

Министерство образования и науки Челябинской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Южно-Уральский государственный технический колледж»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

по общеобразовательной дисциплине

«Математика»

для специальности **13. 02.11 Техническая эксплуатация и обслуживание
электрического и электромеханического оборудования (по отраслям)**
профиль обучения: **технологический**

Челябинск, 2024

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению практических работ по общеобразовательной дисциплине «Математика» предназначены для обучающихся специальности 13.02.11 Техническая эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям) технологического профиля.

Практические занятия являются важным элементом общеобразовательной дисциплины. В процессе выполнения практических работ, обучающиеся систематизируют и закрепляют полученные теоретические знания, развивают интеллектуальные и профессиональные умения, формируют элементы компетенций будущих специалистов.

Рабочей программой общеобразовательной дисциплины «Математика» предусмотрено выполнение 94 практических работ, которые направлены на достижение следующих **целей**:

- формирование у обучающихся представлений о роли математики в современном обществе;
- формирование о способах применения математики в технических и гуманитарных сферах с акцентом на раскрытии роли математики как элемента человеческой культуры;
- формирование у обучающихся умений осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития;
- формирование у обучающихся умений применять, анализировать, преобразовывать математические модели реальных объектов и процессов, в том числе при изучении других дисциплин;
- развитие образных представлений о математических явлениях и закономерностях;
- развитие абстрактного, логического и алгоритмического мышления;
- развитие у обучающихся познавательных интересов, интеллектуальных и творческих способностей путем освоения и использования математических методов при изучении различных учебных предметов;
- приобретение обучающимися опыта использования математики в индивидуальной и коллективной учебной и познавательной, в том числе проектной, деятельности;
- приобретение обучающимися знаний этических аспектов математики;
- владение математической культурой, способностью анализировать и оценивать информацию с использованием математических методов, средств образовательных и социальных коммуникаций.

Выполнение практических работ дисциплины «Математика» обеспечивает достижение следующих результатов обучения:

личностных:

- ЛР 24. Готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность;
- ЛР 25. Интерес к различным сферам профессиональной деятельности, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы;
- ЛР 26. Готовность и способность к образованию и самообразованию на протяжении всей жизни.

метапредметных:

универсальных учебных познавательных действий:

- МРП 01 самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне;
- МРП 02 устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;
- МРП 03 определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения;
- МРП 04 выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях;
- МРП 05 вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности;
- МРП 07 владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;
- МРП 08 способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- МРП 12 выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения;
- МРП 13 анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях;
- МРП 16 осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду;
- МРП 17 уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности;
- МРП 18 уметь интегрировать знания из разных предметных областей;
- МРП 19 выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения;
- МРП 21 владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления;

универсальных коммуникативных действий:

- МРК 08 принимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать действия по ее достижению: составлять план действий,

распределять роли с учетом мнений участников, обсуждать результаты совместной работы;

- МРК 10 предлагать новые проекты, оценивать идеи с позиции новизны, оригинальности, практической значимости;
- МРК 11 координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;

универсальных регулятивных действий:

- МРР 02 самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений;
- МРР 09 владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований;
- МРР 10 использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения;

предметных:

- ПРб 01 владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- ПРб 02 уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;
- ПРб 06 уметь решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
- ПРб 09 уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; уметь использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;
- ПРб 10 умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их

- сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;
- ПРб 11 умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;
 - ПРб 12 умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;
 - ПРб 13 оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;
 - ПРб 14 уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки;
 - ПРу 01 умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;
 - ПРу 02 уметь оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; уметь использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;
 - ПРу 03 умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;
 - ПРу 04 умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;
 - ПРу 05 уметь оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; уметь использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное,

- алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;
- ПРy 06 умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;
 - ПРy 07 уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; уметь решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;
 - ПРy 08 уметь свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; уметь строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; уметь использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; уметь проводить исследование функции; уметь использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;
 - ПРy 09 умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;
 - ПРy 10 умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные

- суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции;
- ПРy 11 уметь оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;
 - ПРy 12 уметь свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; уметь исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;
 - ПРy 13 умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;
 - ПРy 14 умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства

- геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;
- ПРy 15 умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;
 - ПРy 16 уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни.
 - ПРy 17 умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3 , определитель матрицы, геометрический смысл определителя;
 - ПРy 18 уметь моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера.
 - ПРy 19 уметь выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; уметь распознавать проявление законов математики в искусстве, уметь приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки

элементов ОК и ПК:

- ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;
- ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии, необходимые для выполнения задач профессиональной деятельности;
- ПК 1.2. Выполнять расчеты и конструирование строительных конструкций.
- ПК 2.3. Проводить оперативный учет объемов выполняемых работ и расходов материальных ресурсов.

Описание каждой практической работы содержит номер, название и цель работы, формируемые в процессе выполнения работы знания и умения, описание алгоритма выполнения работы и контрольные вопросы (с целью выявить и устранить недочеты в освоении материала). Отчет о проделанной работе выполняется в электронном виде и хранится на сетевом диске X.

Критерии оценивания:

- Оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
- Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
- Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

№ работы	Наименование практической работы	Кол-во час
1.	Действия над положительными и отрицательными числами, обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения.	2
2.	Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства. Способы решения систем линейных уравнений. Системы линейных неравенств.	2
3.	. Нахождение области определения и области значений функции, исследование функции на монотонность, чётность и ограниченность.	2
4.	Построение графиков линейной, квадратичной, дробно-рациональной функций.	2
5.	Простые проценты, разные способы их вычисления. Сложные проценты. Проценты в профессиональных задачах технологического профиля.	2
6.	Виды плоских фигур и их площадь. Практико-ориентированные задачи в курсе геометрии на плоскости.	2
7.	Вычисление и сравнение корней.	2
8.	Преобразование выражений, содержащих радикалы.	2

№ работы	Наименование практической работы	Кол-во час
9.	Преобразование выражений, содержащих степени с рациональными показателями.	2
10.	Преобразование выражений, содержащих степени с действительными показателями.	2
11.	Вычисление и сравнение степенных выражений.	2
12.	Исследование свойств и построение графика степенной функции.	2
13.	Решение иррациональных уравнений.	2
14.	Решение иррациональных неравенств.	2
15.	Исследование свойств и построение графика показательной функции.	2
16.	Решение показательных уравнений и неравенств.	2
17.	Применение показательной и степенной функций в прикладных задачах технологического профиля.	2
18.	Вычисление и сравнение логарифмов.	2
19.	Применение основных правил логарифмирования.	2
20.	Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы.	2
21.	Исследование свойств и построение графика логарифмической функции	2
22.	Решение логарифмических уравнений.	2
23.	Решение логарифмических неравенств.	2
24.	Решение систем уравнений и неравенств с применением различных методов.	2
25.	Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.	2
26.	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.	2
27.	Описание производственных процессов с помощью графиков функций.	2
28.	Радийный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.	2
29.	Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.	2
30.	Выполнение тождественных преобразований с помощью формул приведения.	2
31.	Выполнение тождественных преобразований с помощью формул сложения.	2
32.	Выполнение тождественных преобразований с помощью формул удвоенного аргумента.	2
33.	Выполнение тождественных преобразований с помощью формул половинного аргумента.	2
34.	Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение.	2
35.	Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.	2
36.	Преобразование тригонометрических выражений.	2
37.	Исследование свойств и построение графиков тригонометрических и обратных тригонометрических функций.	2
38.	Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах.	2
39.	Решение уравнений вида $\sin x = a$ и $\cos x = a$.	2
40.	Решение уравнений вида $\operatorname{tg} x = a$ и $\operatorname{ctg} x = a$.	2
41.	Основные методы решения тригонометрических уравнений.	2
42.	Решение простейших тригонометрических неравенств.	2
43.	Числовая последовательность, Вычисление предела последовательности.	2
44.	Геометрический и механический смысл производной.	2
45.	Применение основных правил дифференцирования.	2

№ работы	Наименование практической работы	Кол-во час
46.	Вычисление производных основных элементарных функций.	2
47.	Вычисление производных сложных функций.	2
48.	Исследование функции на монотонность. Определение экстремумов функции.	2
49.	Исследование функции с помощью производной.	2
50.	Физический смысл производной в профессиональных задачах технологического профиля.	2
51.	Использование производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах.	2
52.	Вычисление первообразной для данной функции.	2
53.	Применение интеграла для вычисления физических величин и площадей.	2
54.	Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками.	2
55.	Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Вычисление угла между двумя векторами.	2
56.	Вычисление скалярного произведения векторов.	2
57.	Координаты в пространстве. Действия над векторами.	2
58.	Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.	2
59.	Определение взаимного расположения прямых и плоскостей.	2
60.	Применение признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей.	2
61.	Перпендикуляр и наклонная к плоскости.	2
62.	Определение расстояний между прямыми и плоскостями. Вычисление двугранных углов.	2
63.	Построение куба, параллелепипеда и их сечений.	2
64.	Вычисление основных элементов куба и параллелепипеда.	2
65.	Построение прямой и наклонной призмы и их сечений.	2
66.	Вычисление основных элементов призмы.	2
67.	Построение пирамиды и ее сечений.	2
68.	Вычисление основных элементов пирамиды.	2
69.	Исследование симметрии в многогранниках. Построение правильных многогранников.	2
70.	Построение усеченной пирамиды и вычисление ее основных элементов.	2
71.	Построение цилиндра и его сечений.	2
72.	Вычисление основных элементов цилиндра.	2
73.	Построение конуса и его сечений.	2
74.	Вычисление основных элементов конуса.	2
75.	Вычисление основных элементов конуса.	2
76.	Построение шара и сферы, их сечений. Уравнение сферы.	2
77.	Вычисление площади поверхности и объема призмы и пирамиды.	2
78.	Вычисление площади поверхности и объема цилиндра и конуса.	2
79.	Вычисление площади сферы и объема шара.	2
80.	Вычисление площади поверхности и объема усеченной пирамиды и усеченного конуса.	2
81.	Расчет объема вместимости веществ.	2
82.	Примеры симметрий в профессиях и специальностях технологического профиля.	2

№ работы	Наименование практической работы	Кол-во час
83.	Подсчет числа размещений.	2
84.	Подсчет числа сочетаний.	2
85.	Подсчет числа перестановок.	2
86.	Решение задач на перебор вариантов.	2
87.	Выполнение операций над случайными событиями.	2
88.	Вычисление вероятностей с помощью теоремы сложения.	2
89.	Вычисление вероятностей с помощью теоремы умножения.	2
90.	Составление закона распределения дискретной случайной величины и вычисление ее числовых характеристик.	2
91.	Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.	2
92.	Определение комплексного числа. Выполнение операций над комплексными числами в алгебраической форме.	2
93.	Выполнение операций над комплексными числами в тригонометрической форме.	2
94.	Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.	2

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Название практической работы: Действия над положительными и отрицательными числами, обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы

Цель работы: научиться выполнять действия с действительными числами, вычисления с использованием формул сокращённого умножения.

Результаты:

Формируемые элементы ПК (профессионально-ориентированное содержание):

ПК 1.2. ПК 2.3.

