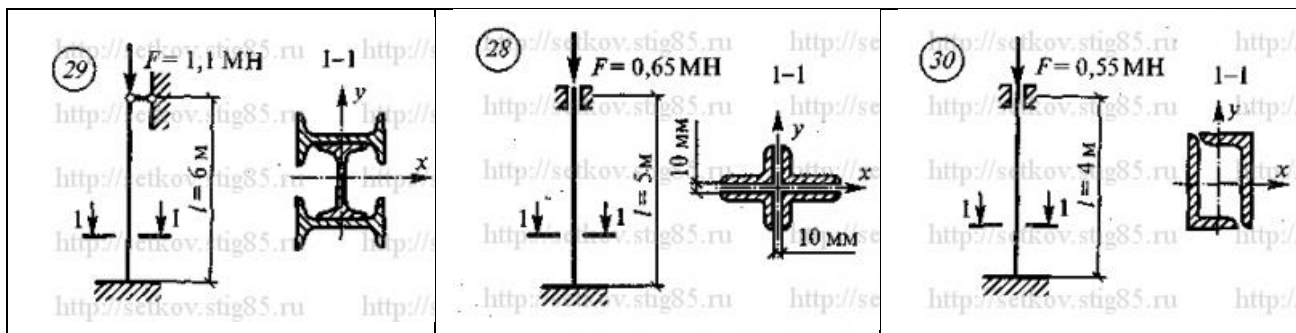
**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** условие устойчивости сжатых стержней; коэффициент приведения длины; формулу Эйлера для критической силы; формулу гибкости стержня.
- **уметь:** определять размер сечения; выполнять подбор сечения

**Исходные данные ( $1\text{ МН} = 10^3\text{ кН}$ ),  $R=320\text{ МПа}$**

<p>1</p>	<p>2</p>	<p>3</p>
<p>4</p>	<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p>	<p>8</p>	<p>9</p>





### Порядок выполнения практической работы:

1. Задаемся величиной продольного изгиба  $\varphi = 0,6 - 0,8$
2. Определить требуемую площадь поперечного сечения стойки,

$$A_{\text{тр}} = \frac{F}{\varphi R}, \text{ см}^2$$

где  $F$  - центрально-сжимающая сила, кН

$R$  - расчетное сопротивление материала на сжатие, кН/см<sup>2</sup>

3. По найденной площади определить номер профиля проката, рекомендуется принимать профили одинаковыми по площади, если их несколько

4. Проверить устойчивость принятого сечения

- 4.1 Определить расчетную длину стержня

$$l_0 = \mu \cdot l$$

где  $\mu$  - коэффициент приведенной (расчетной) длины, который зависит от способа закрепления концов стержня; (Приложение Б)

$l$  - геометрическая длина стержня.

- 4.2 Определить момент инерции сечения  $J_x$  и  $J_y$  относительно главных центральных осей (моменты инерции профилей проката приведены в ГОСТах)

- 4.3 Определить радиусы инерции сечения относительно осей  $x$  и  $y$

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$$

- 4.4 Определить гибкость стержня

$$\lambda_x = \frac{l_0}{i_x} \quad \lambda_y = \frac{l_0}{i_y}$$

- 4.5 По **наибольшему** значению гибкости в зависимости от материала стержня определяют коэффициент продольного изгиба (при необходимости использовать метод интерполяции)(Приложение Г)

- 4.6 Подставить значение в формулу и проверить устойчивость

$$\frac{F}{\varphi A} \leq R$$

- если условие удовлетворено, то устойчивость стержня обеспечена;

- если условие не удовлетворено, то устойчивость не обеспечена необходимо увеличить площадь сечения, приняв профиль большего профиля;

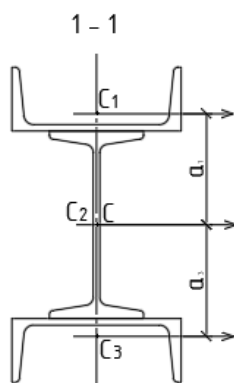
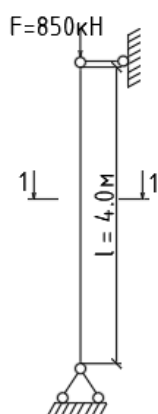
- если напряжение в стойке равно или немного меньше, то сечение считается рационально подобранным, т.е. экономичным;

- если намного меньше  $R$ , то такое сечение не экономично. т.к. имеет большой запас прочности.

Поэтому, если недонапряжение составит более 5%, то следует уменьшить площадь сечения (или увеличить гибкость) стойки, добиваясь, чтобы недонапряжение не превышало 5%

### Пример выполнения практической работы:

#### Исходные данные



Сталь С 245 (4-20 мм)

Длина стойки  $l = 4,0$  м

Центрально-сжимающая сила  $F = 850$  кН

#### Решение:

1. Задаемся величиной продольного изгиба  $\varphi = 0,7$

2. Определить требуемую площадь поперечного сечения стойки,

$$A_{\text{тр}} = \frac{F}{\varphi R}, \text{ см}^2$$

где  $F$  - центрально-сжимающая сила, кН

$R$  - расчетное сопротивление материала на сжатие, кН/см<sup>2</sup> (Приложение Д)

$$A_{\text{тр}} = \frac{850}{0,7 \cdot 24} = 50,6 \text{ см}^2$$

3. По найденной площади определить номер профиля проката, рекомендуется принимать профили одинаковыми по площади, если их несколько



Принимаем все профили одинаковыми по площади. На один профиль требуется площадь  $50,6 / 3 = 16,8 \text{ см}^2$ . Принимаем два швеллера №14 площадью  $A_1 = 2 \cdot 17 = 34 \text{ см}^2$  и двутавровую балку № 14 площадью  $A_2 = 17,4 \text{ см}^2$ . Общая площадь сечения  $A = 34 + 17,4 = 51,4 \text{ см}^2$  (Приложение А)

#### 4. Проверить устойчивость принятого сечения

##### 4.1 Определить расчетную длину стержня

$$l_0 = \mu \cdot l$$

где  $\mu$  - коэффициент приведенной (расчетной) длины, который зависит от способа закрепления концов стержня; (Приложение Б)

$l$  - геометрическая длина стержня.

$$l_0 = 1 \cdot 4 = 4 \text{ м} = 400 \text{ см}$$

4.2 Определить момент инерции сечения  $J_x$  и  $J_y$  относительно главных центральных осей (моменты инерции профилей проката приведены в ГОСТах)

а) определить момент инерции сечения относительно оси  $x$ :

$$J_x = J_x^{\text{ДВ}} + 2J_x^{\text{ШВ}} = J_{x \text{ табл}}^{\text{ДВ}} + 2(J_{y \text{ табл}}^{\text{ШВ}} + a_1^2 A_{\text{ШВ}})$$

$$J_x = 572 + 2(57,5 + 8,87^2 \cdot 17) = 3362 \text{ см}^4$$

где  $a_1 = \frac{h_{\text{ДВ}}}{2} + z_{0(\text{ШВ})} = \frac{14}{2} + 1,87 = 8,87 \text{ см}$

б) определить момент инерции сечения относительно оси  $y$ :

$$J_y = J_y^{\text{ДВ}} + 2J_y^{\text{ШВ}} = J_{y \text{ табл}}^{\text{ДВ}} + 2J_{x \text{ табл}}^{\text{ШВ}}$$

$$J_y = 41,9 + 2 \cdot 545 = 1132 \text{ см}^4$$

##### 4.3 Определить радиусы инерции сечения относительно осей $x$ и $y$

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$$

$$i_x = \sqrt{\frac{3362}{51,4}} = 8,08 \text{ см} \quad i_y = \sqrt{\frac{1132}{51,4}} = 4,7 \text{ см}$$

##### 4.4 Определить гибкость стержня

$$\lambda_x = \frac{l_0}{i_x} \lambda_y = \frac{l_0}{i_y}$$

$$\lambda_x = \frac{400}{8,08} = 49,5 \lambda_y = \frac{400}{4,7} = 85,1$$

4.5 По **наибольшему** значению гибкости в зависимости от материала стержня определяют коэффициент продольного изгиба (при необходимости использовать метод интерполяции) (Приложение Г)

$$\lambda = 80 \quad \varphi = 0,686$$



$$\begin{array}{ll} \lambda = 85,1 & \varphi = ? \\ \lambda = 90 & \varphi = 0,612 \end{array}$$

$$\varphi = 0,686 - \frac{0,686 - 0,611}{90 - 80} (85,1 - 80) = 0,648$$

4.6 Подставить значение в формулу и проверить устойчивость

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A} \leq R$$

$$\sigma = \frac{850}{0,648 \cdot 51,4} = 25,52 \leq 24 \text{ кН/см}^2$$

- условие не удовлетворено, устойчивость не обеспечена необходимо увеличить площадь сечения, приняв профиль большего размера.

Это недопустимо, поэтому необходим перерасчет.

1. Принимаем во втором приближении среднее значение между тем, которым задались, и тем, что получили

$$\varphi = \frac{0,648 + 0,7}{2} = 0,674$$

2. Определить требуемую площадь поперечного сечения стойки,

$$A_{\text{тр}} = \frac{F}{\varphi R}, \text{ см}^2$$

где  $F$  - центрально-сжимающая сила, кН

$R$  - расчетное сопротивление материала на сжатие, кН/см<sup>2</sup> (Приложение Д)

$$A_{\text{тр}} = \frac{850}{0,687 \cdot 24} = 52,5 \text{ см}^2$$

3. По найденной площади определить номер профиля проката, рекомендуется принимать профили одинаковыми по площади, если их несколько

На один профиль требуется площадь  $51,6 / 3 = 17,2 \text{ см}^2$ . Принимаем два швеллера №16 площадью  $A_1 = 2 \cdot 18,1 = 36,2 \text{ см}^2$  и двутавровую балку № 16 площадью  $A_2 = 20,2 \text{ см}^2$ . Общая площадь сечения  $A = 36,2 + 20,2 = 56,4 \text{ см}^2$  (Приложение А)

4. Проверить устойчивость принятого сечения

4.1 Определить расчетную длину стержня

$$l_0 = \mu \cdot l$$

где  $\mu$  - коэффициент приведенной (расчетной) длины, который зависит от способа закрепления концов стержня; (Приложение Б)

$l$  - геометрическая длина стержня.

$$l_0 = 1 \cdot 4 = 4 \text{ м} = 400 \text{ см}$$

4.2 Определить момент инерции сечения  $J_x$  и  $J_y$  относительно главных центральных осей (моменты инерции профилей проката приведены в ГОСТах) (Приложение А)

поскольку  $J_x > J_y$  определим наименьший момент инерции, который дает наибольшую гибкость

определить момент инерции сечения относительно оси  $y$ :

$$J_y = J_y^{ДВ} + 2J_y^{ШВ} = J_{y\text{ табл}}^{ДВ} + 2J_{x\text{ табл}}^{ШВ}$$
$$J_y = 58,6 + 2 \cdot 747 = 1552,6 \text{ см}^4$$

4.3 Определить радиусы инерции сечения относительно осей  $x$  и  $y$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{1552,6}{56,4}} = 5,2 \text{ см}$$

4.4 Определить гибкость стержня

$$\lambda_y = \frac{l_0}{i_y}$$
$$\lambda_y = \frac{400}{5,2} = 77$$

4.5 По **наибольшему** значению гибкости в зависимости от материала стержня определяют коэффициент продольного изгиба (при необходимости использовать метод интерполяции)(Приложение Г)

$\lambda = 70$	$\varphi = 0,754$
$\lambda = 74,8$	$\varphi = ?$
$\lambda = 80$	$\varphi = 0,686$

$$\varphi = 0,754 - \frac{0,754 - 0,686}{80 - 70} (77 - 70) = 0,706$$

4.6 Подставить значение в формулу и проверить устойчивость

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A} \leq R$$
$$\sigma = \frac{850}{0,706 \cdot 56,4} = 21,3 \leq 24 \text{ кН/см}^2$$

### **Контрольные вопросы:**

1. Что называется критической силой и критическим напряжением?
2. Как рассчитывать продольно сжатые стержни, применяя коэффициент продольного изгиба по предельному состоянию?
3. От чего зависит коэффициент продольного изгиба?