метапредметные:

МРП 01, МРП 02, МРП 03, МРП 05, МРП 12, МРП 13, МРП 21, МРК 11, МРР 02,

предметные:

ПРб 01, ПРб 02, ПРб 06, ПРy 05

знания:

умения:

Ход работы:

1. Задания

1. Результат упрощения выражения $\left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{4a}{1-a^2}\right) : \frac{1-a}{a} + \frac{1}{a+1}$ равен

A) 1 B) $\frac{2}{a+1}$ C) -1 D) $-\frac{2}{a+1}$ E) 2

Выражение $\left(\frac{x^2-5x}{x^2-10x+25} + \frac{25}{x^2-25}\right) \cdot \frac{x+5}{125-x^3}$ после упрощения примет вид

3. A) 1 B) $\frac{x}{x-5}$ C) $-\frac{1}{(x-5)^2}$ D) 4 E) $\frac{1}{x+5}$

Результат упрощения выражения $\frac{x\sqrt{x}-8y\sqrt{y}-6\sqrt{xy}(\sqrt{x}-2\sqrt{y})}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}$ имеет вид

4. A) $x-4y$ B) $4y-x$ C) $2\sqrt{y}-\sqrt{x}$ D) $2\sqrt{y}+\sqrt{x}$ E) $(2\sqrt{y}-\sqrt{x})^2$

Упростите выражение $\frac{8-a\sqrt{a}}{\sqrt{a}} \cdot \left(\frac{a+2\sqrt{a}+4}{2\sqrt{a}+a} \right)^{-1}$

5. A) $2-a$ B) $\sqrt{a}+2$ C) $1+\frac{2}{\sqrt{a}}$ D) $2-\sqrt{a}$ E) $4-a$

Результат упрощения выражения $\frac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}} \cdot \left(\frac{a+b}{ab} \right)^{-1} - b^{-2}$ равен

6. A) $a^{-1}+b^{-1}$ B) $b^{-1}(a^{-1}-b^{-1})$ C) a^{-2} D) ab E) $\frac{1}{a+b}$

Результат упрощения выражения $\frac{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}} + a \frac{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}}$ имеет вид

7. A) $1-a^2$ B) $a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{4}{3}}$ C) a^2-1 D) $a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}$ E) $(1-a)^2$

Упростив выражение $\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{5a^{\frac{3}{2}}+5ab^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}}b+b^{\frac{3}{2}}} + \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{5a+b}$, вычислите его значение при условии, что $\frac{b}{a}=3$

A) 2,5 B) 2 C) 1,5 D) 1 E) 0,5

8.

Сократив дробь $\frac{5m^2+6mn+n^2}{5m^2-4mn-n^2}$, вычислите его значение при $\frac{m}{n}=\frac{5}{7}$

9. A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

Вычислите значение дроби $\frac{5xz-2xy+yz}{x^2-3y^2-z^2}$ при условии, что $\frac{z}{y}=3$, $\frac{y}{x}=-1$

A) $\frac{10}{13}$ B) $\frac{10}{11}$ C) $\frac{13}{11}$ D) 1,2 E) $1\frac{3}{13}$

10.

Вычислить значение выражения

$$\frac{0,6^2 + 0,1^2 - 1,2 \cdot 0,1}{1,5 - 1,5^2}$$

2. Профессионально-ориентированные задания
3. Контрольные вопросы

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Простейшие задачи на проценты.

Цель работы: научиться решать основные задачи на проценты, вычислять сложные проценты.

Результаты (метапредметные): целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

Решите задачи.

1. В один стакан чая обычно кладут 2 чайные ложки сахара и считают такой чай сладким. Масса чая в стакане 200 г, масса сахара в одной чайной ложке 10 г. Какова концентрация сахара в чае?
2. Токарь и его ученик должны были за смену изготавливать 130 деталей. Рабочий перевыполнил план на 10%, а его ученик – на 20%, и они вместе изготовили 148 деталей. Сколько деталей каждый из них должен был изготавливать до повышения производительности труда?
3. На сколько процентов число 32 меньше числа 40?
4. После двукратного повышения цены на 25% стоимость банки сока составила 57 р. 50 к. Какова была ее исходная цена?
5. Телевизор стоил 10 000 р. В апреле он подорожал на 30%, а в декабре он подешевел на 40%. Сколько стал стоить телевизор в декабре?
6. Цену товара повысили на 30%, а через некоторое время снизили на 40%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена товара?
7. К 200 г 40%-ного раствора соли долили 300 г воды. Какой стала концентрация раствора соли?
8. Некоторое количество 15%-ного раствора соли смешали с таким же количеством 45%-ного раствора этой же соли. Какова концентрация получившегося раствора?
9. Имеется два сорта сливок – жирностью 10% и 20%. Их смешали в отношении 3:1. Какова жирность получившихся сливок?
10. Клиент банка внес 8000 р. на вклад с годовым доходом 5%. Какая сумма окажется у него на счету через 2 года, если он никаких сумм со счета не снимал и дополнительных вложений не делал?

Уровень Б.

1. Цена на сахар снизилась на 20%. На сколько процентов больше сахара, чем раньше, можно купить теперь на 100 руб.?
2. Некоторое количество 30%-ного раствора соли смешали с вдвое большим количеством 15%-ного раствора этой же соли. Какова концентрация получившегося раствора?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Выполнение приближенных вычислений. Вычисление абсолютной и относительной погрешностей вычисления, сравнение числовых выражений.

Цель работы: научиться вычислять абсолютную и относительную погрешность вычисления.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной); сравнение числовых выражений, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

В следующих заданиях принято: «точное» значение числа $\pi = 3,14159$; ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Уровень А

1. Округлите до десятитысячных

1) 2,3289654; 2) 3,6540345

2. Вычислите относительную погрешность

1) $\pi \approx 3,141$; 2) $g \approx 10 \text{ м/с}^2$

3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных.

1) 735 274; 2) 32 455 103

4. Вычислите с точностью до 0,01 значения выражений $x+y$, $x-y$, xy , $\frac{x}{y}$

1) $x=2,1$; $y=3,5$; 2) $x=6,18$; $y=2,24$.

5. Найдите относительную погрешность (в процентах) следующих измерений; проценты вычислите с точностью до 0,1.

1) $A = 240 \pm 1$.

2) Радиус Земли (в км): $R = 6380 \pm 1$.

Уровень Б

1. Округлите до десятитысячных

1) 2,32802654; 2) 123,7659012.

Вычислите относительную погрешность

1) $\pi \approx 3,1416$; 2) $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$

3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных.

1) 6,0054; 2) 0,000000011

4. Вычислите с точностью до 0,01 значения выражений $x+y$, $x-y$, xy , $\frac{x}{y}$

1) $x=26,4$; $y=17,3$; 2) $x=6,347$; $y=2,24$.

5. Найдите относительную погрешность (в процентах) следующих измерений; проценты вычислите с точностью до 0,1.

1) Скорость света (в км/с): $|c - 2,998 \cdot 10^5| < 100$

2) Диаметр Луны (в км): $d = 3476 \pm 1$

Уровень В

1. Округлите до десятитысячных

1) 2,3285554; 2) 0,0006754

2. Вычислите относительную погрешность

1) $\pi \approx 3,1416$; 2) $N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных.

1) $139,2 \cdot 10^{-3}$; 2) $7\,543 \cdot 10^{-5}$

4. Вычислите с точностью до 0,01 значения выражений $x+y$, $x-y$, xy , $\frac{x}{y}$
- 1) $x=2,13 \cdot 10^{-2}$; $y=3,51 \cdot 10^{-2}$; 2) $x=0,18 \cdot 10^{-3}$; $y=2,24 \cdot 10^{-2}$.
5. Найдите относительную погрешность (в процентах) следующих измерений; проценты вычислите с точностью до 0,1.
- 1) Масса Земли (в кг) $M= 5,976 \cdot 10^{24}$ (все цифры верные);
- 2) Диаметр Солнца (в км): $d = 1,392 \cdot 10^6$ (все цифры верные).
2. Ответьте на контрольные вопросы:
- 1) Как можно описать точность вычислений?
- Почему при вычислениях с приближенными значениями накапливается ошибка?
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Выполнение действий над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.

Цель работы: научиться выполнять действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А

1. Вычислите значения выражений:

1) $3 + 17i + \frac{2-i}{3}$; 4) $(i+1)^2$

2) $(3 + 17i)(\frac{2-i}{3})5$ $|2 - 14i|$

3) $(3 + 11i) / i$ 6) $(1 + i)^2 + \frac{-2+i}{2i}$.

2. Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения:

1) $z^2 + 1 = 0$; 2) $z^3 - 3z^2 + z - 3 = 0$; 3) $z^3 + 1 = 0$.

Уровень Б

1. Вычислите значения выражений:

1) $\frac{2-i}{5} + \frac{2+i}{10}$; 4) $(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})^4$;

2) $(\frac{2-i}{5})(\frac{2+i}{10})$ 5) $\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$

3) $(\frac{2-i}{5}) : (\frac{2+i}{10})$ 6) $\frac{1+iz}{1-iz}$, где $z = -2+3i$.

2. Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения:

1) $z^3 - 1 = 0$; 2) $z^3 - z^2 + 3z - 3 = 0$; 3) $z^4 - 1 = 0$.

Уровень В

1. Вычислите значения выражений:

1) $\frac{4-i}{5+i} - \frac{i}{1-i}$; 4) $(\sqrt{3}i + 1)^5$;

2) $(\frac{4-i}{5+i})(\frac{i}{1-i})$ 5) $(\sqrt{3}i + 1)^3$;

3) $(\frac{4-i}{5+i}) : (\frac{i}{1-i})$ 6) $\frac{2z^2+i}{1z+2}$, где $z = -2+i$.

2. Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения:

1) $z^3 + 5z^2 + 6z + 2 = 0$; 2) $z^4 - 4z^2 + 3 = 0$; 3) $z^5 - z^4 - z + 1 = 0$.

Ответьте на контрольные вопросы:

1) Что такое комплексное число и как выполняются арифметические действия с комплексными числами?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом

Цель работы: научиться решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения.

Уровень А.

1) $z^2 + 1 = 0$; 2) $z^3 - 3z^2 + z - 3 = 0$; 3) $z^3 + 1 = 0$; 4) $z^2 + 7z + 10 = 0$; 5) $z^2 - 11z + 9 = 0$.

Уровень Б.

1) $z^3 - 1 = 0$; 2) $z^3 - z^2 + 3z - 3 = 0$; 3) $z^4 - 1 = 0$; 4) $z^3 - 8 = 0$; 5) $z^3 + 8 = 0$.

Уровень В.

1) $z^3 + 5z^2 + 6z + 2 = 0$; 2) $z^4 + 4z^2 + 3 = 0$; 3) $z^5 - z^4 - z + 1 = 0$; 4) $z^4 + 8z + 7 = 0$;
5) $z^4 + 12z^2 + 32 = 0$.

Ответьте на контрольные вопросы:

- 1) Как производятся вычисления с комплексными числами?
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

Преобразования алгебраических выражений.

Цель работы: научиться выполнять преобразования над алгебраическими выражениями.

Результаты:

метапредметные:

Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

Виды деятельности: Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы. Определение равносильности выражений с радикалами. Решение иррациональных

уравнений. Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n -й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

I. Формулы сокращенного умножения

Самостоятельная работа.

1.

Результат упрощения выражения $\left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{4a}{1-a^2}\right) : \frac{1-a}{a} + \frac{1}{a+1}$ равен

A) 1 B) $\frac{2}{a+1}$ C) -1 D) $-\frac{2}{a+1}$ E) 2

2

Выражение $\left(\frac{x^2-5x}{x^2-10x+25} + \frac{25}{x^2-25}\right) \cdot \frac{x+5}{125-x^3}$ после упрощения примет вид

A) 1 B) $\frac{x}{x-5}$ C) $-\frac{1}{(x-5)^2}$ D) 4 E) $\frac{1}{x+5}$

3.

Результат упрощения выражения $\frac{x\sqrt{x}-8y\sqrt{y}-6\sqrt{xy}(\sqrt{x}-2\sqrt{y})}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}$ имеет вид

A) $x-4y$ B) $4y-x$ C) $2\sqrt{y}-\sqrt{x}$ D) $2\sqrt{y}+\sqrt{x}$ E) $(2\sqrt{y}-\sqrt{x})^2$

4.

Упростите выражение $\frac{8-a\sqrt{a}}{\sqrt{a}} \cdot \left(\frac{a+2\sqrt{a}+4}{2\sqrt{a}+a} \right)^{-1}$

A) $2-a$ B) $\sqrt{a}+2$ C) $1+\frac{2}{\sqrt{a}}$ D) $2-\sqrt{a}$ E) $4-a$

5.

Результат упрощения выражения $\frac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}} : \left(\frac{a+b}{ab} \right)^{-1} - b^{-2}$ равен

A) $a^{-1}+b^{-1}$ B) $b^{-1}(a^{-1}-b^{-1})$ C) a^{-2} D) ab E) $\frac{1}{a+b}$

6.

Результат упрощения выражения $\frac{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}} + a^{\frac{\frac{1}{3}}{2}-\frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}}}$ имеет вид

A) $1-a^2$ B) $a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{4}{3}}$ C) a^2-1 D) $a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}$ E) $(1-a)^2$

7.

Упростив выражение $\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{5a^{\frac{3}{2}}+5ab^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}}b+b^{\frac{3}{2}}} + \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{5a+b}$, вычислите его значение при условии, что $\frac{b}{a}=3$

A) 2,5 B) 2 C) 1,5 D) 1 E) 0,5

8.

Сократив дробь $\frac{5m^2+6mn+n^2}{5m^2-4mn-n^2}$, вычислите его значение при $\frac{m}{n}=\frac{5}{7}$

A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

9.

Вычислите значение дроби $\frac{5xz-2xy+yz}{x^2-3y^2-z^2}$ при условии, что $\frac{z}{y}=3$, $\frac{y}{x}=-1$

A) $-\frac{10}{13}$ B) $\frac{10}{11}$ C) $1\frac{3}{11}$ D) 1,2 E) $1\frac{3}{13}$

10.

Вычислить значение выражения

$$\frac{0,6^2+0,1^2-1,2 \cdot 0,1}{1,5-1,5^2}$$

Задание. Ответьте на вопросы:

1. Что называется алгебраическим выражением?

2. Какие алгебраические преобразования знаете?

3. Какие ещё тождественные преобразования используются для этого?

4.Сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

Вычисление и сравнение корней.

Цель работы: научиться вычислять и сравнивать корни.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания ;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Ознакомление с понятием корня n -й степени, свойствами радикалов и правилами сравнения корней. Формулирование определения корня и свойств корней. Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

Разберите решение следующих примеров:

- 1) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- 2) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2 \cdot \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$ и т.д.
- 3) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{9}}{3} = \sqrt[3]{9}$.
- 4) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} = \frac{(\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$.
- 5) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \cdot 2} = \sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[6]{8}$.
- 6) $\sqrt[3]{0,01 \cdot a^4 b^{10}} = \sqrt[3]{0,001 \cdot 10 \cdot a^3 \cdot a \cdot b^9 \cdot b} = \sqrt[3]{(0,1ab^3)^3 \cdot 10ab} = 0,1ab^3 \sqrt[3]{10ab}$.

Примеры на сравнение чисел, записанных с помощью радикалов:

- 1) $\sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{5}$, так как $x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt[n]{x_1} < \sqrt[n]{x_2}$.
- 2) $\sqrt[3]{3} > \sqrt[5]{3}$, так как $n < m, a > 1 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$.
- 3) $\sqrt[3]{0,3} < \sqrt[5]{0,3}$, так как $n < m, 0 < a < 1 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$.

Выполните самостоятельную работу:

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{0,04}$; е) $\sqrt{\frac{81}{121}}$;

б) $\sqrt{\frac{144}{169}}$; ж) $0,3^2$; в) $\sqrt{196}$; з) $(-0,3)^2$;

г) $\sqrt{\frac{16}{49}}$; и) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$;

д) $\sqrt{2,25}$; к) $\left(\frac{-4}{5}\right)^2$

2. Соединить линиями уравнения с соответствующими им корнями.

1) $x^2 = 0,81$ а) $x = 0$

2) $x^2 = 46$ б) $x = 16$

- 3) $\sqrt{x} = 9$ в) $x_1 = 0,9$ и $x_2 = -0,9$
 4) $x^2 - 5 = 0$ г) нет корней
 5) $x^2 + 16 = 0$ д) $x_1 = 4$ и $x_2 = -4$
 6) $\sqrt{x} = 0$ е) $x_1 = -\sqrt{46}$ и $x_2 = \sqrt{46}$
 7) $\frac{1}{2}x^2 = 8$ ж) $x_1 = \sqrt{5}$ и $x_2 = -\sqrt{5}$
 8) $\sqrt{x^2} + 9 = 53$ з) $x = 81$

3. Решите самостоятельно:

1 вариант	2 вариант
1. Вынесите множитель из-под знака корня: а) $\sqrt{72}$; б) $0,01\sqrt{800}$	1. Вынесите множитель из-под знака корня: а) $\sqrt{98}$; б) $0,021\sqrt{1200}$
2. Внесите множитель под знак корня: а) $3\sqrt{5a}$; б) $-10\sqrt{0,2}$	2. Внесите множитель под знак корня: а) $5\sqrt{2}$; б) $-20\sqrt{0,1}$
3. Сравните значения выражений: а) $\frac{1}{3}\sqrt{54}$ и 3; б) $4\sqrt{50}$ и $5\sqrt{32}$	3. Сравните значения выражений: а) $\frac{1}{4}\sqrt{48}$ и 2; б) $5\sqrt{27}$ и $3\sqrt{75}$

4) Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8}\sqrt[6]{64}$; 2) $\sqrt[5]{32} - 0,5\sqrt[3]{-216}$;
 3) $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}$; 4) $\sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{256}$;
 5) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016}$.

2 уровень.

- 1) Вычислите:

$$\begin{array}{ll} 1) \sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}}; & 2) \sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6}; \\ 3) \sqrt[4]{3^{12} \left(\frac{1}{3}\right)^8}; & 4) \sqrt[10]{4^{30} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}}. \end{array}$$

2) Найдите значение выражения:

$$1) \sqrt{\sqrt[3]{729}}; \quad 2) \sqrt[5]{\sqrt{1024}}; \quad 3) \sqrt[3]{\sqrt[3]{9}} \cdot \sqrt[9]{3^7}; \quad 4) \sqrt[4]{\sqrt[3]{25}} \cdot \sqrt[6]{5^5}.$$

3)

Упростить выражение:

$$\begin{array}{lll} 1) (\sqrt[3]{x})^6; & 2) (\sqrt[3]{y^2})^3; & 3) (\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b})^6; \\ 4) (\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b^3})^{12}; & 5) \left(\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^2 b}}\right)^6; & 6) \left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{27 a^3}}\right)^4. \end{array}$$

4)

Сравнить значения выражений:

$$1) \sqrt{3} + \sqrt[3]{30} \text{ и } \sqrt[3]{63}; \quad 2) \sqrt[3]{7} + \sqrt{15} \text{ и } \sqrt{10} + \sqrt[3]{28}.$$

5) Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} 1) \sqrt{9 + \sqrt{17}} \cdot \sqrt{9 - \sqrt{17}}; & 2) \left(\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}\right)^2; \\ 3) \left(\sqrt{5 + \sqrt{21}} + \sqrt{5 - \sqrt{21}}\right)^2. \end{array}$$

Ответьте на вопросы:

1. Как вынести числовой множитель из-под знака корня? 2. Как внести положительный (отрицательный) множитель под знак корня? 3. Как сравнивать значения выражений, содержащих корни? 4. Как сравнивать два квадратных корня? 4. В каких ситуациях используются преобразования с корнями?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

Преобразование выражений, содержащих радикалы.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащие радикалы.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности:

Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы. Выполнение расчетов по формулам, содержащим радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Определение равносильности выражений с радикалами.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

1) Вычислите

1) $\sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3}$; 2) $\sqrt[4]{11^4 \cdot 3^4}$; 3) $\sqrt[5]{(0,2)^5 \cdot 8^5}$; 4) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 21^7}$.

2.

Упростить выражение:

1) $(\sqrt[3]{x})^6$; 2) $(\sqrt[3]{y^2})^3$; 3) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b})^6$;
4) $(\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b^3})^{12}$; 5) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{a^2b}}\right)^6$; 6) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{27a^3}}\right)^4$.

3.

Выяснить, какое из чисел больше:

- 1) $3^{\sqrt{71}}$ или $3^{\sqrt{69}}$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ или $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$;
3) $4^{-\sqrt{3}}$ или $4^{-\sqrt{2}}$; 4) $2^{\sqrt{3}}$ или $2^{1,7}$;
5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4}$ или $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$; 6) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\pi}$ или $\left(\frac{1}{9}\right)^{3,14}$.

4.

Сравнить числа:

- 1) $0,88^{\frac{1}{6}}$ и $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$; 2) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}}$ и $0,41^{-\frac{1}{4}}$;
3) $4,09^{\sqrt{2}}$ и $\left(4\frac{3}{25}\right)^{\sqrt{2}}$; 4) $\left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}}$ и $\left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}$.

5) Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[4]{343}}{12\sqrt{7}}$; 3) $(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$.

2 уровень. 1) Вычислите:

- 1) $(\sqrt[6]{7^3})^2$; 2) $(\sqrt[6]{9})^{-3}$; 3) $(\sqrt[10]{32})^2$; 4) $(\sqrt[8]{16})^{-4}$.

2) Найдите значение выражения:

- 1) $2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}}$; 2) $3^{1+2\sqrt[3]{2}} : 9^{\sqrt[3]{2}}$;
3) $(5^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}}$; 4) $(5^{1-\sqrt{5}})^{1+\sqrt{5}} - (\sqrt{5})^0$.
1) $2^{1-2\sqrt{2}} \cdot 4^{\sqrt{2}}$; 2) $3^{2-3\sqrt{3}} \cdot 27^{\sqrt{3}}$;
3) $9^{1+\sqrt{3}} \cdot 3^{1-\sqrt{3}} \cdot 3^{-2-\sqrt{3}}$; 4) $4^{3+\sqrt{2}} \cdot 2^{1-\sqrt{2}} \cdot 2^{-4-\sqrt{2}}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8

Преобразование выражений, содержащих степени с рациональными показателями.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащих степени с рациональными показателями.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n -й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

1) Вычислите устно и запишите ответы:

$$1) 7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{3}{4}} \quad 2) 9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}} \quad 3) \left(16^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{9}{4}} \quad 4) 24^{\frac{2}{3}} \quad 5) \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$$

2) Вычислите:

$$1) 48^0, 10^{-2}, \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}, (0,3)^{-3}, (-1,2)^{-2}, \left(2\frac{1}{4}\right)^{-2};$$

$$2) \sqrt[3]{27}, \sqrt[4]{81}, \sqrt[5]{32}, \sqrt[6]{8^2}, \sqrt[8]{16^2}, \sqrt[3]{27^2};$$

$$3) 8^{\frac{1}{3}}, 27^{\frac{2}{3}}, 10000^{\frac{1}{4}}, 32^{\frac{2}{5}}, 32^{-\frac{3}{5}}, \left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

3) Найдите значение выражения:

$$1) \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}; \quad 2) (0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}};$$

$$3) 8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}}; \quad 4) \left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}.$$

Представить в виде степени с рациональным показателем:

$$1) a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}; \quad 2) b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}; \quad 3) \sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}};$$

$$4) a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a}; \quad 5) x^{1,7} \cdot x^{2,8} : \sqrt{x^5}; \quad 6) y^{-3,8} : y^{-2,3} \cdot \sqrt[3]{y}.$$

4.