## Практическая работа № 15

### Расчет коэффициента запаса устойчивости сжатой стойки

**Цель:** научиться выполнять расчет коэффициента запаса устойчивости сжатой стойки

**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** условие устойчивости сжатых стержней; коэффициент приведения длины; формулу Эйлера для критической силы и напряжения; формулу гибкости стержня; формулы осевых моментов инерции.

- **уметь:** выполнять расчеты на устойчивость сжатых стержней

**Исходные данные:** Модуль упругости стали  $E=2,06 \times 10^5$  МПа

Таблица 1 - Типы сечений стоек

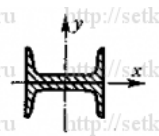
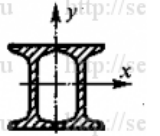
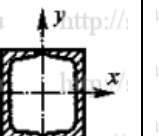
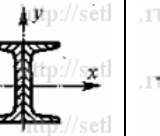
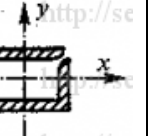
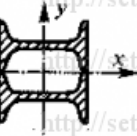
Тип сечения	A	B	C	D	E	F
Профиль						

Таблица 2 - Виды закрепления стержней

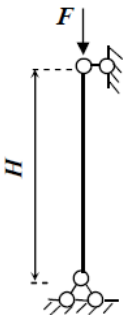

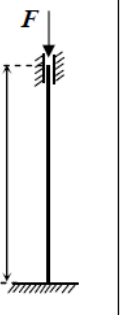
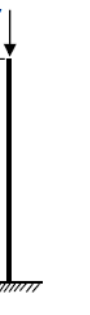
Номер расчетной схемы	I	II	III	IV
Конструкция опорных закреплений сжатой стойки				

Таблица 3 - Исходные данные к заданию

Вариант	Тип сечения	Расчетная схема	Высота, Н, м	Усилие F, кН	Расчетное со- противление, R, МПа
1	A	I	4,5	620	240
2	B	II	5,0	630	230
3	C	III	5,5	610	250
4	D	IV	3,0	600	240
5	E	I	3,5	650	230
6	F	II	4,0	640	340
7	A	III	4,2	670	320
8	B	IV	4,8	660	300
9	C	I	3,4	780	340
10	D	II	3,8	740	350
11	E	III	5,2	680	340
12	F	IV	3,8	800	350
13	A	I	5,8	850	340
14	B	II	3,2	840	380
15	C	III	3,6	950	370
16	D	IV	3,6	970	360
17	E	I	6,2	960	240
18	F	II	6,4	870	230
19	A	III	6,4	830	250
20	B	IV	4,4	910	240
21	C	I	4,6	730	230
22	D	II	5,4	840	340
23	E	III	4,9	690	320
24	F	IV	3,5	570	300
25	A	I	4,5	670	340
26	B	II	5,3	770	350
27	C	III	6,3	840	340
28	D	IV	3,8	590	350
29	E	I	4,8	700	340

30	F	II	5,3	580	380
----	---	----	-----	-----	-----

### Порядок выполнения практической работы:

1. Определить требуемую площадь поперечного сечения стойки,

$$A_{\text{тр}} = \frac{F}{\varphi R_y}, \text{ см}^2$$

где  $F$  - усилие, кН

$\varphi$  - продольного изгиба  $\varphi = 0,6 - 0,8$

$R_y$  - расчетное сопротивление материала на сжатие, кН/см<sup>2</sup> (Приложение Д)

2. По найденной площади определить номер профиля проката, рекомендуется принимать профили одинаковыми по площади, если их несколько

3. Определить моменты инерции сечения  $J_x$  и  $J_y$  относительно главных центральных осей (моменты инерции профилей проката приведены в ГОСТах) (Приложение А)

4. Определить радиусы инерции сечения относительно осей  $x$  и  $y$

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$$

5. Определить гибкость стержня (для расчета принимаем минимальный радиус инерции)

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$$

где  $\mu$  - коэффициент приведенной (расчетной) длины, который зависит от способа закрепления концов стержня; (Приложение Б)

$l$  - геометрическая длина стержня

7. Величину критической силы определяют по формулам

$$F_{cr} = \begin{cases} \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2}, & \text{при } \lambda > \lambda_{\text{пр}} \\ A(a - b\lambda), & \text{при } \lambda_0 < \lambda \leq \lambda_{\text{пр}} \\ A \cdot R_y, & \text{при } \lambda \leq \lambda_0 \end{cases}$$

$a$  и  $b$  - коэффициенты (Приложение В)

При

$$\lambda_0 = 0,4 \cdot \sqrt{\frac{E}{R_y}}$$

$$\lambda_{пр} = 3,4 \cdot \sqrt{\frac{E}{R_y}}$$

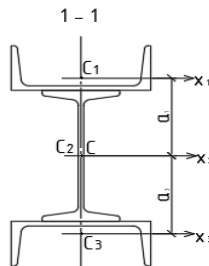
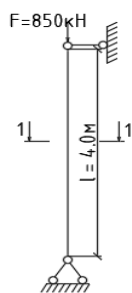
8. Определить коэффициент запаса устойчивости и проверить условие

$$n_y = \frac{F_{cr}}{F} > n_y = 1,3$$

Если условие не выполняется необходимо увеличить сечение или снизить нагрузку.

### Пример выполнения практической работы:

#### Исходные данные



Расчетное сопротивление стали

$R=240$  МПа

Длина стойки  $l=4,0$  м

Центрально-сжимающая сила  $F=850$  кН

2. Определить требуемую площадь поперечного сечения стойки,

$$A_{тр} = \frac{F}{\varphi R}, \text{ см}^2$$

где  $F$  - усилие, кН

$\varphi$  - продольного изгиба  $\varphi = 0,6 - 0,8$

$R$  - расчетное сопротивление материала на сжатие, кН/см<sup>2</sup>

$$A_{тр} = \frac{850}{0,7 \cdot 24} = 50,6 \text{ см}^2$$

3. По найденной площади определить номер профиля проката, рекомендуется принимать профили одинаковыми по площади, если их несколько

Принимаем все профили одинаковыми по площади. На один профиль требуется площадь  $50,6 / 3 = 16,8 \text{ см}^2$ . Принимаем два швеллера №14 площадью  $A_1 = 2 \cdot 17 = 34 \text{ см}^2$  и двутавровую балку № 14 площадью  $A_2 = 17,4 \text{ см}^2$ . Общая площадь сечения  $A = 34 + 17,4 = 51,4 \text{ см}^2$  (Приложение А)

4. Определить моменты инерции сечения  $J_x$  и  $J_y$  относительно главных центральных осей (моменты инерции профилей проката приведены в ГОСТах)

а) определить момент инерции сечения относительно оси  $x$ :

$$J_x = J_x^{ДВ} + 2J_x^{ШВ} = J_{x\text{ табл}}^{ДВ} + 2(J_{y\text{ табл}}^{ШВ} + a_1^2 A_{ШВ})$$

$$J_x = 572 + 2(57,5 + 8,87^2 \cdot 17) = 3362 \text{ см}^4$$

$$\text{где } a_1 = \frac{h_{ДВ}}{2} + z_{0(ШВ)} = \frac{14}{2} + 1,87 = 8,87 \text{ см}$$

б)определить момент инерции сечения относительно оси у:

$$J_y = J_y^{ДВ} + 2J_y^{ШВ} = J_{y\text{ табл}}^{ДВ} + 2J_{x\text{ табл}}^{ШВ}$$

$$J_y = 41,9 + 2 \cdot 545 = 1132 \text{ см}^4$$

5. Определить радиусы инерции сечения относительно осей x и y

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$$

$$i_x = \sqrt{\frac{3353}{51,4}} = 8,08 \text{ см} \quad i_y = \sqrt{\frac{1132}{51,4}} = 4,7 \text{ см}$$

6. Определить гибкость стержня (для расчета принимаем минимальный радиус инерции)

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}}$$

$$\lambda_y = \frac{1 \cdot 400}{4,7} = 85,1$$

где  $\mu$  - коэффициент приведенной (расчетной) длины, который зависит от способа закрепления концов стержня; (Приложение Б)

$l$  - геометрическая длина стержня

7. Величину критической силы определяют по формулам

1) Формула Эйлера

2) Формула Ясинского-Тетмайера

3) Формула прочности

$$F_{cr} = \begin{cases} \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu l)^2}, & \text{при } \lambda > \lambda_{пр} \\ A(a - b\lambda), & \text{при } \lambda_0 < \lambda \leq \lambda_{пр} \\ A \cdot R_y, & \text{при } \lambda \leq \lambda_0 \end{cases}$$

При

$$\lambda_0 = 0,4 \cdot \sqrt{\frac{E}{R_y}}$$

$$\lambda_0 = 0,4 \cdot \sqrt{\frac{2,06 \cdot 10^5}{240}} = 11,71$$

$$\lambda_{пр} = 3,4 \cdot \sqrt{\frac{E}{R_y}}$$

$$\lambda_{пр} = 3,4 \cdot \sqrt{\frac{2,06 \cdot 10^5}{240}} = 99,6$$

т.к.  $\lambda_0 < \lambda \leq \lambda_{пр}$   $11,71 < 85,1 \leq 99,6$  - усилие будем определять по формуле Ясинского-Тетмайера

$$F_{cr} = A(a - b\lambda)$$

$$a = 328 \text{ МПа} = 32,8 \text{ кН/см}^2$$

$$b = 1,15 \text{ МПа} = 0,115 \text{ кН/см}^2$$

$$F_{cr} = 51,4(32,8 - 0,115 \cdot 85,1) = 1183 \text{ кН}$$

8. Определить коэффициент запаса устойчивости и проверить условие

$$n_y = \frac{F_{cr}}{F} > n_y = 1,3$$

$$n_y = \frac{1183}{850} = 1,4 > n_y = 1,3$$

Условие выполняется

### **Контрольные вопросы:**

1. Что называется коэффициентом устойчивости, и от чего он зависит?
2. От чего зависит коэффициент расчетной длины?
3. В каком документе находятся геометрические характеристики прокатных профилей?



## **Практическая работа № 16**

### **Расчет на прочность и жесткость при кручении**

**Цель:** научиться выполнять расчет на прочность и жесткость при кручении

**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** условия прочности и жесткости при кручении; виды расчетов на прочность и жесткость при кручении;

- **уметь:** выполнять расчеты на прочность при кручении; проводить проверку на жесткость при кручении.

**Исходные данные:**

**Выполнить расчет на прочность и жесткость при кручении**

$G$  - модуль сдвига,  $0,8 \times 10^5$  МПа

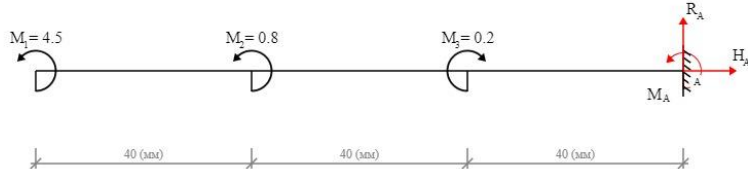
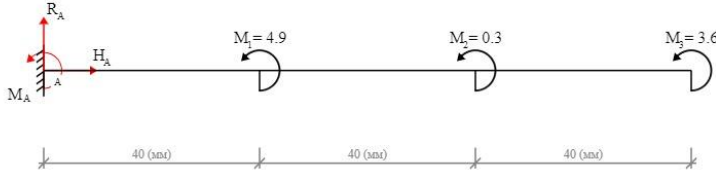
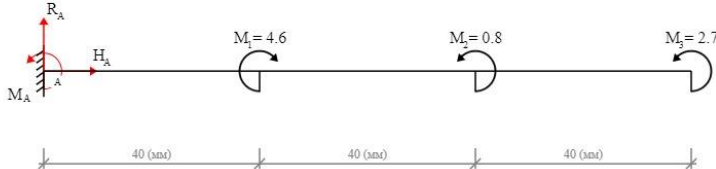
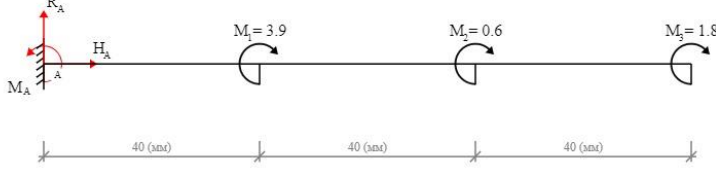
$[\theta]$  допускаемый относительный угол закручивания, 1,0 град/м

Крутящий момент на участке вала измеряется в кНм

Вариант	Схема	Допускаемое напряжение $[\tau_k]$ , МПа
1		45
2		50
3		55
4		60
5		65
6		70
7		75
8		80

9		85
10		90
11		95
12		100
13		95
14		90
15		85
16		80
17		75

18		70
19		65
20		60
21		55
22		50
23		45
24		50
25		55
26		60

27		65
28		70
29		56
30		80

### Порядок выполнения практической работы:

1. Показать условие задачи
2. Разбить длину бруса на участки
3. Пользуясь методом сечения определить крутящий момент на каждом участке
4. По полученным данным построить эпюру крутящих моментов
5. Из условия прочности определить диаметр вала на каждом участке
  - 5.1 Определить максимальный крутящий момент из эпюры (максимальное значение без учета знака),  $M_{к, max}$ , кНм
  - 5.2 Определить моменты сопротивления сечения на каждом участке

$$W_{p,i} = M_{к,i} / [\tau_{к}], \text{ см}^3$$

где  $M_{к,i}$  - крутящий момент  $i$  - того участка, кНсм (1, 2, 3)  
 $[\tau_{к}]$  - допускаемое напряжение, кН/см<sup>2</sup> (исходные данные)

- 5.3 Определить диаметр вала на каждом участке

$$d_i = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_{p,i}}{\pi}}, \text{ см}$$

где  $W_{p,i}$  - момент сопротивления  $i$  - того участка, см<sup>3</sup>

6. Выполнить проверку вала из условия жесткости при кручении

6.1 Определить относительный угол закручивания

$$\theta = M_{к, max} / GJ_{p, max}, \text{ град/см}$$

где  $M_{к, max}$  - максимальный крутящий момент, кНсм (из эпюры)

$G$  - модуль сдвига  $0,8 \times 10^5$  МПа

$J_{p, max}$  - максимальный момент инерции сечения, см<sup>4</sup>, определяется по формуле:

$$J_{p,i} = \pi \cdot d_i^4 / 32, \text{ см}^4$$

$J_{p,i}$  - момент инерции  $i$  - того участка, см<sup>4</sup>,

$\pi = 3,14$

$d_i$  - диаметр  $i$  - того участка, см, (1, 2, 3)

6.2 Проверить условие

$$\theta \leq [\theta], \text{ м}$$

### Пример выполнения практической работы:

Исходные данные:

$G = 0,8 \times 10^5$  МПа

$[\theta] = 1,0$  град/м

$[\tau_k] = 70$  МПа

Решение:

1. Показать условие задачи

2. Разбить длину бруса на участки

3. Пользуясь методом сечения определить крутящий момент на каждом участке

4. По полученным данным построить эпюру крутящих моментов

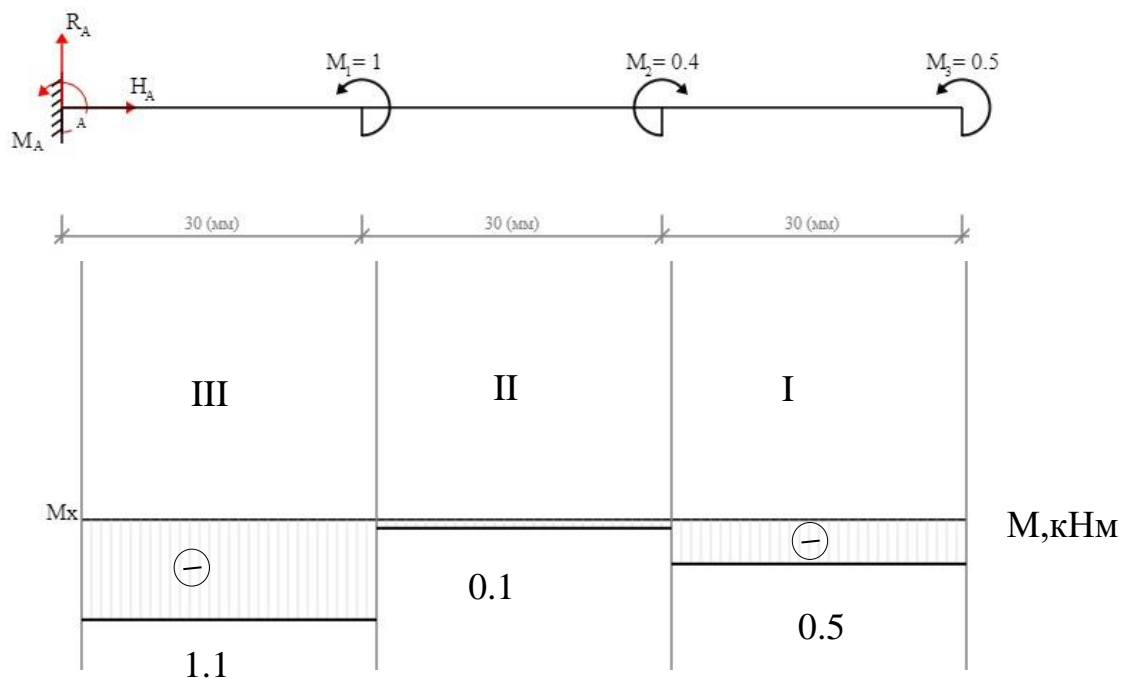
Определение величины крутящего момента

$$M_{z1} = - M_3 = -0,5 \text{ кНм}$$

$$M_{z2} = - M_3 + M_2 = - 0,5 + 0,4 = - 0,1 \text{ кНм}$$

$$M_{z3} = - M_3 + M_2 - M_1 = - 0,5 + 0,4 - 1 = - 1,1 \text{ кНм}$$

Строим эпюру



5. Из условия прочности определить диаметр вала а каждом участке

5.1 Определить максимальный крутящий момент из эпюры (максимальное значение без учета знака),  $M_{\kappa, \max}$ , кНм

$$M_{\kappa, \max} = 1,1 \text{ кНм}$$

5.2 Определить моменты сопротивления сечения на каждом участке

**1 участок**

$$W_{p,1} = M_{\kappa,1} / [\tau_{\kappa}] = 50/7 = 7,1 \text{ см}^3$$

**2 участок**

$$W_{p,2} = M_{\kappa,2} / [\tau_{\kappa}] = 10/7 = 1,4 \text{ см}^3$$

**3 участок**

$$W_{p,3} = M_{\kappa,3} / [\tau_{\kappa}] = 110/7 = 15,7 \text{ см}^3$$

5.3 Определить диаметр вала на каждом участке

**1 участок**

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_{p,1}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 7,1}{3,14}} = 3,3 \text{ см}$$

**2 участок**

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_{p,2}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,4}{3,14}} = 1,9 \text{ см}$$

### 3 участок

$$d_3 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_{p3}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 15,7}{3,14}} = 4,3 \text{ см}$$

6. Выполнить проверку вала из условия жесткости при кручении

6.1 Определить относительный угол закручивания

$$\theta = M_{k,max} / GJ_{p,max} = 110 / 0,8 \cdot 10^4 \cdot 16,77 = 8,2 \cdot 10^{-4} \text{ град/см} = 0,082 \text{ град/м}$$

### 1 участок

$$J_{p,1} = \pi \cdot d_1^4 / 64 = 3,14 \cdot 3,3^4 / 64 = 5,81 \text{ см}^4$$

### 2 участок

$$J_{p,2} = \pi \cdot d_2^4 / 64 = 3,14 \cdot 1,9^4 / 64 = 0,64 \text{ см}^4$$

### 3 участок

$$J_{p,3} = \pi \cdot d_3^4 / 64 = 3,14 \cdot 4,3^4 / 64 = 16,77 \text{ см}^4$$

6.2 Проверить условие

$$\theta \leq [\theta], \text{ (град/м)}$$

$$0,082 \leq 1 \text{ (град/м)}$$

Условие выполняется

Если условие не выполняется необходимо увеличить диаметр вала.

### Контрольные вопросы:

1. Что такое крутящий момент и чему он равен в произвольном сечении?
2. Как строится эпюра крутящих моментов?

## Практическая работа № 17

### Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

**Цель:** научиться строить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

**В результате выполнения практической работы студент должен**

**- знать:** внутренние силовые факторы при изгибе; правило знаков для поперечных сил и изгибающих моментов; правила построения эпюр; порядок построения эпюр;

**- уметь:** определять величину поперечной силы и изгибающего момента в сечении; строить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

### Исходные данные:

Вариант	Схема
---------	-------



1	<p>Diagram 1: A beam with a pin support at A and a roller support at B. A uniformly distributed load <math>q_1 = 20</math> acts over a 4m segment starting 2m from A. A point load <math>P_1 = 15</math> acts at the end of this segment. A counter-clockwise moment <math>M_i = 10</math> is applied at B. The beam extends 1.50m beyond B. Reactions <math>R_A</math>, <math>H_A</math>, and <math>R_B</math> are indicated.</p>
2	<p>Diagram 2: A beam with a pin support at A and a roller support at B. A point load <math>P_1 = 10</math> acts at the left end. A uniformly distributed load <math>q_1 = 15</math> acts over a 5m segment starting 2.50m from A. A clockwise moment <math>M_i = 5</math> is applied at B. The beam extends 2m beyond B. Reactions <math>R_A</math>, <math>H_A</math>, and <math>R_B</math> are indicated.</p>
3	<p>Diagram 3: A beam with a pin support at A and a roller support at B. A point load <math>P_1 = 15</math> acts at the left end. A counter-clockwise moment <math>M_i = 20</math> is applied at B. A uniformly distributed load <math>q_1 = 30</math> acts over a 4m segment starting 0.50m from A. A point load <math>P_2 = 15</math> acts at the right end, 0.50m from the end of the distributed load. Reactions <math>R_A</math>, <math>H_A</math>, and <math>R_B</math> are indicated.</p>
4	<p>Diagram 4: A beam with a pin support at A and a roller support at B. A counter-clockwise moment <math>M_i = 15</math> is applied at A. A uniformly distributed load <math>q_1 = 25</math> acts over a 5m segment starting 1m from A. A point load <math>P_1 = 20</math> acts at the right end, 1.50m from the end of the distributed load. Reactions <math>R_A</math>, <math>H_A</math>, and <math>R_B</math> are indicated.</p>
5	<p>Diagram 5: A beam with a pin support at A and a roller support at B. A point load <math>P_1 = 15</math> acts at the left end. A clockwise moment <math>M_i = 10</math> is applied at A. A uniformly distributed load <math>q_1 = 20</math> acts over a 6m segment starting 1.50m from A. Reactions <math>R_A</math>, <math>H_A</math>, and <math>R_B</math> are indicated.</p>
6	<p>Diagram 6: A beam with a pin support at A and a roller support at B. A point load <math>P_1 = 10</math> acts at the left end. A uniformly distributed load <math>q_1 = 15</math> acts over a 7m segment starting 2m from A. A clockwise moment <math>M_i = 5</math> is applied at B. The beam extends 2.50m beyond B. Reactions <math>R_A</math>, <math>H_A</math>, and <math>R_B</math> are indicated.</p>
7	<p>Diagram 7: A beam with a pin support at A and a roller support at B. A counter-clockwise moment <math>M_i = 15</math> is applied at the left end. A uniformly distributed load <math>q_1 = 30</math> acts over a 2.50m segment starting 1.50m from A. A point load <math>P_1 = 20</math> acts at the end of this segment. A second uniformly distributed load <math>q_2 = 10</math> acts over a 2.50m segment starting from the point load. Reactions <math>R_A</math>, <math>H_A</math>, and <math>R_B</math> are indicated.</p>