5.

Сравнить числа:

$$1) 0,88^{\frac{1}{6}} \text{ и } \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}; \quad 2) \left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}} \text{ и } 0,41^{-\frac{1}{4}};$$

6.

Пользуясь тождеством $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, разложить на множители:

$$1) a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}; \quad 2) y^{\frac{2}{3}} - 1; \quad 3) a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}};$$

$$4) x - y; \quad 5) 4a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}; \quad 6) 0,01m^{\frac{1}{6}} - n^{\frac{1}{6}}.$$

2 уровень.

Вынести общий множитель за скобки:

$$1) x^{\frac{1}{2}} + x; \quad 2) (ab)^{\frac{1}{3}} + (ac)^{\frac{1}{3}}; \quad 3) y^{\frac{3}{4}} - y^{\frac{1}{3}}; \quad 4) 12xy^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}y.$$

Вычислить:

$$1) \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 810000^{0,25} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}; \quad 2) 27^{\frac{2}{3}} - (-2)^{-2} + \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}};$$

$$3) (0,001)^{-\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-1\frac{1}{3}}; \quad 4) (-0,5)^{-4} - 625^{0,25} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}}.$$

Упростить:

$$1) \frac{ab^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} - 1}; \quad 2) \frac{b}{a-b} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}.$$

Ответьте на вопросы:

- 1) Какое число является рациональным?
- 2) Какие свойства верны для степени с любым рациональным показателем и положительным основанием?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

Преобразование выражений, содержащих степени с действительными показателями.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащих степени с действительными показателями.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n -й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

Найти значение выражения:

- 1) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$ при $a = 0,09$; 2) $\sqrt{b} : \sqrt[6]{b}$ при $b = 27$;
 3) $\frac{\sqrt{b} \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}}$ при $b = 1,3$; 4) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[12]{a^5}$ при $a = 2,7$.

Разложить на множители, используя тождество $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ или $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$:

- 1) $a - x$; 2) $x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}$; 3) $a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$; 4) $27a + c^{\frac{1}{2}}$.

Вычислить:

- 1) $2^{\sqrt{5}} \cdot 2^{-\sqrt{5}}$; 2) $3^{2\sqrt{2}} : 9^{\sqrt{2}}$; 3) $(5^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$; 4) $((0,5)^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}}$.

Сократить дробь:

- 1) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\frac{1}{a^4} - \frac{1}{b^4}}$; 2) $\frac{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}{m + 2\sqrt{mn} + n}$; 3) $\frac{c - 2c^{\frac{1}{2}} + 1}{\sqrt{c} - 1}$.

Сравнить число с единицей:

- 1) 2^{-2} ; 2) $(0,013)^{-1}$; 3) $\left(\frac{2}{7}\right)^5$; 4) $27^{1,5}$;
 5) $2^{-\sqrt{5}}$; 6) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$; 7) $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2}$; 8) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{8}-3}$.

2 уровень.

Вычислить:

- 1) $\left(2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}\right) \sqrt[3]{6}$; 2) $\left(5^{\frac{1}{4}} : 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} : 5^{\frac{3}{4}}\right) \sqrt[4]{1000}$.

Сравнить числа:

- 1) $\sqrt[3]{10}$ и $\sqrt[5]{20}$; 2) $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt[3]{7}$; 3) $\sqrt{17}$ и $\sqrt[3]{28}$; 4) $\sqrt[4]{13}$ и $\sqrt[5]{23}$.

Упростить выражение:

- 1) $x^{-2\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{x^{-\sqrt{2}}-1}\right)^{\sqrt{2}+1}$; 2) $\left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}}$.

Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; 2) $\frac{\sqrt{5}}{5+\sqrt{10}}$; 3) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$; 4) $\frac{2}{\sqrt[4]{27}}$; 5) $\frac{3}{\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{2}}$;

Сократить дробь:

1) $\frac{y-16y^{\frac{1}{2}}}{5y^{\frac{1}{4}}+20}$; 2) $\frac{a^{\frac{4}{5}}-b^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{2}{5}}-b^{\frac{2}{5}}}$.

Ответьте на вопросы:

- 1) Какое число является действительным?
- 2) При каких условиях степени с действительным показателем сохраняют все известные свойства с рациональным показателем?
- 3) Когда выражение 0^x не имеет смысла?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

Вычисление и сравнение степенных выражений.

Цель работы: научиться вычислять и сравнивать степенные выражения.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Решение показательных уравнений. Ознакомление с применением корней и степеней при вычислении средних, делении отрезка в «золотом сечении». Решение прикладных задач на сложные проценты.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

Вычислите:

1 Вычислить:

1) $\frac{15^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{7}{3}}}{5^{-\frac{1}{3}}}$; 2) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + 4 \cdot 379^0$; 3) $\left(\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right) : \sqrt[3]{2}$.

2 Упростить выражение: 1) $\sqrt[3]{\frac{ab^2}{c}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^5b}{c^2}}$; 2) $\frac{a^{-3} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}}$.

3 Сократить дробь $\frac{a - 9a^{\frac{1}{2}}}{7a^{\frac{1}{4}} + 21}$.

4 Сравнить числа $\sqrt[5]{\left(\frac{2}{9}\right)^3}$ и $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{4}\right)^3}$.

5 Упростить выражение $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^2 - (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$.

2 уровень. 1) Вычислите:

$$\begin{array}{ll} 1) \sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}}; & 2) \sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6}; \\ 3) \sqrt[4]{3^{12} \left(\frac{1}{3}\right)^8}; & 4) \sqrt[10]{4^{30} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}}. \end{array}$$

Сравнить числа: 1) $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[3]{3}$; 2) $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt[4]{7}$.

Расположить числа в порядке возрастания:

$$1) 1^{3,75}, 2^{-1}, \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}; \quad 2) 98^0, \left(\frac{3}{7}\right)^{-1}, 32^{\frac{1}{5}}.$$

Сравнить значения выражений:

$$\begin{array}{ll} 1) 3,1^7 \text{ и } 4,3^7; & 2) \left(\frac{10}{11}\right)^3 \text{ и } \left(\frac{12}{11}\right)^3; \\ 3) 0,3^8 \text{ и } 0,2^8; & 4) 2,5^2 \text{ и } 2,6^2; \\ 5) \left(\frac{7}{9}\right)^{-2} \text{ и } \left(\frac{8}{10}\right)^{-2}; & 6) \left(\frac{14}{15}\right)^{-6} \text{ и } \left(\frac{15}{16}\right)^{-6}; \\ 7) (4\sqrt{3})^{-3} \text{ и } (3\sqrt{4})^{-3}; & 8) (2\sqrt[3]{6})^{-5} \text{ и } (6\sqrt[3]{2})^{-5}. \end{array}$$

5. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{10^{2+\sqrt{7}}}{2^{2+\sqrt{7}} \cdot 5^{1+\sqrt{7}}}; & 2) \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}}; \\ 3) (25^{1+\sqrt{2}} - 5^{2\sqrt{2}}) \cdot 5^{-1-2\sqrt{2}}; & 4) (2^{2\sqrt{3}} - 4^{\sqrt{3}-1}) \cdot 2^{-2\sqrt{3}}. \end{array}$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11

Вычисление и сравнение логарифмов.

Цель работы: научиться вычислять и сравнивать логарифмы.

Результаты:

метапредметные:

Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать

разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов. Построение графиков степенных и логарифмических функций. Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам. Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

Самостоятельная работа.

1. Сравните числа

а) $\log_2 0,5$ и $\log_2 0,4$; б) $\log 9$ и $\log 17$.

2. Найдите значение выражения:

а) $\log_2 24 + \log_2 6$. б) $\log_{\sqrt{3}} 81 = \text{в)} \log_{0,25} \sqrt[6]{4} = \text{г)} (3\log_7 2 - \log_7 24) : (\log_7 3 - \log_7 9)$.

3. Вычислить:

1. $\log_6 4 + \log_6 9$.

2. $\log_2 48 - \log_2 3$.

3. $\log_3 135 - \log_3 5$.

4. Вычислить $\log_a \sqrt{ab}$, если $\log_a b = 7$

5. Упростить выражение

$$\frac{3 \lg 4 + \lg \frac{1}{2}}{\lg 7 - \lg 14}$$

6. Найти значение выражения:

$$3^{\log_3 14 - \log_3 7} + \log_{\sqrt{3}} 27$$

7.

Вычислить (не используя микрокалькулятор):

$$1) \frac{\log_5 2}{\log_5 6} + \frac{\log_4 3}{\log_4 6}; \quad 2) \left(\log_7 2 + \frac{1}{\log_5 7} \right) \lg 7; \quad 3) \frac{2 \log_2 3}{\log_4 9}.$$

8.

Вычислить:

$$1) \frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}; \quad 2) \frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150};$$
$$3) \frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2}; \quad 4) \frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27}.$$

2 уровень:

Сравнить числа:

$$1) \log_3 \frac{6}{5} \text{ и } \log_3 \frac{5}{6}; \quad 2) \log_{\frac{1}{3}} 9 \text{ и } \log_{\frac{1}{3}} 17;$$
$$3) \log_{\frac{1}{2}} e \text{ и } \log_{\frac{1}{2}} \pi; \quad 4) \log_2 \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ и } \log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Вычислить:

$$1) 36^{\log_6 5} + 10^{1 - \log_{10} 2} - 8^{\log_2 3};$$
$$2) \left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2};$$
$$3) 16^{1 + \log_4 5} + 4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_8 5};$$
$$4) 72 \cdot \left(49^{\frac{1}{2} \log_7 9 - \log_7 6} + 5^{-\log_{\sqrt{5}} 4} \right).$$

7. Ответьте на контрольные вопросы.

По каким признакам можно сравнить два логарифма? На какие элементы логарифма обращаем внимание при их сравнении? Какими формулами вы воспользуетесь при решении?

8. Сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12

Применение основного логарифмического тождества.

Цель работы: научиться применять основное логарифмическое тождество.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

1) Вычислите:

$$1) 3^{\log_3 18}; \quad 2) 5^{\log_5 16}; \quad 3) 10^{\log_{10} 2}; \quad 4) \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 6}.$$

1) $3^{5 \log_3 2}$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{6 \log_{\frac{1}{2}} 2}$; 3) $0,3^{2 \log_{0,3} 6}$; 4) $7^{\frac{1}{2} \log_7 9}$.

2. Найдите значения выражений:

1. $\frac{25^{\log_5 2} + 1}{49^{\log_7 4}}$; 2) $\frac{16^{0,5 \log_4 10}}{10^{\lg 4} + 1}$;

3) $\log_2 12 + \log_2 \frac{5}{3} + \log_2 \frac{4}{5}$; 4) $3^{2 - \log_3 5} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 5}$.

Тест № 1

1.

Вычислите: $5^{\log_5 3} \cdot 100^{-\log_{0,1} \sqrt{6}}$

А) 9 Б) $8\sqrt{6}$ в) 18 г) $3\sqrt{6}$ д) 27

2. Найдите значение выражения:

$$\frac{2}{5} (\log_3 81 + 16^{\log_2 3})^{\log_{85} 25}$$

А) 5 Б) 15 в) 20 г) 25 д) 10

3. Используя определение и свойства логарифмов, найдите значение выражения:

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{\log_2 32 + 27^{\log_3 4}}^{\log_{69} 14}.$$

А) 9 Б) 3 в) 4 г) 5 д) 6

2 уровень.