8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	

15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	

22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	

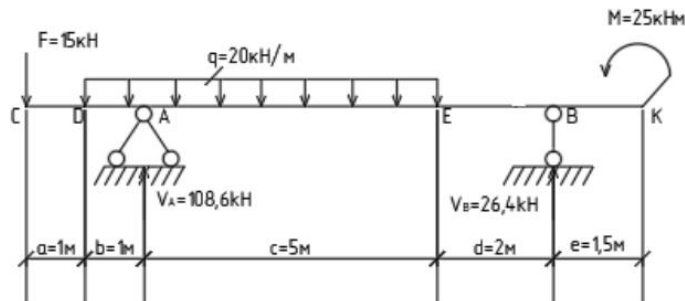
29	
30	

### Порядок выполнения практической работы:

1. Показать условие задачи
2. Показать расчетную схему условия задачи
3. Определить реакции опор
4. Построить эпюру поперечных сил
5. Построить эпюру изгибающих моментов

**Пример построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов**

**Задача №1**



Решение:

1. *Определить опорные реакции балки. Составим уравнение:*

$$1)\Sigma M_A = 0; \quad 1)\Sigma M_B = 0;$$

Из первого уравнения найдем  $V_B$ :

$$-F(a+b) + q(b+c) \left( \frac{b+c}{2} - b \right) - V_B(c+d) - M = 0$$

или

$$-15(1+1) + 20(1+5) \left( \frac{1+5}{2} - 1 \right) - V_B(5+2) - 25 = 0$$

$$\text{откуда } V_B = \frac{-15 \cdot 2 + 20 \cdot 6 \cdot 2 - 25}{7} = 26,4 \text{ кН}$$

Из второго уравнения найдем  $V_A$ :

$$-F(a+b+c+d) + V_A(c+d) - q(b+c) \left( \frac{b+c}{2} + d \right) - M = 0$$

или

$$-15(1+1+5+2) + V_A(5+2) - 20(1+5) \left( \frac{1+5}{2} + 2 \right) - 25 = 0$$

$$\text{откуда } V_A = \frac{15 \cdot 9 + 20 \cdot 6 \cdot 5 + 25}{7} = 108,6 \text{ кН}$$

Выполним проверку:

$$\Sigma Y = V_A + V_B - F - q(b+c) = 0$$

или

$$108,6 + 26,4 - 15 - 20 \cdot 6 = 0, \text{ откуда } 135 - 135 = 0$$

2. *Обозначим характерные сечения балки C, D, A, E, B, K.*

3. Строим эюру  $Q_x$ . Определим значения поперечных сил в характерных сечениях:

$$Q_C = -F = -15 \text{ кН}; \quad Q_D = -F = -15 \text{ кН}$$

$$Q_A^{\text{лев}} = -F - qb = -15 - 20 \cdot 1 = -35 \text{ кН};$$

$$Q_A^{\text{прав}} = -F - qb + V_A = -15 - 20 \cdot 1 + 108,6 = 73,6 \text{ кН}$$

$$Q_E = -F - q(b + c) + V_A = -15 - 20 \cdot 6 + 108,6 = -26,4 \text{ кН}$$

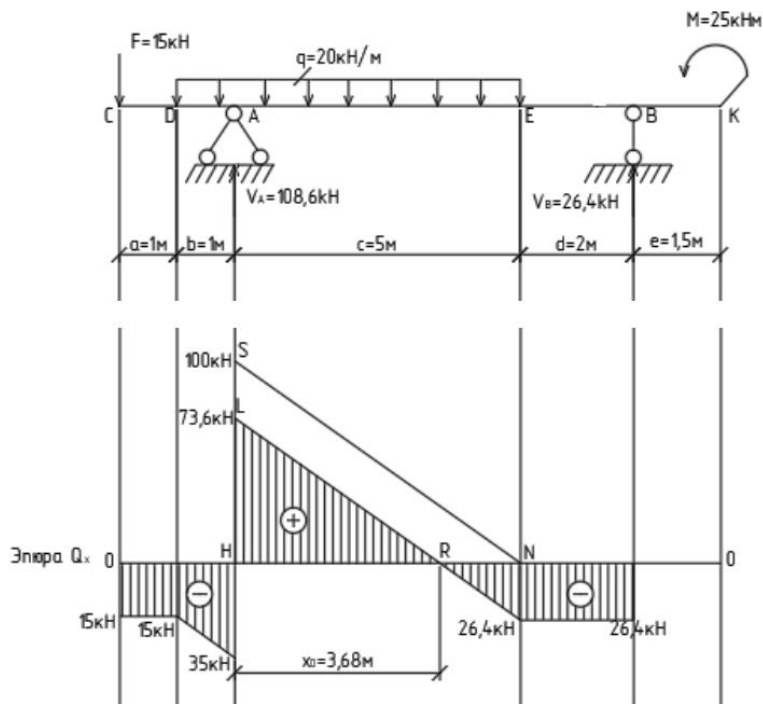
$$Q_B^{\text{лев}} = Q_E = -26,4 \text{ кН}$$

$$Q_B^{\text{прав}} = Q_B^{\text{лев}} + V_B = -26,4 + 26,4 = 0; \quad Q_K = 0.$$

Соединим полученные значения прямыми линиями и получим эюру  $Q_x$ . Эюра  $Q_x$  на участке  $AE$  пересекает нулевую линию. Определим положение точки, в которой эюра  $Q_x$  пересекает нулевую линию. Рассмотрим подобие треугольников  $HRL$  и  $HNS$ , откуда  $HR/HN = HL/HS$ , или  $x_0/5 = 73,6/100$ , откуда

$$x_0 = \frac{73,6 \cdot 5}{100} = 3,68 \text{ м}$$

Это сечение считается также характерным для  $Q_x$  и  $M_x$ .



4. Строим эпюру  $M_x$ . Определим изгибающие моменты в характерных точках:

$$M_C = 0; \quad M_D = -Fa = -15 \cdot 1 = -15 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_A = -F(a+b) - (q \cdot b) \left( \frac{b}{2} \right) = -15 \cdot 2 - 20 \cdot 1 \cdot 0,5 = -40 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_E = -F(a+b+c) + V_A c - q(b+c) \frac{(b+c)}{2} = -15 \cdot 7 + 108,6 \cdot 5 - 20 \cdot 6 \cdot 3 = 78 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_{x_0} = 3,68 = -F(a+b+x_0) - q(b+x_0) \frac{(b+x_0)}{2} + V_A x_0 =$$

$$= -15 \cdot 5,68 - 20 \cdot 4,68 + 108,6 \cdot 3,68 = 95,4 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_B = M = 25 \text{ кН}\cdot\text{м}; \text{ (рассмотрена правая часть балки ВК)}$$

$$M_K = M = 25 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

5. Строим эпюру  $M_x$  на участках между характерными точками:

а) на участке  $CD$  нагрузки нет, поэтому эпюра  $M_x$  - прямая линия, соединяющая значения  $MC = 0$  и  $MD = 15$  кНм;

б) на участке  $DA$  действует распределенная нагрузка, поэтому эпюра  $M_x$  - парабола. Так как эпюра  $Q_x$  на этом участке не пересекает нулевую линию, то парабола не имеет экстремального значения, поэтому величины изгибающих моментов в сечениях  $D$  и  $A$  соединим кривой, значения которой находятся в интервале - 15 кНм ... - 40 кНм;

в) на участке  $AE$  действует распределенная нагрузка, поэтому эпюра  $M_x$  - парабола. Так как эпюра  $Q_x$  на этом участке пересекает нулевую линию, то парабола имеет экстремальное значение (вершину), поэтому эпюру  $M_x$  строим по трем значениям:

$$M_D = -40 \text{ кНм}; \quad M_{x_0} = 95,4 \text{ кНм}; \quad M_E = 78 \text{ кНм};$$

г) на участке  $EB$  нет нагрузки, поэтому эпюра  $M_x$  - прямая, соединяющая значения  $M_E = 78$  кНм и  $M_K = 25$  кНм;

д) на участке  $BK$  нет нагрузки, поэтому эпюра  $M_x$  - прямая, соединяющая значения  $M_B = 25$  кНм и  $M_K = 25$  кНм;

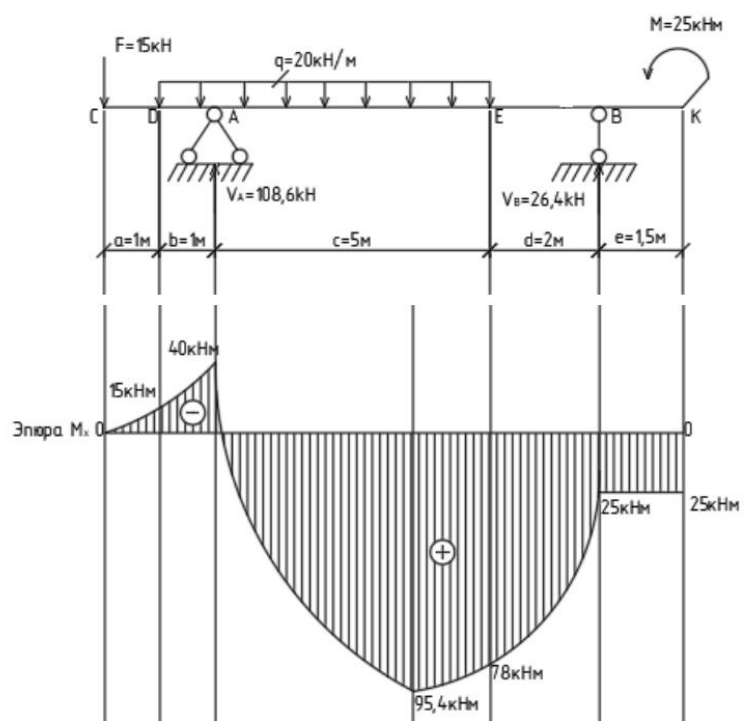
Эпюра  $M_x$  построена

В качестве проверки возьмем сумму моментов всех сил относительно точки, расположенной на расстоянии  $x_0$  от левой опоры, но рассмотрим правую часть балки:

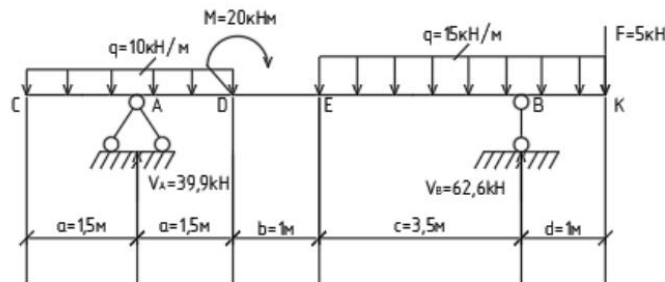
$$\begin{aligned} M_{x_0} &= q(c-x_0) \frac{(c-x_0)}{2} + V_B(c-x_0+d) + M = \\ &= -20 \cdot 1,32 \cdot 0,66 + 26,4 \cdot 3,32 + 25 = 95,3 \text{ кНм} \end{aligned}$$



Разница в значениях  $M_x$  при рассмотрении левых и правых сил возможна из-за округления величин опорных реакций и расстояния  $x_0$ .