1) Упростите выражения, пользуясь основным логарифмическим тождеством:

а) $5^{1 + \log_5 3}$; б) $10^{1 - \lg 2}$; в) $4^{2 \log_4 3}$.

Вычислите: а) $\left(5^{\log_5 4} 7\right)^4$; б) $\left(13^{\log_4 11}\right)^{\log_{13} 4}$;

в) $16^{\frac{1}{4} \log_2 15}$; г) $4^{2 - \log_2 7}$; д) $\left(8^{\log_8 6}\right)^2$ е) $\sqrt{9^{\log_9 2} + 2^{\log_2 5} + 3^{\log_3 74}}$ ж) $\left(8^{\log_8 3} 11\right)^3$

з) $\sqrt{8^{\log_8 2} + 5^{\log_5 6} + 7^{\log_7 41}}$

Ответьте на вопросы:

1) Чем является логарифм?

2) Запишите определение логарифма символически.

3) Формула основного логарифмического тождества.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13

Применение основных правил логарифмирования.

Цель работы: научиться применять основные правила логарифмирования.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Вычислите: а) $\lg 8 + \lg 125 =$ б) $\lg 13 - \lg 130 =$ в) $\frac{\lg 8 + \lg 18}{2 \lg 2 + \lg 3} =$

г) $\log_5 25 + \log_3 81 =$ д) $\log_3 81 + \log_2 16$ е) $\log_5 50 - \log_5 2$ ж) $\log_{42} \frac{1}{6} + \log_{42} \frac{1}{7}$

2. Найдите значение выражения $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$

3. Вычислить: $\log_{0,2} \frac{1}{125}$ $\log_9 243 = 2 \log_6 3 + \log_6 4 = \log_2 8 + \log_4 8 =$

Ответы (в беспорядке): 2; 2,5; 4,5; 3.

4. Вычислите, применяя свойства логарифмов:

- 1) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$;
- 2) $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$;
- 3) $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$;
- 4) $2 \log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 400 + 3 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$.

5. Выполните преобразование выражений:

1) $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$; 2) $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$; 3) $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$; 4) $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$.

6.

Найти x по данному его логарифму ($a > 0$, $b > 0$)

- 1) $\log_3 x = 4 \log_3 a + 7 \log_3 b$;
- 2) $\log_5 x = 2 \log_5 a - 3 \log_5 b$;
- 3) $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5} \log_{\frac{1}{2}} b$;
- 4) $\log_{\frac{2}{3}} x = \frac{1}{4} \log_{\frac{2}{3}} a + \frac{4}{7} \log_{\frac{2}{3}} b$.

7. Разберите решение примеров:

Примеры перехода к новому основанию логарифма:

1) $\log_4 11 = \frac{\log_2 11}{\log_2 4} = \frac{\log_2 11}{2}$;

$$2) \log_5 81 = \frac{\log_3 81}{\log_3 5} = \frac{4}{\log_3 5};$$

Перейти можно к любому новому основанию (положительному и отличному от единицы).

Упростить выражения:

$$a) \log_3 64 + \log_9 64 + \log_{27} 69;$$

$$б) 9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4;$$

$$в) 2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2.$$

$$\text{Ответ. 1) } 2 \log_5 6, 2) 11 \log_3 2, 3) 3 \log_3 2;$$

2 уровень.

7. Разберите решение примера:

$$2^{\log_{\sqrt{2}} 2,5} - 7^{\log_{343} (7,25)^3} + 3^{4 \log_9 2,5}$$

Упростим все показатели степеней: наша задача привести их к логарифмам, в основании которых стоит то же число, что и в основании степени.

$$\log_{\sqrt{2}} 2,5 = \frac{\log_2 2,5}{2^{\frac{1}{2}}} = (\text{по свойству}) 2 \log_2 2,5 = (\text{по свойству}) \log_2 2,5^2 = \log_2 6,25$$

$$\log_{343} (7,25)^3 = \log_{7^3} (7,25)^3 = \frac{1}{3} \log_7 (7,25)^3 = \frac{3}{3} \log_7 (7,25) = \log_7 (7,25)$$

$$4 \log_9 2,5 = 4 \log_{3^2} 2,5 = \frac{4}{2} \log_3 2,5 = 2 \log_3 2,5 = \log_3 2,5^2 = \log_3 6,25$$

Подставим показатели, которые у нас получились в исходное выражение.

Получим:

$$2^{\log_2 6,25} - 7^{\log_7 (7,25)} + 3^{\log_3 6,25} = 6,25 - 7,25 + 6,25 = 5,25$$

Вычислить:

$$1) \frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72};$$

$$2) \frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150};$$

$$3) \frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2};$$

$$4) \frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27}.$$

2. Для усвоения материала предлагается тест с кодированными ответами. В результате правильного выполнения, которого получается фамилия шотландского математика

I вариант	II вариант
Вычислите:	Вычислите:
1. $\frac{\ln 128}{\ln 4}$	1. $\frac{\ln 125}{\ln 5}$
P-124, E-32, П -ln124, H-3,5	P-75, H-3, E-35, П- ln25
2. $\log_5 \log_7 7 - \log_7 \frac{1}{7}$	2. $\log_7 \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{11}} 11$
P-1/7, E-1, П-1, H-6	P-1/11, H-1, E-1, П-10
3. $27^{\log_3(2)}$	3. $8^{\log_2 4}$
P-81, E-54, П-8, H-29	P-16, H-32, E-12, П-64
4. $\frac{\log_3 8 + \log_3 2}{\log_2 36 - \log_2 9}$	4. $\frac{\log_3 16 + \log_3 4}{\log_3 24 - \log_3 6}$
P-8/9, E- log ₃ 4, П-10/27, H-4	P-log ₃ 16, H-10/9, E-3, П-10/3
5. $\log_2 x - \log_2 7 = \frac{2}{3} \log_4 125$	5. $\log_3 x - \log_3 5 = \frac{2}{5} \log_9 32$
P-35, E-125/7, П-63, H-(5+log ₂ 7)	P-10, H-32/5, E-(2+log ₃ 5), П-20

Упростить выражения:

a) $\log_3 64 + \log_9 64 + \log_{27} 69;$

б) $9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4;$

в) $2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2$.

Ответ. а) $11 \log_3 2$; б) $3 \log_3 2$; в) $2 \log_5 6$.

Ответьте на вопросы: 1) Какие основные правила логарифмирования использованы в примере №7?

2) Формулы перехода к новому основанию логарифма:.....

3) Как фамилия шотландского математика, составившего таблицы логарифмов?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14

Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащие степени и логарифмы.

метапредметные:

Результаты: владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Задача. Найти значения выражений:

1) $\log_6 270 - \log_6 7,5$ 2) $\log_5 775 - \log_5 6,2$

3) $7^9 \cdot 3^{11} : 21^8$, 4) $24^7 : 3^6 : 16^5$, 5) $30^6 : 6^5 : 25^2$.

6) $5 \cdot 49^{\log_7 3}$; $3^{\log_3 11} + 2^{\log_8 125}$; $\frac{33}{5^{\log_{25} 121}}$

2. Вычислить: а) $\lg 8 + \lg 125$; б) $\log_2 7 - \log_2 7/16$ в) $\log_3 16 / \log_3 4$.
г) $81^{\log_{27} 5 \log_5 4}$ д) $(8^{\log_2 3} + 3^{1/\log_2 3}) - \log_{0,2} 5$.

3. Вычислите: а) 2^{-1} ; б) $27^{\frac{1}{3}}$; в) $\left(\left(\frac{125}{8} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}}$; г) $\frac{25 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{-2}}{625 \cdot 5^{-3}}$

д) $\frac{a^{-9}}{a^{-2} \cdot a^{-5}}$ при $a = \frac{1}{2}$

Самопроверка:

1. Найдите: а) $\log_1 \frac{1}{32}$; б) $\log_{49} 7$.

2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+\log_3 2}$.

3. Прологарифмируйте по основанию 2 выражение $16b^7 \cdot \sqrt[5]{c}$ ($c > 0$, $b > 0$).

4. Найдите x , если $\log_3 x = 2\log_3 7 + \frac{2}{3}\log_3 27 - \frac{3}{2}\log_3 16$.

2 уровень.

1. Вычислить значение выражения:

$$\log_5 (90) - \log_4 (18) \cdot \log_7 (4) \cdot \log_5 (7);$$

2. Вычислить: а) 1^{-7} ; б) $27^{\frac{2}{3}}$; в) $9 \cdot 0,027^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$; г) $48^{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{5}}$.

д) $\frac{a^3 \cdot a^{-7}}{a^{-2}}$ при $a=2$

3. Вычислите: а) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; б) $125^{\frac{2}{3}}$; в) $4^{-2} \cdot \left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$; г) $\frac{12^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{9}{4}}}{4^{-\frac{1}{4}}}$

д) $\frac{x^6}{(x^3)^3}$ при $a=2$

Самопроверка:

1. Найдите: а) $\log_5 \frac{1}{25}$; б) $\log_{64} 8$.

2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $2^{1+\log_2 5}$.

3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{c^4}{\sqrt[3]{100b^4}}$ ($c > 0$, $b > 0$) .

4. Найдите x , если $\log_2 x = 2\log_2 5 - \frac{1}{3}\log_2 8 + \log_2 0,2$.

Ответьте на вопросы: а) Дайте определение логарифма числа. б) Дайте определение степени числа.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №15

Исследование свойств линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-рациональной функций

Цель: научиться исследовать линейную, квадратичную, кусочно-линейную и дробно-рациональную функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Ознакомление с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго и третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Провести полное исследование функции и построить ее график

I. 1) $y = x + 4$; 2) $y = 5 - 2x$; 3) $y = 2 - \frac{1}{2}(x - 1)$; 4) $y = (x + 1)^2 - x^2$; 5) $y = |2x - 3|$; 6) $y = \frac{1}{x+2}$; 7) $y = 2 - \frac{1}{x}$; 8) $y = \frac{x}{x-3}$; 9) $y = x^2 - 3$; 10) $y = 2x - x^2$; 11) $y = 6 - 7x - x^2$;

II. 1) $y = 3x + 2$; $x \in [-1; 3]$; 2) $y = \frac{x^2+x-2}{x-1}$; 3) $y = 3x - |2x + 4|$; 4) $y = \frac{2}{x}$, $|x| \leq 4$; 5) $y = \frac{|x+1|}{2x-5}$; 6) $y = \frac{2x^2}{3-x} + 2x$; 7) $y = x^2 + 2x$, $x \in [-2; 1]$; 8) $y = x^2 - 6x + 1$, $x \in [0; 4]$;

III. 1) $y = \begin{cases} 2x + 1 & \text{при } x \geq -1, \\ -x - 2 & \text{при } x < -1; \end{cases}$ 2) $y = |5x - 3| - |x + 1|$; 3) $y = |x| + |x + 2| + |x - 3|$; 4) $y = \left|1 - \frac{1}{x}\right|$, $|x| \geq 2$; 5) $y = \frac{1}{1-\frac{5}{x}}$; 6) $y = |x^2 - 9|$; 7) $y = 2x^2 + |x| - 3$;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

Нахождение области определения и области значения функции

Цель: научиться находить область определения и область значения функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Нахождение области определения и области значений функции. Построение и чтение графиков функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{3x - 2}{5x + 3}$; в) $y = \frac{5 + 6x}{2x - 4}$;

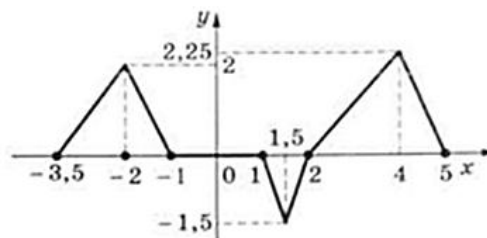
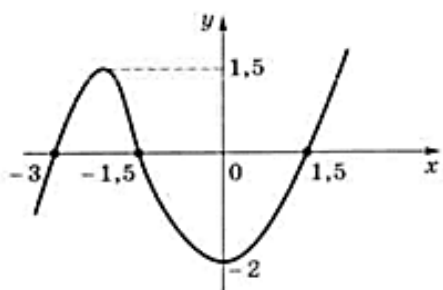
б) $y = \frac{6}{x^2 - 16}$; г) $y = \frac{7}{25 - x^2}$.