## Задача №2



Решение:

1. Определить опорные реакции балки. Составим уравнение:

$$1) \sum M_A = 0; \quad 1) \sum M_B = 0;$$

Из первого уравнения найдем  $V_B$ :

$$M + q_2 (c + d) \left( a + b + \frac{c + d}{2} \right) - V_B (a + b + c) + F (a + b + c + d) = 0$$

или

$$20 + 15 (3,5 + 1) \left( 1,5 + 1 + \frac{3,5 + 1}{2} \right) - V_B (1,5 + 1 + 3,5) + 5 (1,5 + 1 + 3,5 + 1) = 0$$

$$\text{откуда } V_B = \frac{20 + 15 \cdot 4,5 \cdot 4,75 + 5 \cdot 7}{6} = 62,6 \text{ кН}$$

Из второго уравнения найдем  $V_A$ :

$$V_A (a + b + c) - q_1 2a (c + b + a) + M - q_2 (c + d) \left( \frac{c + d}{2} - d \right) + Fd = 0$$

или

$$V_A (1,5 + 1 + 3,5) - 10 \cdot 2 \cdot 1,5 (3,5 + 1 + 1,5) + 20 - 15 (3,5 + 1) \left( \frac{3,5 + 1}{2} - 1 \right) + 5 \cdot 1 = 0$$

$$\text{откуда } V_A = \frac{10 \cdot 3 \cdot 6 - 20 + 15 \cdot 4,5 \cdot 1,25 - 5 \cdot 1}{6} = 39,9 \text{ кН}$$

Выполним проверку:

$$\sum Y = V_A + V_B + q_1 2a - q_2 (c + d) - F = 0$$

или

$$39,9 + 62,5 - 10 \cdot 3 - 15 \cdot 4,5 - 5 = 0, \text{ откуда } 102,5 - 102,5 = 0$$

2. Обозначим характерные сечения балки C, A, D, E, B, K.

3. Определим поперечные силы в характерных сечениях:

$$Q_C = 0;$$

$$Q_A^{\text{лев}} = -q_1 a = -10 \cdot 1,5 = -15 \text{ кН};$$

$$Q_A^{\text{прав}} = -q_1 a + V_A = -15 + 39,9 = 24,9 \text{ кН}$$

$$Q_D = Q_A^{\text{прав}} - q_1 a = 24,9 - 15 \cdot 3 = 9,9 \text{ кН}$$

$$Q_E = Q_D = 9,9 \text{ кН}$$

$$Q_B^{\text{лев}} = Q_E - q_2 c = 9,9 - 15 \cdot 3,5 = -42,6 \text{ кН}$$

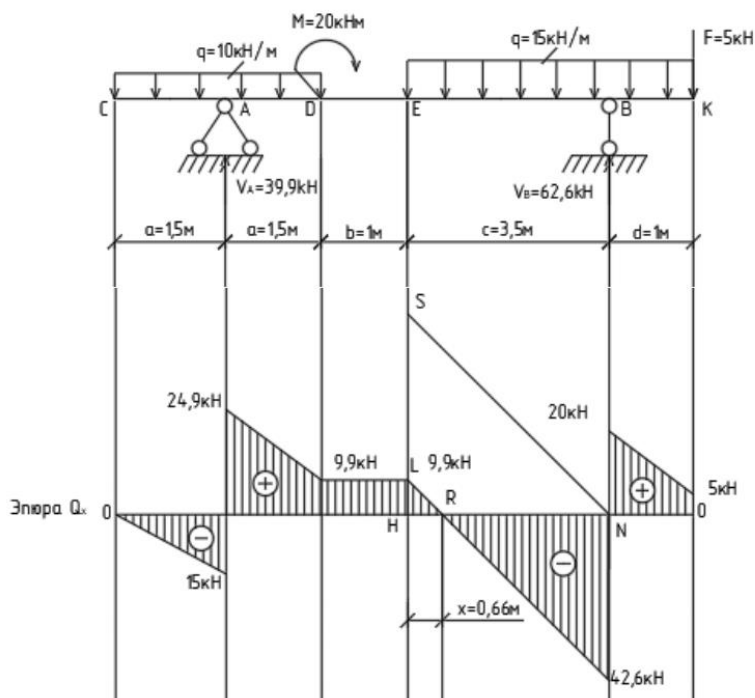
$$Q_B^{\text{прав}} = Q_B^{\text{лев}} + V_B = -42,6 + 62,6 = 20 \text{ кН};$$

$$Q_K^{\text{лев}} = Q_B^{\text{прав}} - q_2 d = 20 - 15 \cdot 1 = 5 \text{ кН}$$

Соединим полученные значения прямыми линиями и получим эпюру  $Q_x$ . Эпюра  $Q_x$  на участке  $EB$  пересекает нулевую линию. Определим положение точки, в которой происходит это пересечение из подобия треугольников  $HRL$  и  $HNS$ , откуда  $HR/HN = HL/HS$ , или  $x_0/3,5 = 9,9/52,5$ , откуда

$$x_0 = \frac{9,9 \cdot 3,5}{52,5} = 0,66 \text{ м}$$

Это сечение считается также характерным для  $Q_x$  и  $M_x$ .



4. Определим изгибающие моменты в характерных точках:

$$M_C = 0;$$

$$M_A = -q_1 \cdot a \cdot \frac{a}{2} = -10 \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2} = -11,25 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_D^{\text{лев}} = -q_1 \cdot 2 \cdot a \cdot a + V_A a = -10 \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 1,5 + 39,9 \cdot 1,5 = 14,9 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_D^{\text{прав}} = M_D^{\text{лев}} + M = 14,9 + 20 = 34,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_E = -q_1 2 \cdot a (a + b) + V_A (a + b) + M = -10 \cdot 3 \cdot 2,5 + 39,9 \cdot 2,5 + 20 = 44,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$\begin{aligned} M_{x_0} &= -q_1 2a (a + b + x_0) + V_A (a + b + x_0) + M - q_2 x_0 \frac{x_0}{2} = \\ &= -10 \cdot 3 \cdot 3,16 + 39,9 \cdot 3,16 + 20 - 15 \cdot 0,66 \cdot 0,33 = 48,03 \text{ кНм} \end{aligned}$$

$$M_B = Fd - q_2 d \frac{d}{2} = -5,1 - 15 \cdot 1 \cdot 0,5 = -12,5 \text{ кН}\cdot\text{м}; \text{ (рассмотрена правая часть балки ВК)}$$

$$M_K = 0.$$

5. Строим эпюру  $M_x$  на участках между характерными точками:

а) участок  $CA$  эпюра  $M_x$  представляет собой параболу, так как на участке действует распределенная нагрузка. Но парабола не имеет экстремума (вершины), так как эпюра  $Q_x$  не пересекает нулевую линию между точками  $C$  и  $A$ ;

б) участок  $AD$  - тоже парабола, соединяющая значения  $M_A = -11,25 \text{ кНм}$  и  $M_D^{\text{лев}} = 14,9 \text{ кНм}$

в) участок  $DE$  - эпюра  $M_x$  - прямая линия, соединяющая значения  $M_D^{\text{прав}} = 34,9 \text{ кНм}$  и  $M_E = 44,8 \text{ кНм}$

г) участок  $EB$  эпюра  $M_x$  - парабола с вершиной на расстоянии  $x_0 = 0,66 \text{ м}$  от точки  $E$ . Строим ее по трем точкам  $M_E = 44,8 \text{ кНм}$ ,  $M_{x_0} = 48,03 \text{ кНм}$  и  $M_B = -12,5 \text{ кНм}$ ;

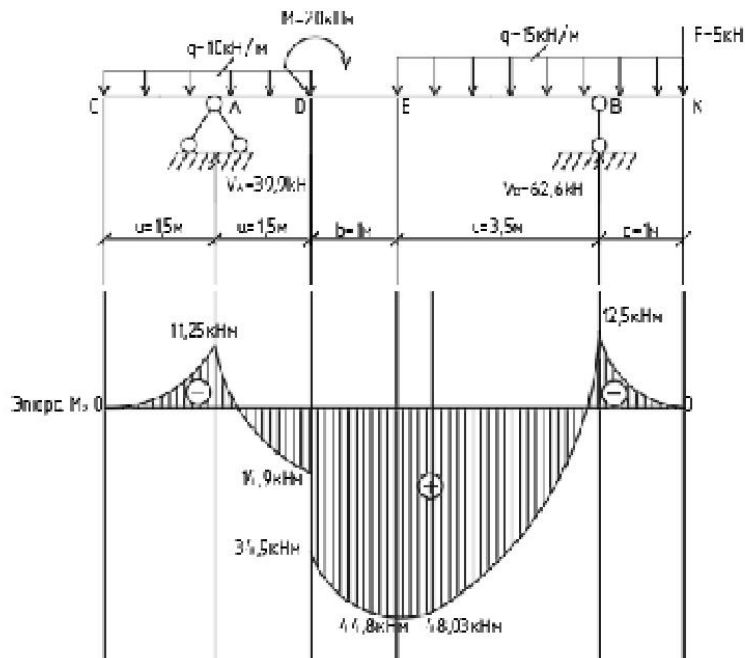
д) участок  $BK$  эпюра  $M_x$  - парабола, построенная между значениями,  $M_B = -12,5 \text{ кНм}$  и  $M_K = 0$ .

Эпюра  $M_x$  построена

Проверим значение  $M_x$  в точке, расположенной на расстоянии  $x_0 = 0,66 \text{ м}$  правее точки  $E$ . Рассмотрим правую часть балки:

$$M_{x0} = q_2 \left( c - x_0 + d \right) \frac{(c - x_0 + d)}{2} + V_B (c - x_0) - F (c - x_0 + d) =$$

$$= -15 \cdot 3,84 \cdot 1,92 + 62,6 \cdot 2,84 - 5 \cdot 3,84 = 48,0 \text{ кНм}$$



### Контрольные вопросы:

1. Что такое изгиб?
2. Что такое чистый и поперечный изгиб?
3. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечном сечении при поперечном изгибе?
4. Правила построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов?

## Практическая работа № 18

### Расчет на прочность при изгибе

**Цель:** научиться выполнять расчет на прочность при изгибе

**В результате выполнения практической работы студент должен**

- **знать:** напряжения, возникающие при изгибе; условия прочности при изгибе; расчетные формулы прочности;

- **уметь:** строить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов; выполнять проектировочные и проверочные расчеты на прочность; выбирать рациональные формы поперечных сечений.

#### Исходные данные:

Исходные данные: балка двутавровая,  $M_{max}$  и  $Q_{max}$  для данной практической работы берем из эпюры построенной в предыдущей Практической работы № 23(15)

#### Порядок выполнения практической работы:

1. Определить минимальный момент сопротивления

$$W_x = \frac{M_{max}}{\sigma}, \text{ см}^3$$

где  $M_{max}$  - максимальный изгибающий момент, кНсм ( максимальное значение на эпюре изгибающих моментов)

$\sigma$  - нормальное напряжение, кН/см<sup>2</sup>.

2. По сортаменту подбираем два двутавра с большим и меньшим моментом сопротивления

1) двутавр № \_\_\_\_\_

2) двутавр № \_\_\_\_\_

3. Проверяем прочность балки

3.1 с поперечным сечением из двутавра №1

$$\sigma_1 = \frac{M_{max}}{W_{x1}}, \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

перенапряжение составляет:

$$\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma}{\sigma} 100\%$$

3.2 с поперечным сечением из двутавра №2

$$\sigma_2 = \frac{M_{max}}{W_{x2}}, \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

перенапряжение составляет:

$$\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma}{\sigma} 100\%$$

выбираем двутавр у которого перенапряжение составит не более 5 %.

Выписывает характеристики из сортамента для двутавра №\_\_:

Момент сопротивления  $W_x$  \_\_\_\_\_, см<sup>3</sup>

Момент инерции  $I_x$  \_\_\_\_\_, см<sup>4</sup>

Статический момент  $S_x$  \_\_\_\_\_, см<sup>3</sup>

Толщина стенки  $d$  \_\_\_\_\_, мм

Ширина полки  $b$  \_\_\_\_\_, мм

Толщина полки  $t$  \_\_\_\_\_, мм

Высота сечения  $h$  \_\_\_\_\_, мм.

4. Выполнить чертеж двутавра с установкой всех размеров.

5. Определить максимальное касательное напряжение из условия прочности

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_x}{I_x \cdot b}, \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

где  $Q_{max}$  - максимальная поперечная сила, кН (принимается из эпюры поперечной силы в предыдущей практической работе)

в данном случае толщина стенки  $b = d$ , тогда

$$\tau = 0,6 \cdot \sigma, \text{ МПа}$$

$$\tau_{max} \leq \tau$$

если условие выполняется то прочность в опасной точке опасного сечения обеспечена.

*У двутавра имеется еще одна опасная точка - точка перехода от полки к стенке. Наиболее вероятные опасными сечениями здесь могут быть сечения где велики и поперечная сила и изгибающий момент. В нашем случае это  $M$  и  $Q$  которые меньше максимальных значений.*

6. Определить координату  $Y$  точки перехода от полки к стенке

$$Y = \frac{1}{2} h - t, \text{ см}$$

7. Определить нормальное напряжение (т.к. сечение симметричное знак нормального напряжения значение не имеет)

$$\sigma = \frac{M \cdot Y}{I_x}, \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

8. Определить статический момент площади полки

$$S_x^0 = b \cdot t \cdot \frac{1}{2}(h - t), \text{ см}^3$$

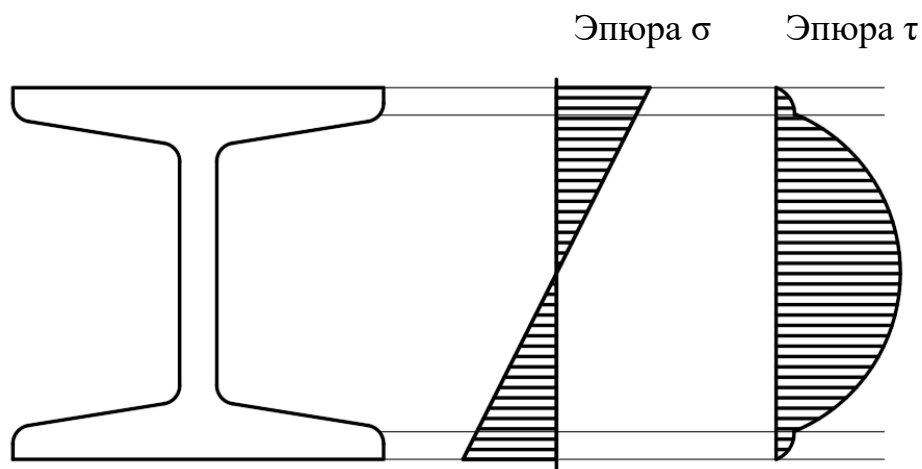
9. Определить касательное напряжение

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^0}{I_x \cdot d}, \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

10. Проверить условие прочности

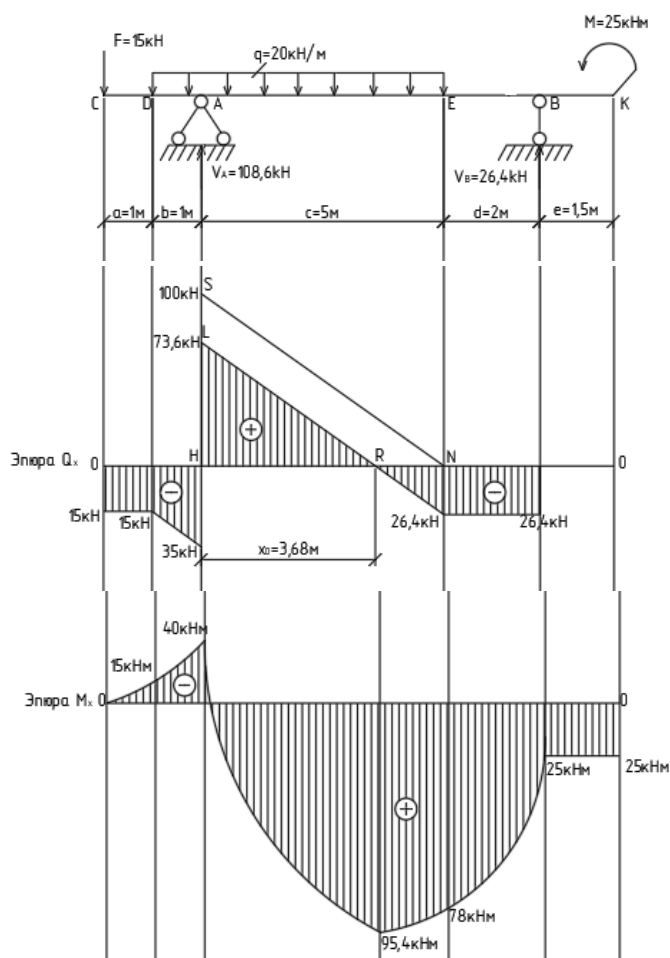
$$\sigma = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$

11. По полученным значениям напряжений в точках выбранного опасного сечения балки строим эпюры нормальных и касательных напряжений по высоте двутавра.



**Пример выполнения практической работы:**

Исходные данные:





Балка двутавровая,

$$M_{max} = 95,4 \text{ кНм} = 9540 \text{ кНсм}; M = 78 \text{ кНм} = 7800 \text{ кНсм}$$

$$Q_{max} = 73,6 \text{ кН}; Q = 35 \text{ кН}$$

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа} = 16 \text{ кН/см}^2$$

Решение

1. Определить минимальный момент сопротивления

$$W_x = \frac{M_{max}}{\sigma}, \text{ см}^3$$

где  $M_{max}$  - максимальный изгибающий момент, кНсм ( максимальное значение на эпюре изгибающих моментов)

$\sigma$  - нормальное напряжение, кН/см<sup>2</sup>.

$$W_x = \frac{9540}{16} = 596,25, \text{ см}^3$$

2. По сортаменту подбираем два двутавра с большим и меньшим моментом сопротивления

1) двутавр № 30а  $W_x = 518 \text{ см}^3$

2) двутавр № 33  $W_x = 597 \text{ см}^3$

3. Проверяем прочность балки

3.1 с поперечным сечением из двутавра №1

$$\sigma_1 = \frac{M_{max}}{W_{x1}}; , \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

$$\sigma_1 = \frac{9540}{518} = 18,4 \text{ кН/см}^2 = 184 \text{ МПа}$$

перенапряжение составляет:

$$\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma}{\sigma} 100\%$$

$$\alpha = \frac{184 - 160}{160} 100\% = 15\% \text{ что больше допустимого значения}$$

3.2 с поперечным сечением из двутавра №2

$$\sigma_2 = \frac{M_{max}}{W_{x2}}, \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

$$\sigma_1 = \frac{9540}{597} = 16,0 \text{ кН/см}^2 = 160 \text{ МПа}$$

перенапряжение составляет:

$$\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma}{\sigma} 100\%$$

$$\alpha = \frac{160 - 160}{160} 100\% = 0$$

выбираем двутавр у которого перенапряжение составит не более 5 %.

Выписывает характеристики из сортамента для двутавра №33:

Момент сопротивления  $W_x = 597 \text{ см}^3$

Момент инерции  $I_x = 9840 \text{ см}^4$

Статический момент  $S_x = 339 \text{ см}^3$

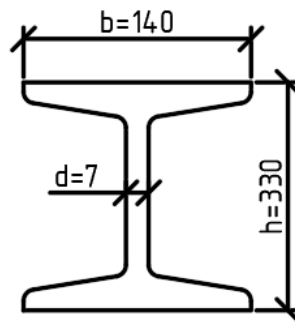
Толщина стенки  $d = 7 \text{ мм}$

Ширина полки  $b = 140 \text{ мм}$

Толщина полки  $t = 11,2 \text{ мм}$

Высота сечения  $h = 330 \text{ мм}$ .

4. Выполнить чертеж двутавра с установкой всех размеров.



5. Определить максимальное касательное напряжение из условия прочности

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_x}{I_x \cdot b}, \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

где  $Q_{max}$  - максимальная поперечная сила, кН (принимается из эпюры поперечной силы в предыдущей практической работе)

в данном случае толщина стенки  $b = d = 7 \text{ мм}$ , тогда

$$\tau_{max} = \frac{73,6 \cdot 339}{9840 \cdot 0,7} = 3,6 \text{ кН/см}^2 = 36 \text{ МПа}$$

$$\tau = 0,6 \cdot \sigma, \text{ МПа}$$

$$\tau = 0,6 \cdot 160 = 96 \text{ МПа}$$

$$\tau_{max} \leq \tau$$

$$36 \leq 96 \text{ (МПа)}$$

условие выполняется

6. Определить координату  $Y$  точки перехода от полки к стенке

$$Y = \frac{1}{2} h - t, \text{ см}$$

$$Y = \frac{1}{2} 33 - 1,12 = 15,38 \text{ см}$$

7. Определить нормальное напряжение (т.к. сечение симметричное знак нормального напряжения значение не имеет)

$$\sigma = \frac{M \cdot Y}{I_x}, \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

$$\sigma = \frac{7800 \cdot 15,38}{9840} = 12,2 \text{ кН/см}^2 = 122 \text{ МПа}$$

8. Определить статический момент площади полки

$$S_x^0 = b \cdot t \cdot \frac{1}{2}(h - t), \text{ см}^3$$

$$S_x^0 = 14 \cdot 1,12 \cdot \frac{1}{2}(33 - 1,12) = 250 \text{ см}^3$$

9. Определить касательное напряжение

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^0}{I_x \cdot d}, \text{ кН/см}^2 = \text{МПа}$$

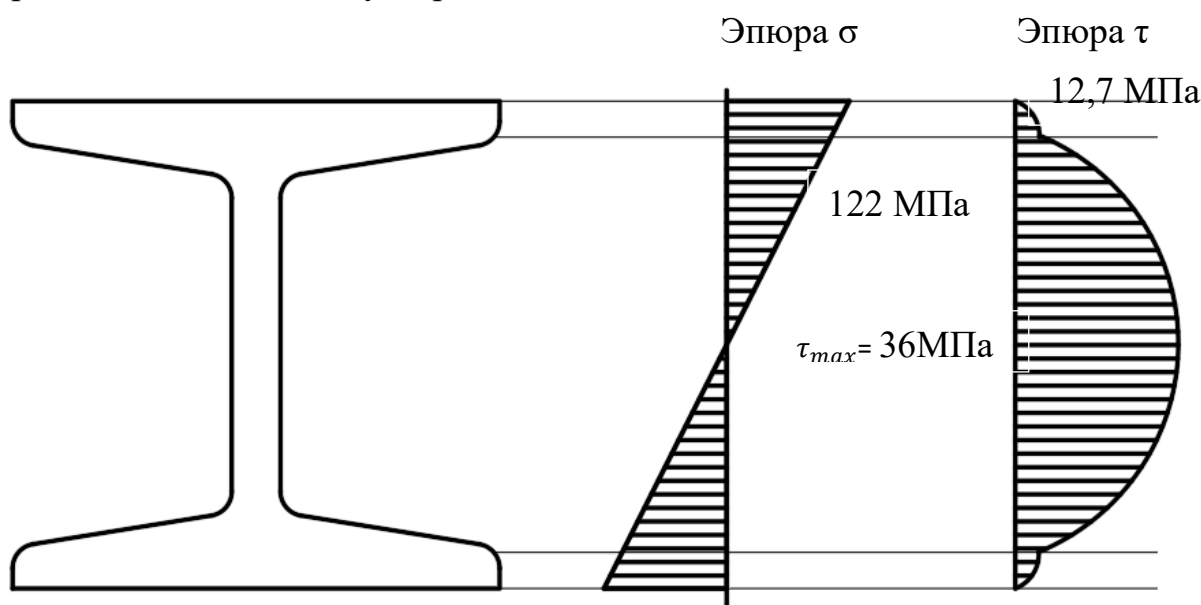
$$\tau = \frac{35 \cdot 250}{9840 \cdot 0,7} = 1,27 \text{ кН/см}^2 = 12,7 \text{ МПа}$$

10. Проверить условие прочности

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$

$$\sigma = \sqrt{122^2 + 3 \cdot 12,7^2} = 124 \leq 160 \text{ МПа}$$

11. По полученным значениям напряжений в точках выбранного опасного сечения балки строим эпюры нормальных и касательных напряжений по высоте двутавра.