Постройте график заданной функции, найдите область определения и область значений функции:

а) $y = x^2 + 2$; в) $y = \sqrt{x}$;

б) $y = 3 - 2x^2$; г) $y = \sqrt{x - 3}$;

Дан график функции $y = f(x)$. Определите по графику: а) область определения функции; б) множество значений функции;



Найти область определения функции:

I. 1) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$; 2) $f(x) = \frac{2}{x^2 - 4}$; 3) $f(x) = \sqrt{2 - x}$; 4) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 2}$;

II. 1) $f(x) = \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + x - 2}}$; 2) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$; 4) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$;

III. 1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2 + x - 1}}$; 2) $f(x) = \frac{2}{1 + \frac{1}{x+1}}$; 3) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 2} + \frac{2x^2 - 4}{\sqrt{10 - 2x}}$;

Найти значения функции при указанных значениях x :

1) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$, $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$; 2) $f(x) = \frac{x - 3}{2x - 5}$, $x = -3$, $x = t + 1$;

3) $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0, \end{cases}$ в точках -2 ; $-\frac{1}{3}$; 0 ; 5 ;

Найти область значения функции:

1) $y = \frac{x}{x - 3}$; 2) $y = 2 + \frac{4}{x - 3}$; 3) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$; 4) $f(x) = \frac{2}{x^2 - 4}$;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17

Исследование свойств функции: монотонность, четность, ограниченность, периодичность.

Цель: научиться исследовать функцию на монотонность, четность, ограниченность, периодичность.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Построение и чтение графиков функций. Составление видов функций по данному условию, решение задач на экстремум.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Исследовать на четность функции:

1) $y=5x$; 2) $y=\frac{1}{x^2}$; 3) $f(x) = x^4 - x^2 + 1$; 4) $y=x + \frac{1}{x}$; 5) $f(x) = |x|$; 6) $y = (x^3 - 7)x$; 7) $y = \sqrt{2x^2} + 6x$; 8) $y=\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$; 9) $y=\frac{x}{x^2+1}$; 10) $f(x) = x^2 - |1 - x|$; 11) $f(x) = \frac{x}{x^3+x}$; 12) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$; 13) $f(x) = \begin{cases} x & \text{при } x \neq 0, \\ 1 & \text{при } x = 0; \end{cases}$

Исследуйте функции на монотонность:

1. а) $y = 2x^3 - 3$; в) $y = \frac{2}{3} - x^3$;
2. а) $y = x^2 + 2x + 1, x \geq -1$; в) $y = -x^2 + 6x - 12, x \geq 3$;
б) $y = \frac{1}{x+2}, x < -2$; г) $y = \frac{-2}{x+5}, x > -5$.

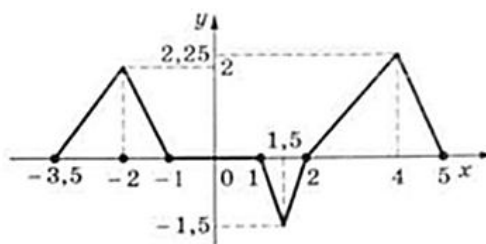
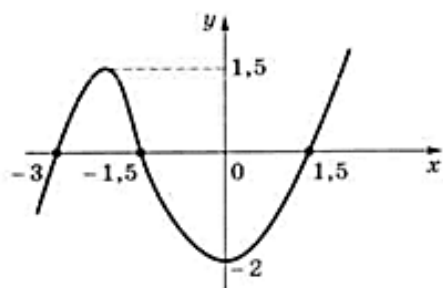
Исследуйте функции на ограниченность:

1. а) $y = x^2 - 8x + 1$; б) $y = -2x^2 - 6x + 15$;
в) $y = \frac{2x - 4}{x}, x > 0$; г) $y = \frac{5 - 2x}{1 - x}, x < 1$.
2. а) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$; б) $y = \sqrt{-2x^2 + 8x + 9}$;
в) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 1}{5}}$; г) $y = \sqrt{\frac{5}{2x^2 - 4x + 2}}$.

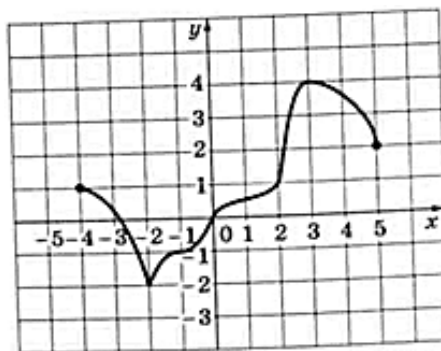
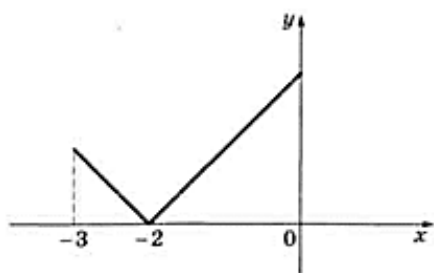
Построить график и выяснить, является ли ограниченной функция:

$$1) y = \begin{cases} 2x - x^2 & \text{при } x \leq 1, \\ 2 - x & \text{при } x > 1; \end{cases} \quad 2) y = \begin{cases} x^2 + 2x + 2 & \text{при } x < 1, \\ \sqrt{x} & \text{при } x \geq 1. \end{cases}$$

Дан график функции $y = f(x)$. Определите по графику: а) промежутки монотонности; б) нули функции; в) промежутки знакопостоянства; г) симметрию графика.



Достройте график функции так, чтобы она была периодической:



Дан график функции f . Определите по графику: промежутки монотонности и точки экстремума

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

Построение графика степенной функции.

Цель: научиться строить график степенной функции

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать

разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

- владение стандартными приемами решения степенных уравнений и неравенств;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Использование свойств функций для сравнения значений степеней. Построение графиков степенных функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Найти область определения степенной функции:

$$1) y = \sqrt{x+2}; \quad 2) y = \sqrt{5-2x}; \quad 3) y = -2x^{\frac{2}{3}}; \quad 4) y = 3(x-1)^{-\frac{1}{4}}$$

Построить графики функций:

$$1) y = x^2; \quad 2) y = x^3; \quad 3) y = x^{-2}; \quad 4) y = x^{\frac{1}{2}}$$

Изобразить схематически график функции и указать её область определения и множество значений; выяснить, является ли функция ограниченной сверху (снизу):

$$\begin{array}{lll} 1) y = x^6; & 2) y = x^5; & 3) y = x^7; \\ 4) y = x^{-2}; & 5) y = x^{-3}; & 6) y = x^6. \end{array}$$

Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

1) $y = x^4$, $x \in [-1; 2]$; 2) $y = x^7$, $x \in [-2; 3]$;

3) $y = x^{-1}$, $x \in [-3; -1]$; 4) $y = x^{-2}$, $x \in [1; 4]$.

Постройте и сравните графики функций:

а) $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = x^{\frac{1}{3}}$; б) $y = \sqrt[4]{x}$ и $y = x^{\frac{1}{4}}$.

Известно, что $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$. Вычислите:

а) $f(4)$; б) $f\left(\frac{1}{9}\right)$; в) $f(0)$; г) $f(0,01)$.

Известно, что $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$. Вычислите:

а) $f(1)$; б) $f(8)$; в) $f\left(\frac{1}{8}\right)$; г) $f(0)$.

Сравнить значения выражений:

1) $3,1^7$ и $4,3^7$; 2) $\left(\frac{10}{11}\right)^3$ и $\left(\frac{12}{11}\right)^3$;

3) $0,3^8$ и $0,2^8$; 4) $2,5^2$ и $2,6^2$;

5) $\left(\frac{7}{9}\right)^{-2}$ и $\left(\frac{8}{10}\right)^{-2}$; 6) $\left(\frac{14}{15}\right)^{-6}$ и $\left(\frac{15}{16}\right)^{-6}$;

7) $(4\sqrt{3})^{-3}$ и $(3\sqrt{4})^{-3}$; 8) $(2\sqrt[3]{6})^{-5}$ и $(6\sqrt[3]{2})^{-5}$.

Постройте графики функций:

1) $y = 2\sqrt{x}$; 2) $y = \sqrt{4-x}$; 3) $y = -x^4 + 2$;

Решите графически уравнение:

а) $x^{\frac{1}{2}} = 6 - x$; в) $x^{\frac{1}{4}} = x^3$;

б) $x^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^2}$; г) $x^{\frac{2}{3}} = x - 4$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19

Построение графика показательной функции.

Цель: научиться строить график показательной функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение стандартными приемами решения показательных уравнений и неравенств;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Построение графиков показательных функций. Решение показательных уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Среди заданных функций укажите те, которые являются показательными:

а) $y = 3^x$; б) $y = x^3$; в) $y = x^{\frac{5}{3}}$; г) $y = (\sqrt{3})^x$.

Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = 2^x$ принимает заданное значение:

а) 16; б) $8\sqrt{2}$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{1}{32\sqrt{2}}$.

Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ принимает заданное значение:

а) $\frac{1}{25}$; б) 125; в) $\frac{1}{25\sqrt{5}}$; г) $625\sqrt{5}$.

Найти область определения показательной функции:

1) $y = \sqrt{2^x - 8}$; 2) $y = \frac{3}{2^x - 8}$; 3) $y = \frac{1}{9^x - 3^{x+1}}$;

Определите характер монотонности показательной функции, заданной на всей числовой оси:

I. 1) $y = 5^{x-3}$; 2) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$; 3) $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$; 4) $y = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x$;

II. 1) $y = 3^{-x}$; 2) $y = -2 \cdot 5^{-x}$; 3) $y = 4^{2-x}$; 4) $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{1-x}$;

Построить графики функций:

1) $y = 2^x$; 2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 3) $y = 3^{-x}$; 4) $y = 3^{\frac{1}{x}}$

Постройте график функции:

а) $y = 2^x + 1$;

в) $y = 4^x - 1$;

б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$;

г) $y = (0,1)^x + 2$.

а) $y = 5^{x+1}$;

в) $y = 3^{x-2}$;

б) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2}$;

г) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+0,5}$.

Схематично изобразите график показательной функции:

а) $y = (\sqrt{2})^x$; б) $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$; в) $y = (\sqrt{7})^x$; г) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^x$.

Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & \text{если } x < 0, \\ \sqrt{x} + 1, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

а) Вычислите $f(-5)$; $f(-2,5)$; $f(0)$; $f(4)$; $f(1,69)$;

б) постройте график функции $y = f(x)$;

в) прочитайте график функции.

Найдите область значений функции:

а) $y = 3 \cdot 2^x$;

в) $y = \frac{1}{2} \cdot 7^x$;

б) $y = 14 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

г) $y = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Сравните числа: 1) 3^{400} и 4^{300} ; 2) 4^{500} и 5^{400} 3) $\sqrt[6]{24}$ и $\sqrt[3]{5}$; 4) $\sqrt[8]{10}$ и $\sqrt[4]{3}$;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20

Построение графика логарифмической функции.