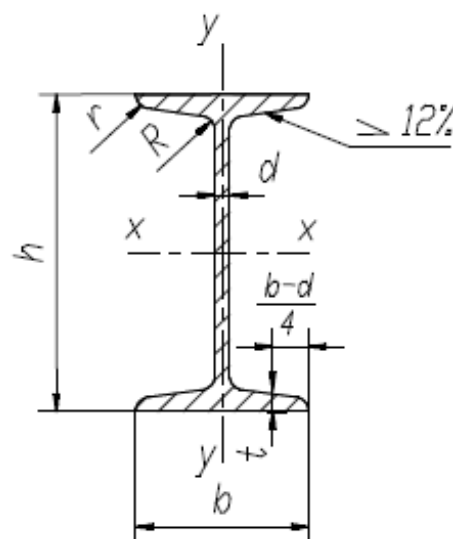


### **Контрольные вопросы:**

1. Как определить поперечные силы в сечении бруса?
2. Как вычислить изгибающий момент в любом сечении балки?
3. Напишите условие прочности при изгибе?



## СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЙ СТАЛИ



## Балки двутавровые (по ГОСТ 8239 – 72)

Обозначения:

$h$  – высота балки;  
 $b$  – ширина полки;  
 $d$  – толщина стенки;  
 $t$  – средняя толщина полки;

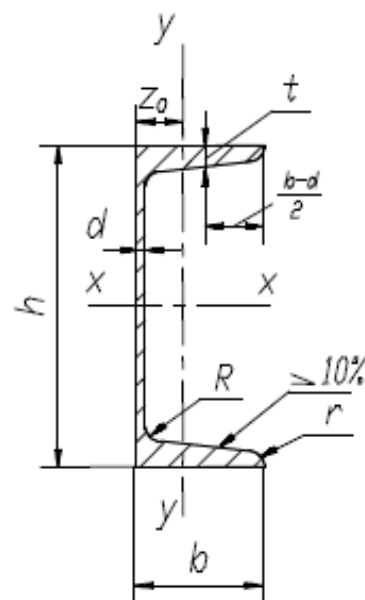
$J$  – момент инерции;  
 $W$  – момент сопротивления;  
 $i$  – радиус инерции;  
 $S$  – статический момент полусечения.

Таблица П.1

Номер профиля	Размеры, мм				Площадь сечения $A, \text{ см}^2$	$J_x, \text{ см}^4$	$W_x, \text{ см}^3$	$i_x, \text{ см}$	$S_x, \text{ см}^3$	$J_y, \text{ см}^4$	$W_y, \text{ см}^3$	$i_y, \text{ см}$	Масса 1 м, кг
	$h$	$b$	$d$	$t$									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9

Окончание табл. П.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,0	13,0	71,4	18930	947	16,3	540	666	85,9	3,05	56,1
45	450	160	8,6	14,2	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12	65,2
50	500	170	9,5	15,2	97,8	39290	1570	20,0	905	1040	122	3,26	76,8
55	550	180	10,3	16,5	114	55150	2000	22,0	1150	1350	150	3,44	89,8
60	600	190	11,1	17,8	132	75450	2510	23,9	1450	1720	181	3,60	104
65	650	200	12,0	19,2	153	101400	3120	25,8	1800	2170	217	3,77	120
70	700	210	13,0	20,8	176	134600	3840	27,7	2230	2730	260	3,94	138
70a	700	210	15,0	24,0	202	152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01	158
70б	700	210	17,5	28,2	234	175370	5010	27,4	2940	3910	373	4,09	184



### Швеллеры (по ГОСТ 8240 – 72)

Обозначения:

$h$  – высота швеллера;

$b$  – ширина полки;

$d$  – толщина стенки;

$t$  – средняя толщина полки;

$z_o$  – расстояние от оси  $y$  до наружной грани стенки.

$J$  – момент инерции;

$W$  – момент сопротивления;

$i$  – радиус инерции;

$S$  – статический момент полусечения;

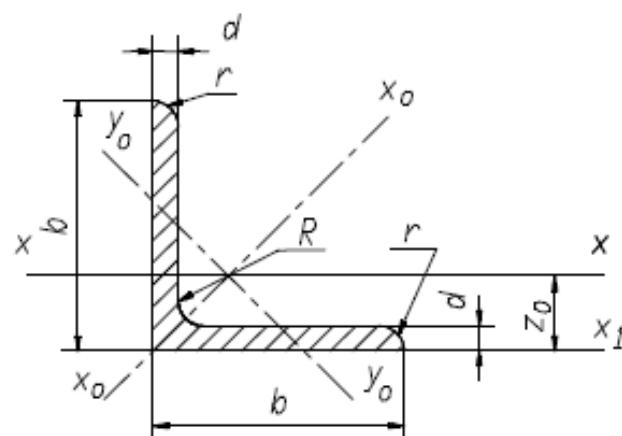
Таблица П.2

Номер профиля	Размеры, мм				Площадь сечения $A$ , $\text{см}^2$	$J_x$ , $\text{см}^4$	$W_x$ , $\text{см}^3$	$i_x$ , см	$S_x$ , $\text{см}^3$	$J_y$ , $\text{см}^4$	$W_y$ , $\text{см}^3$	$i_y$ , см	$z_o$ , см	Масса 1 м, кг
	$h$	$b$	$d$	$t$										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3

Окончание табл. П.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80	14,2
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94	16,3
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3





### Уголки равнобокие (по ГОСТ 8509 – 72)

Обозначения:

$b$  – ширина полки;

$d$  – толщина полки;

$J$  – момент инерции;

$i$  – радиус инерции;

$z_0$  – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки.

Таблица П.3

Номер профиля	Размеры, мм		Площадь сечения $A$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_{x_0 \max}$ см <sup>4</sup>	$i_{x_0 \max}$ , см	$J_{y_0 \min}$ см <sup>4</sup>	$i_{y_0 \min}$ см	$J_{x_1}$ , см <sup>4</sup>	$z_0$ , см	Масса 1 м, кг
	$b$	$d$										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	20	3	1,13	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60	0,89
		4	1,46	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64	1,15
2,5	25	3	1,43	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73	1,12
		4	1,86	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76	1,46
2,8	28	3	1,62	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80	1,27
3,2	32	3	1,86	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89	1,46
		4	2,43	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94	1,91
3,6	36	3	2,10	2,56	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99	1,65
		4	2,75	3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	6,24	1,04	2,16

Продолжение табл. П.3

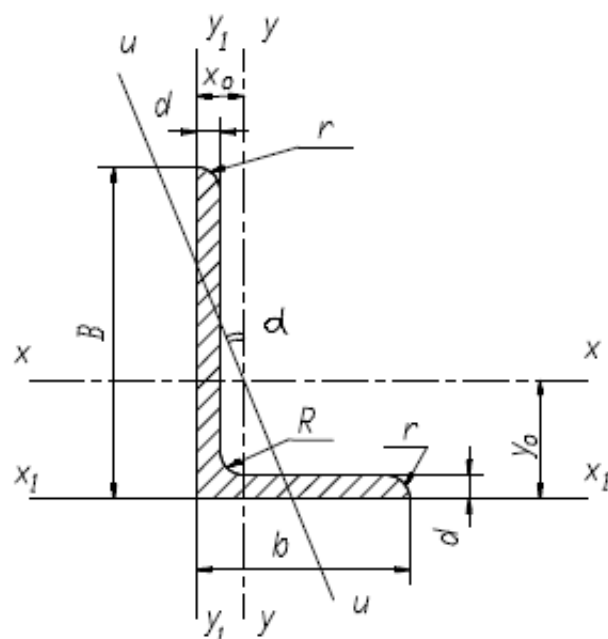
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	40	3	2,35	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09	1,85
		4	3,08	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	8,53	1,13	2,42
4,5	45	3	2,65	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21	2,08
		4	3,48	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26	2,73
		5	4,29	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30	3,37
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33	2,32
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38	3,05
		5	4,80	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42	3,77
5,6	56	3,5	3,86	11,6	1,73	18,4	2,18	4,80	1,12	20,3	1,50	3,03
		4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52	3,44
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57	4,25
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69	3,90
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74	4,81
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78	5,72
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	4,87
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	5,38
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	6,39
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	7,39
		8	10,7	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02	8,37
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	5,80
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	6,89
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	7,96
		8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113	2,15	9,02
		9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18	10,1

Продолжение табл. П.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17	6,78
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19	7,36
		7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23	8,51
		8	12,3	73,4	2,34	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27	9,65
9	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43	8,33
		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47	9,64
		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51	10,9
		9	15,6	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55	12,2
10	100	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68	10,1
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71	10,8
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75	12,2
		10	19,2	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83	15,1
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91	17,9
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99	20,6
		16	29,7	264	2,98	416	3,74	112,0	1,94	542	3,06	23,3
11	110	7	15,2	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96	11,9
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00	13,5
12,5	125	8	19,7	294	3,37	467	4,87	122	2,49	516	3,36	15,5
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40	17,3
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45	19,1
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53	22,7
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61	26,2
		16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68	29,6
14	140	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78	19,4
		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82	21,5
		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90	25,5

Окончание табл. П.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
16	160	10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	24,7
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	27,0
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	29,4
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	34,0
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	38,5
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	43,0
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	47,4
18	180	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85	30,5
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89	33,1
20	200	12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37	37,0
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42	39,9
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46	42,8
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54	48,7
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70	60,1
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89	74,0
		30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07	87,6
22	220	14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93	47,4
		16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02	53,8
25	250	16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75	61,5
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83	68,9
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91	76,1
		22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00	83,3
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11	94,0
		28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23	104,5
		30	142,0	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	14753	7,31	111,4



### Уголки неравнобокие (по ГОСТ 8510 – 72)

Обозначения:

- $B$  – ширина большей полки;  
 $b$  – ширина меньшей полки;  
 $d$  – толщина полки;  
 $J$  – момент инерции;  
 $i$  – радиус инерции;  
 $x_0, y_0$  – расстояние от центра тяжести до наружных граней полки.

Таблица П.4

Номер профиля	Размеры, мм			Площадь сечения $A, \text{см}^2$	$J_x, \text{см}^4$	$i_x, \text{см}$	$J_y, \text{см}^4$	$i_y, \text{см}$	$J_u \text{ min}$ $\text{см}^4$	$i_u \text{ min}$ $\text{см}$	Угол накло- на оси $u, \text{tg } \alpha$	$J_{x1}, \text{см}^4$	$J_{y1}, \text{см}^4$	$x_0, \text{см}$	$y_0, \text{см}$	Масса 1 м, кг
	$B$	$b$	$d$													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
2,5/1,6	25	16	3	1,16	0,70	0,78	0,22	0,44	0,13	0,34	0,392	1,56	0,43	0,42	0,86	0,91
3,2/2	32	20	3	1,49	1,52	1,01	0,46	0,55	0,28	0,43	0,382	3,26	0,82	0,49	1,08	1,17
			4	1,94	1,93	1,00	0,57	0,54	0,35	0,43	0,374	4,38	1,12	0,53	1,12	1,52
4/2,5	40	25	3	1,89	3,06	1,27	0,93	0,70	0,56	0,54	0,385	6,37	1,58	0,59	1,32	1,48
			4	2,47	3,93	1,26	1,18	0,69	0,71	0,54	0,381	8,53	2,15	0,63	1,37	1,94



Продолжение табл. П.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
4,5/2,8	45	28	3	2,14	4,41	1,43	1,32	0,79	0,79	0,61	0,382	9,02	2,20	0,64	1,47	1,68
			4	2,80	5,68	1,42	1,69	0,78	1,02	0,60	0,379	12,1	2,98	0,68	1,51	2,20
5/3,2	50	32	3	2,42	6,17	1,60	1,99	0,91	1,18	0,70	0,403	12,4	3,26	0,72	1,60	1,90
			4	3,17	7,98	1,59	2,56	0,90	1,52	0,69	0,401	16,6	4,42	0,76	1,65	2,49
5,6/3,6	56	36	3,5	3,16	10,1	1,79	3,30	1,02	1,95	0,79	0,407	20,3	5,43	0,82	1,80	2,48
			4	3,58	11,4	1,78	3,70	1,02	2,19	0,78	0,406	23,2	6,25	0,84	1,82	2,81
			5	4,41	13,8	1,77	4,48	1,01	2,66	0,78	0,404	29,2	7,91	0,88	1,86	3,46
6,3/4	63	40	4	4,04	16,3	2,01	5,16	1,13	3,07	0,87	0,397	33,0	8,51	0,91	2,03	3,17
			5	4,98	19,9	2,00	6,26	1,12	3,73	0,86	0,396	41,4	10,8	0,95	2,08	3,91
			6	5,90	23,3	1,99	7,28	1,11	4,36	0,86	0,393	49,9	13,1	0,99	2,12	4,63
			8	7,68	29,6	1,96	9,15	1,09	5,58	0,85	0,386	66,9	17,9	1,07	2,20	6,03
7/4,5	70	45	4,5	5,07	25,3	2,23	8,25	1,28	4,88	0,98	0,407	51,0	13,6	1,03	2,25	3,98
			5	5,59	27,8	2,23	9,05	1,27	5,34	0,98	0,406	56,7	15,2	1,05	2,28	4,39
7,5/5	75	50	5	6,11	34,8	2,39	12,5	1,43	7,24	1,09	0,436	69,7	20,8	1,17	2,39	4,79
			6	7,25	40,9	2,38	14,6	1,42	8,48	1,08	0,435	83,9	25,2	1,21	2,44	5,69
			8	9,47	52,4	2,35	18,5	1,40	10,9	1,07	0,430	112	34,2	1,29	2,52	7,43
8/5	80	50	5	6,36	41,6	2,56	12,7	1,41	7,58	1,09	0,387	84,6	20,8	1,13	2,60	4,99
			6	7,55	49,0	2,55	14,8	1,40	8,88	1,08	0,386	102	25,2	1,17	2,65	5,92
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,3	2,88	19,7	1,58	11,8	1,22	0,384	132	32,2	1,26	2,92	6,17
			6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22	0,384	145	35,2	1,28	2,95	6,70
			8	11,18	90,9	2,85	27,1	1,56	16,3	1,21	0,380	194	47,8	1,36	3,04	8,77
10/6,3	100	63	6	9,59	98,3	3,20	30,6	1,79	18,2	1,38	0,393	198	49,9	1,42	3,23	7,53
			7	11,1	113	3,19	35,0	1,78	20,8	1,37	0,392	232	58,7	1,46	3,28	8,70
			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36	0,391	266	67,6	1,50	3,32	9,78
			10	15,5	154	3,15	47,1	1,75	28,3	1,35	0,387	333	85,8	1,58	3,40	12,1

Окончание табл. П.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
11/7	110	70	6,5	11,4	142	3,53	45,6	2,00	26,9	1,53	0,402	286	74,3	1,58	3,55	8,98
			7	12,3	152	3,52	48,7	1,99	28,8	1,53	0,402	309	80,3	1,60	3,57	9,64
			8	13,9	172	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52	0,400	353	92,3	1,64	3,61	10,9
12,5/8	125	80	7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	43,4	1,76	0,407	452	119	1,80	4,01	11,0
			8	16,0	256	4,00	83,0	2,28	48,8	1,75	0,406	518	137	1,84	4,05	12,5
			10	19,7	312	3,98	100	2,26	59,3	1,74	0,404	649	173	1,92	4,14	15,5
			12	23,4	365	3,95	117	2,24	69,5	1,72	0,400	781	210	2,00	4,22	18,3
14/9	140	90	8	18,0	364	4,49	120	2,58	70,3	1,98	0,411	727	204	2,03	4,49	14,1
			10	22,2	444	4,47	146	2,56	85,5	1,96	0,409	911	245	2,12	4,58	17,5
16/10	160	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	110	2,20	0,391	1221	300	2,23	5,19	18,0
			10	25,3	667	5,13	204	2,84	121	2,19	0,390	1359	335	2,28	5,23	19,8
			12	30,0	784	5,11	239	2,82	142	2,18	0,388	1634	405	2,36	5,32	23,6
			14	34,7	897	5,08	272	2,80	162	2,16	0,385	1910	477	2,43	5,40	27,3
18/11	180	110	10	28,3	952	5,80	276	3,12	165	2,42	0,375	1933	444	2,44	5,88	22,2
			12	33,7	1123	5,77	324	3,10	194	2,40	0,374	2324	537	2,52	5,97	26,4
20/12,5	200	125	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	264	2,75	0,392	2920	718	2,79	6,50	27,4
			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	285	2,74	0,392	3189	786	2,83	6,54	29,7
			14	43,9	1801	6,41	551	3,54	327	2,73	0,390	3726	922	2,91	6,62	34,4
			16	49,8	2026	6,38	617	3,52	367	2,72	0,388	4264	1061	2,99	6,71	39,1
25/16	250	160	12	48,3	3147	8,07	1032	4,62	604	3,54	0,410	6212	1634	3,53	7,97	37,9
			16	63,6	4091	8,02	1333	4,58	781	3,50	0,408	8308	2200	3,69	8,14	49,9
			18	71,1	4545	7,99	1475	4,56	896	3,49	0,407	9358	2487	3,77	8,23	55,8
			20	78,5	4987	7,97	1613	4,53	949	3,48	0,405	10410	2776	3,85	8,31	61,7

**Схемы изгиба стержней при различных способах закрепления**

Схемы закрепления концов стержней		а)	б)	в)	г)	д)
Коэффициент $\mu$	Стальные конструкции	$\mu = 1,0$	$\mu = 0,7$	$\mu = 0,5$	$\mu = 2,0$	$\mu$ – зависит от степени подвижности опоры
	Деревянные конструкции	$\mu = 1,0$	$\mu = 0,8$	$\mu = 0,65$	$\mu = 2,2$	

**Коэффициенты для расчета по формуле Ясинского-Тетмайера**

Материал	$a$ , МПа	$b$ , МПа	$\lambda_0$	$\lambda_{лр}$
Сталь С345	264	0,70	60	105
Сталь С255	310	1,14	61	100
Сталь С245	328	1,15	60	96
Сталь С235	295	1,00	60	102
Сталь С275	345	1,10	63	91



Гиб- кость $\lambda$	Коэффициенты $\varphi$ для элементов из стали с расчетным сопротивлением $R_y$ , МПа (кгс/см <sup>2</sup> )											
	200 (2050)	240 (2450)	280 (2850)	320 (3250)	360 (3650)	400 (4100)	440 (4500)	480 (4900)	520 (5300)	560 (5700)	600 (6100)	640 (6550)
10	988	987	985	984	983	982	981	980	979	978	977	977
20	967	962	959	955	952	949	946	943	941	938	936	934
30	939	931	924	917	911	905	900	895	891	887	883	879
40	906	894	883	873	863	854	846	839	832	825	820	814
50	869	852	836	822	809	796	785	775	764	746	729	712
60	827	805	785	766	749	721	696	672	650	628	608	588
70	782	754	724	687	654	623	595	568	542	518	494	470
80	734	686	641	602	566	532	501	471	442	414	386	359
90	665	612	565	522	483	447	413	380	349	326	305	287
100	599	542	493	448	408	369	335	309	286	267	250	235
110	537	478	427	381	338	306	280	258	239	223	209	197
120	479	419	366	321	287	260	237	219	203	190	178	167
130	425	364	313	276	247	223	204	189	175	163	153	145
140	376	315	272	240	215	195	178	164	153	143	134	126
150	328	276	239	211	189	171	157	145	134	126	118	111
160	290	244	212	187	167	152	139	129	120	112	105	099
170	259	218	189	167	150	136	125	115	107	100	094	089
180	233	196	170	150	135	123	112	104	097	091	085	081
190	210	177	154	136	122	111	102	094	088	082	077	073
200	191	161	140	124	111	101	093	086	080	075	071	067
210	174	147	128	113	102	093	085	079	074	069	065	062
220	160	135	118	104	094	086	077	073	068	064	060	057

Примечание: Значения в таблице увеличены в 1000 раз

Таблица В.5 - Нормативные и расчетные сопротивления при растяжении, сжатии и изгибе фасонного проката

Сталь	Толщина проката*, мм					Нормативное сопротивление** проката, Н/мм <sup>2</sup>		Расчетное сопротивление*** проката, Н/мм <sup>2</sup>	
						$R_{yn}$	$R_{un}$	$R_y$	$R_u$
С245	От	4,0	до	20	включ.	245	370	240/235	360/350
	"	20	"	40	"	235	370	230/225	360/350
С255	От	4,0	до	10	включ.	255	380	250/245	370/360
	"	10	"	20	"	245	370	240/235	360/350
	"	20	"	40	"	235	370	230/225	360/350
С345	От	4,0	до	10	включ.	345	480	340/330	470/460
	"	10	"	20	"	325	470	320/310	460/450
	"	20	"	40	"	305	460	300/290	450/440
С345К	От	4,0	до	10	включ.	345	470	340/330	460/450
С355	От	8,0	до	16	включ.	355	470	350/340	460/450
	"	16	"	40	"	345	470	340/330	460/450
С355-1	От	8,0	до	16	включ.	355	470	350/340	460/450
	"	16	"	40	"	345	470	340/330	460/450
С390	От	8,0	до	10	включ.	390	520	380/370	505/495
	"	10	"	20	"	380	500	370/360	480/475
	"	20	"	40	"	370	490	360/350	480/470

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### Основные источники:

1. Завистовский, В. Э. Техническая механика : учеб. пособие / В.Э. Завистовский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 376 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-015256-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1020982>
2. Сафонова, Г. Г. Техническая механика : учебник / Г.Г. Сафонова, Т.Ю. Артюховская, Д.А. Ермаков. - Москва : ИНФРА-М, 2020. — 320 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-012916-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1074607>
3. Сетков В.И. Техническая механика для строительных специальностей: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ В.И.Сетков. — 8-е изд., перераб. — М.: Издательский центр «Академия», 2020. — 256 с.
4. Смирнов, В.А. Техническая (строительная) механика : учебник для СПО / В.А.Смирнов, А.С.Городецкий. — 2-е изд., пер. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 423 с. — (Серия: Профессиональное образование).

### Электронные источники:

1. Teormech [ Электронный ресурс], режим доступа :<http://teormech.ru/index.php/pages/about>
2. Sopromato.ru [ Электронный ресурс], режим доступа :<http://sopromato.ru/>
3. Строительная механика [ Электронный ресурс], режим доступа :<http://stroitmeh.ru/>

### Дополнительные источники:

1. Олофинская, В.П. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий. Учебное пособие. М., ФОРУМ, 2020г.- 352с.
2. Олофинская, В.П. Техническая механика. Сборник тестовых заданий по технической механике. Учебное пособие. М., ФОРУМ, 2020г.-352с.