Цель: научиться строить график логарифмической функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Использование свойств функций для сравнения значений логарифмов. Построение графиков логарифмических функций. Решение логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Найдите значение логарифмической функции $y = \log_2 x$ в указанных точках:

а) $x_1 = 4, x_2 = 8, x_3 = 16$; в) $x_1 = \frac{1}{8}, x_2 = \frac{1}{32}, x_3 = \frac{1}{128}$;

б) $x_1 = \frac{2}{\sqrt{8}}, x_2 = \frac{4}{\sqrt{2}}$; г) $x_1 = \sqrt{32}, x_2 = 16\sqrt{128}$.

Постройте (схематично) график функции:

а) $y = \log_{\sqrt{3}} x$;

в) $y = \lg x$;

б) $y = \log_{\frac{1}{\pi}} x$;

г) $y = \log_{0,2} x$.

Постройте графики функций:

1. а) $y = 2 + \log_3 x$;

в) $y = -3 + \log_4 x$;

б) $y = -1 + \log_{\frac{1}{2}} x$;

г) $y = 0,5 + \log_{0,1} x$.

2. а) $y = 3 \log_4 x$;

в) $y = 5 \log_8 x$;

б) $y = 2 \log_{\frac{1}{3}} x$;

г) $y = \frac{1}{2} \log_{0,5} x$.

а) $y = -2 \log_7 x$;

в) $y = -0,5 \log_2 x$;

3. а) $y = \log_2 (x + 4)$;

в) $y = \log_5 (x - 1)$;

б) $y = \log_{\frac{1}{5}} (x - 3)$;

г) $y = \log_{0,3} (x + 5)$.

4.

Сравните числа:

- а) $\log_4 7$ и $\log_4 23$; в) $\log_9 \sqrt{15}$ и $\log_9 13$;
б) $\log_{\frac{2}{3}} 0,8$ и $\log_{\frac{2}{3}} 1$; г) $\log_{\frac{1}{12}} \frac{1}{7}$ и $\log_{\frac{1}{12}} \frac{2}{3}$.

Сравните с единицей число:

- а) $\log_3 41$; б) $\log_{2,3} 0,1$; в) $\log_{\frac{1}{7}} 2,6$; г) $\log_{\sqrt{7}} 0,4$.

Расположите числа в порядке возрастания:

- а) $\log_2 0,7$; $\log_2 2,6$; $\log_2 0,1$; $\log_2 \frac{1}{6}$; $\log_2 3,7$;
б) $\log_{0,3} 17$; $\log_{0,3} 2,7$; $\log_{0,3} \frac{1}{2}$; $\log_{0,3} 3$; $\log_{0,3} \frac{2}{3}$.

Сравните числа:

- а) $\log_3 4$ и $\sqrt[3]{9}$; в) $\log_2 5$ и $\sqrt[3]{7}$;
б) $\log_{0,5} 3$ и $\sin 3$; г) $\lg 0,2$ и $\cos 0,2$.

Найдите область определения функции:

- а) $y = \log_6 (4x - 1)$; в) $y = \log_9 (8x + 9)$;
б) $y = \log_{\frac{1}{9}} (7 - 2x)$; г) $y = \log_{0,3} (2 - 3x)$.

Решите графически неравенство:

- а) $\log_2 x \geq -x + 1$; в) $\log_9 x \leq -x + 1$;
б) $\log_{\frac{3}{7}} x > 4x - 4$; г) $\log_{\frac{1}{3}} x < 2x - 2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 21

Преобразование графиков: параллельный перенос, симметрия, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Цель: научиться преобразовывать графики функций с помощью параллельного переноса, симметрии, растяжения и сжатия вдоль осей координат.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Выполнение преобразования графиков

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задача 1. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

- 1) $y = x$;
- 2) $y = 2x$;
- 3) $y = \frac{1}{5} \cdot x$;
- 4) $y = 2 \cdot |x|$;
- 5) $y = 2 \cdot |x| + 3$;
- 6) $y = |2 \cdot |x| + 3|$;

Задача 2. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

- 1) $y = x^2$;
- 2) $y = x^2 + 3$;
- 3) $y = (x - 2)^2 + 3$;
- 4) $y = |(x - 2)^2 + 3|$;
- 5) $y = -|(x - 2)^2 + 3|$;

Задача 3. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

- 1) $y = \sqrt{x}$;
- 2) $y = 2 \cdot \sqrt{x}$;
- 3) $y = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \cdot x}$;

$$4) y = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \cdot x - 2};$$

$$5) y = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (x+1) - 2};$$

Задача 4. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

$$1) y = \frac{1}{x};$$

$$2) y = \frac{1}{x+2};$$

$$3) y = \frac{1}{x+2} - 3;$$

$$4) y = \left| \frac{1}{x+2} - 3 \right|;$$

$$5) y = \left| \frac{1}{x+2} - 3 \right| + 5;$$

Задание 5.

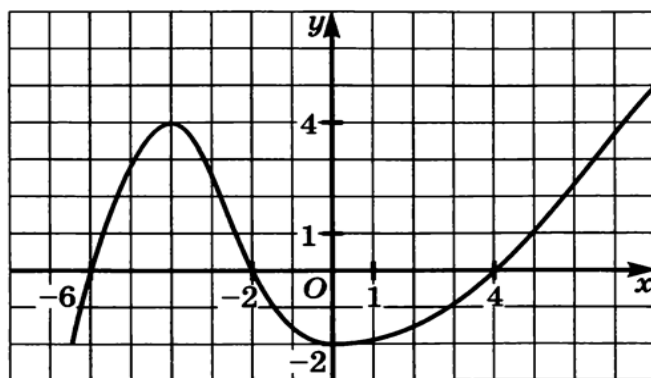
Используя график функции $y = f(x)$, изображенный на рис. постройте график функции:

а) $y = f(-x);$

в) $y = -f(-x);$

б) $y = -f(x);$

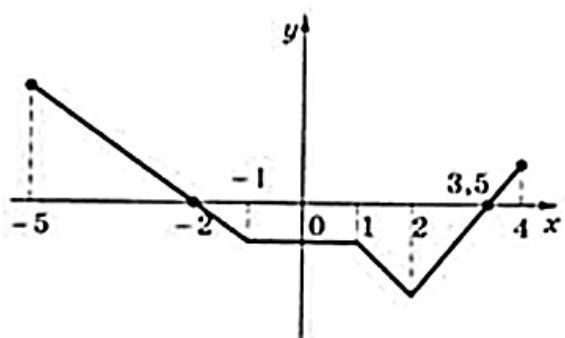
г) $y = f(x - 1) + 2.$



Задача 6. Выделить в квадратном трехчлене $y = x^2 + 4x + 6$ полный квадрат, постройте график функции, используя правила преобразования.

Задача 7. Преобразуйте функцию $y = \frac{x+1}{x-1}$, постройте ее график, используя правила преобразования.

Задание 8. Дан график функции $y = f(x)$. Постройте график функции $y = g(x)$ при указанных g .



- 1) $g(x) = f(-x)$; 2) $g(x) = -f(x)$; 3) $g(x) = f(x) - 2$; 4) $g(x) = f(x + 1)$;
5) $g(x) = f(2x)$; 6) $g(x) = 5f(x)$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №22

Решение рациональных уравнений и неравенств

Цель работы: научиться решать рациональные уравнения и неравенства

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение теории равносильности уравнений и ее применения. Повторение записи решения стандартных уравнений, приемов преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование

свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

I уровень

ТЕСТ:

1) Решить уравнение: $\frac{x-1}{x-1} = 1$.

Б) 1, А) 0, В) Нет решений, Г) $x \in (-\infty; 1) \cup (1; \infty)$.

2) Решить уравнение: $\frac{x^2 + 6x + 5}{x + 1} = 0$

А) Нет решений, Б) – 1, В) – 5, Г) – 1; – 5.

3) Решить уравнение: $\frac{2x-3}{x-3} + \frac{5-x}{x-3} - \frac{x+2}{x-3} = 0$.

А) – 2; Б) Нет решений, В) $x \in (-\infty; 3) \cup (3; \infty)$, Г) $x \in \mathbb{R}$.

4) Решить уравнение: $ax = 1$.

А) Если $a \neq 0$, то $x \in \mathbb{R}$; если $a = 0$, то нет решений,

Б) Если $a = 0$, то нет решений; если $a \neq 0$, то $x = 1/a$,

В) Если $a = 0$, то $x \in \mathbb{R}$; если $a \neq 0$, то $x = 1/a$.

Г) Нет решений.

2 уровень:

Решить уравнение $\frac{1}{3x+1} - \frac{2}{3x-1} - \frac{5x}{9x^2-1} = \frac{3x^2}{1-9x^2}$.

Найти корни уравнения:

1) $\frac{3}{x-1} - \frac{4x-1}{x+1} = \frac{x^2+5}{x^2-1} - 5$;

2) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x(x-4)}{x^2-4} = \frac{x-2}{x+2} - \frac{4(3+x)}{4-x^2}$.

Решить неравенство:

1) $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 > 2x^3 - x^2 + 4x - 2$;

2) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 > -3x^3 + x^2 + 12x - 4$.

4) При каких a уравнение $ax^2 - 4x + a + 3 = 0$ имеет более одного корня?

А) $-4 < a < 0$,

Б) $0 < a < 1$, В) $a \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$, Г) $-4 < a < 0$; $0 < a < 1$.

5) При каких a уравнение $(a-2)x^2 +$

$+(4-2a)x + 3 = 0$ имеет единственное решение?

А) 2, Б) $a \in (-\infty; 2) \cup (2; \infty)$, В) 5, Г) -4.

6) Решить уравнение: $|x^2 - 1| + |a(x - 1)| = 0$.

2. Ответьте на контрольные вопросы: а) Что значит решить уравнение? б) Что значит решить неравенство?

3. Оформите и сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №23

Решение неравенств методом интервалов.

Цель работы: научиться решать неравенства методом интервалов.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; **предметные:**

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Запишите алгоритм решения неравенств методом интервалов:

1. Найти область определения функции.
2. Найти нули функции.
3. Отметить на координатной прямой интервалы, на которые область определения разбивается нулями функции.
4. Определить знак функции на каждом промежутке (интервале), для этого выбираем число из данного промежутка и подставляем в функцию.
5. Записать ответ, удовлетворяющий знаку неравенства.

2. Решите неравенства методом интервалов:

а) $(x-1)(x+7) \leq 0$; б) $(2x-5)(x+3) \geq 0$;

в) $x(3-x)(6+x)(x-9) > 0$.

3. Решите неравенство, разложив его левую часть на множители:

а) $(x^2-16)(x+7) > 0$; б) $x^3-25x < 0$;

б) $4x^2+4x-3 < 0$.

4. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{(5-x)(x+8)}$; б) $y = \sqrt{x(x+9)(2x-8)}$.

5. Разберите алгоритм решения рациональных неравенств методом интервалов:

Заметим, что рациональные неравенства $\frac{P(x)}{Q(x)} \vee 0$ легко сводятся к решению неравенств высоких степеней. Умножим обе части такого неравенства на многочлен $Q^2(x)$, который положителен при всех допустимых значениях x (т.к. $Q(x) \neq 0$). Тогда знак исходного неравенства не меняется, и получаем неравенство $P(x) \cdot Q(x) \vee 0$, эквивалентное данному неравенству.

Итак: $\frac{P(x)}{Q(x)} \vee 0$ эквивалентно системе неравенств $\begin{cases} P(x) \cdot Q(x) \vee 0, \\ Q(x) \neq 0, \end{cases}$ которая далее решается методом интервалов.

6. Решите неравенство:

а) $\frac{x-8}{x+4} > 0$; б) $\frac{6x+2}{x+4} \leq 0$.

2 уровень.

1. Решите неравенство:

а) $(x-1)^2(x-24) < 0$; б) $(x+7)(x-4)^2(x-21) > 0$;

в) $(x-9)^2(x-2)^5(x+6)^3(x-1) \geq 0$.

Ответьте на вопросы: а) Какое нужно выполнить преобразование неравенства, что бы применять метод интервалов? б) Как решаются рациональные неравенства методом интервалов? в) Как происходит смена знаков в корнях различной кратности при решении неравенств высоких степеней методом интервалов?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №24

Решение иррациональных уравнений и неравенств

Цель работы: научиться решать иррациональные уравнения и неравенства;

Результаты:

метапредметные:

Владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

предметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

Виды деятельности: Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений и систем. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем. Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: 1 уровень.

Задание 1. Используя, изученные методы решения иррациональных уравнений, выполните самостоятельную работу:

Вариант 1

Вариант 2

Решить неравенство

Решить неравенство

$$1. \sqrt{2x+1} > -3$$

$$2. \sqrt{x+8} < x+2$$

$$3. \sqrt{x+2} > \sqrt{4-x}$$

Решить уравнение

$$4. \sqrt{x-2} + \sqrt{x+6} = 4$$

$$5. \sqrt[3]{x^3-7} = 1$$

2 уровень:

Решить уравнение

$$1) \sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x} = \sqrt{x+4};$$

$$2) \sqrt{7x+1} - \sqrt{6-x} = \sqrt{15+2x}. \quad 3) \sqrt[4]{25x^2-144} = x; \quad 4) x^2 = \sqrt{19x^2-34}.$$

Решить неравенство

$$1) \sqrt{x+2} > \sqrt{4-x};$$

$$2) \sqrt{3+2x} \geq \sqrt{x+1};$$

$$3) \sqrt{2x-5} < \sqrt{5x+4};$$

$$4) \sqrt{3x-2} > x-2;$$

Задание 2. Запишите ответы на следующие вопросы:

1. Какие уравнения и неравенства называются иррациональными? Приведите пример.

2. Какими должны быть подкоренное выражение и значения корня, если показатель корня четное (нечетное) число?

3. На чем основаны методы решения иррациональных уравнений?

4. Какие методы решения иррациональных уравнений существуют и в чем они заключаются?

5. Рассмотрите решения уравнений на применение этих методов.

Подсказка: Учебник М.И. Башмаков стр.231. Найти ответ на вопрос:

6) Какие формулы полезно помнить при решении простейших иррациональных уравнений?

Подсказка: Учебник стр.243. Найти и записать кратко метод возведения неравенства в квадрат.

7. Оформите и сдайте отчет преподавателю.

$$1. \sqrt{7-\frac{x}{2}} \geq -1$$

$$2. \sqrt{x+8} > x+2$$

$$3. \sqrt{2x-8} \leq \sqrt{6x+13}$$

Решить уравнение

$$4. \sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1$$

$$5. \sqrt[3]{x^3-26} = 1$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №25

Решение показательных уравнений

Цель работы: научиться решать показательные уравнения

Результаты:

метапредметные:

Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода).

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

Задание 1.

Перечислите способы решения показательных уравнений.

Задание 2. Построить график функций и записать их свойства.

Вариант-1. а) $y = \left(\frac{1}{9}\right)^x$, б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ Вариант-2. а) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, б) $y = \left(\frac{1}{8}\right)^x$.

Задание3. Разберите решение следующих уравнений:

$$1) 4^{x+3} + 4^x = 260; 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} = \left(\frac{1}{16}\right)^x$$

$$3) \frac{2^x + 10}{4} = \frac{7}{2^x - 2}; 4) 36^x - 2 \cdot 18^x = 8 \cdot 9^x;$$

Решение: 1) $4^{x+3} + 4^x = 260 \Rightarrow 4^x(4^3 + 1) = 260 \Rightarrow 4^x \cdot 65 = 260 (: 65) \Rightarrow 4^x = 4 \Rightarrow x=1$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x} \Rightarrow x^2 - 5 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -1$$

Ответ. $x_1 = 5, x_2 = -1$

$$3) \frac{2^x + 10}{4} = \frac{7}{2^x - 2}; 2^x = t > 0 \Rightarrow \frac{t + 10}{4} = \frac{7}{t - 2}, t \neq 2 \Rightarrow t^2 + 8t - 48 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = 4 \text{ и } t_2 = -12 \notin \text{ОДЗ} \Rightarrow 2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ Ответ: } x = 2$$

$$4) 36^x - 2 \cdot 18^x = 8 \cdot 9^x \Rightarrow (4 \cdot 9)^x - 2 \cdot (2 \cdot 9)^x = 8 \cdot 9^x \Rightarrow 9^x \cdot (4^x - 2 \cdot 2^x - 8) = 0 \Rightarrow$$

$$9^x \neq 0 \text{ тогда } 4^x - 2 \cdot 2^x - 8 = 0 \quad 2^x = t > 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ и}$$

$$t = -2 \notin \text{ОДЗ} \text{ тогда } 2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ Ответ: } x = 2$$

Задание4: Решите самостоятельно уравнения:

Вариант-1. а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^{2+4x-5}} = 1$, б) $(27)^{3x} = \frac{1}{9}$, в) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$
г) $5^{x+1} + 5^{x-1} - 5^x = 105$, д) $3^{x+3} - 5 \cdot 7^x = 7^{x+1} - 3^x$

Вариант-2. а) $(2,5)^{x^{2+6x-7}} = 1$, б) $(36)^{7x} = \frac{1}{6}$, в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 6 = 0$
г) $4^{2x+1} + 4^{2x-1} - 4^{2x} = 52$, д) $2^{8-x} + 7^{3-x} = 7^{4-x} + 11 \cdot 2^{3-x}$

2 уровень:

5. Решить систему уравнений.

Вариант-1. а) $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$ Вариант-2. а) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 2^{x-y} = 8. \end{cases}$

Контрольные вопросы:

1. Что называется показательной функцией?
2. Какими свойствами она обладает?

3. Как расположен график показательной функции?

4. Какие уравнения называются показательными?

Оформите и сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №26

Решение показательных неравенств.

Цель работы: научиться решать показательные неравенства.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; **предметные:**

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно

выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Запишите способы решения и решите данные неравенства.

А. Неравенства, сводящиеся к простейшим. Решаются приведением обеих частей неравенства к степени с одинаковым основанием а) $2^{x^2} > 2^{x+2}$; б)

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$$

Б. Неравенства, решаемые с помощью вынесения за скобки общего множителя.

$$8 \times 2^{x-1} - 2^x > 48$$

В. Неравенства, решаемые с помощью замены переменной.

$$2^x + 2^{3-x} < 9$$

2. Решить неравенства: 1) $27^{x+2} \leq 81$ 2) $4^{5-2x} < 0,25$.

3) $4^{2x+1} \geq 0,16$ 4) $(0.5)^{(7-3x)} < 4$ 5) $4^{5-2x} < 0,25$. 6) $0,4^{2x+1} \geq 0,16$ 7) $(0.5)^{(7-3x)} < 4$.

$$8) \left(\frac{2}{3}\right)^{x+8} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-7x}$$

Решить графически неравенство:

$$1) \left(\frac{1}{3}\right)^x \geq x+1; \quad 2) \left(\frac{1}{2}\right)^x < x - \frac{1}{2};$$

$$3) 2^x \leq 9 - \frac{1}{3}x; \quad 4) 3^x > -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}.$$

2 уровень.

1. Найти наибольшее целое значение x , удовлетворяющее неравенству:

$$\frac{440}{6^x} \cdot 2 \cdot 6^x > 8 \cdot 6^x$$

Решить графически уравнение:

$$1) 2^x = 3 - 2x - x^2; \quad 2) 3^{-x} = \sqrt{x};$$

$$3) \left(\frac{1}{3}\right)^x = -\frac{3}{x}; \quad 4) \left(\frac{1}{2}\right)^x = x^3 - 1.$$

Решить неравенство:

$$2. \quad 1) 11^{\sqrt{x+6}} > 11^x; \quad 2) 0,3^{\sqrt{30-x}} > 0,3^x$$

Ответьте на вопросы: а) На каких свойствах функции основывается решение простейших показательных неравенств?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №27

Решение логарифмических уравнений.

Цель работы: научиться решать логарифмические уравнения.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; *предметные:*

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Указать и исправить ошибки в решении уравнения:

$$\log_2 x^4 + \log_2 x^2 = 6$$

$$4\log_2 x + 2\log_2 x = 6$$

$$6\log_2 x = 6$$

$$\log_2 x = 1$$

ответ: 2

2.

Решите уравнение $\log_4(5x+1)=2$ по определению.

3. Разберите алгоритм решения уравнения заменой переменной и запишите его в тетрадь.

$$\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$$

новая

переменная

$$t = \log_2 x$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^1 \\ x = 2^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 16 \end{cases}$$

4. Мини-Тест

	неравенства	Б	Т	Я	П
	$\log_5(4x-3) < 1$	$(-\infty; 2)$	$\left(\frac{3}{4}; \infty\right)$	$\left(-\frac{3}{4}; 2\right)$	$\left(\frac{3}{4}; 2\right)$
2.	$\log_3 x^2 = 4$	± 2	9	± 9	81
3.	$\log_{\frac{1}{2}}(3+x) = -1$	2	1	3,5	-2
4.	$\lg 3x < 2\lg 3$	$(0; 3)$	$(0; 9)$	$(2; 3)$	$(0; 1)$

5. Решить уравнения: $\log_2(3x+1) = \log_2 3 + 1$, $\log_5^2 x - 3\log_5 x + 2 = 0$,

$$\log_3(4x-1) = 3$$

2 уровень.

1. Решить уравнение и неравенство повышенной сложности, дать теоретическое обоснование этапов решения

А). $\log_4 \frac{4+2x}{x-5} = 2$ Б). $\log_{0.3}(x^2 + x + 31) < \log_{0.3}(10x + 11)$

1. $\log_4 \log_2(x-3) = 0$ 2. $\lg(1+2x) = \lg 3 + 1$ 3. $\log_7(x^2 - 2x - 8) = 1$

Ответьте на вопросы:

Какие уравнения называются логарифмическими? Всегда ли логарифмическое уравнение решается, т.е. имеет смысл? Назовите методы решения, которые целесообразно использовать для этих уравнений.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №28

Решение логарифмических неравенств.

Цель работы: научиться решать логарифмические неравенства.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; ***предметные:***

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1.

Найти область определения функции:

- 1) $y = \lg(3x - 2)$; 2) $y = \log_2(7 - 5x)$;
 3) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2)$; 4) $y = \log_7(4 - x^2)$.

2. Разберите алгоритм решения неравенства и запишите его полное решение:

$$\log_{0,5}(x^2 + x - 6) \geq \log_{0,5}(x + 4).$$

Решение. Начнем с определения области допустимых значений неравенства. Выражение, стоящее под знаком логарифмической функции, должно принимать только положительные значения. Это значит, что искомая область допустимых значений определяется следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + x - 6 > 0, \\ x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty), \\ x > -4 \end{cases} \dots\dots$$

Решить неравенства: 1. $\log_7(2x-1) < 2$, 2. $\lg(2x-3) > \lg(x+1)$,

3. $\log_{\frac{1}{2}}(2-x) > -1$ 4. $\lg(3x+1) \leq \lg(x-3)$ 5. $\log_2(x^2 + 4x + 3) > 3$

2 уровень.

Решить неравенства:

1) $\log_5 \frac{3x-2}{x^2+1} > 0$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x^2+3}{x-7} < 0$; 3) $\log_{0,5} x + \log_{0,5}(x+1) \geq 1$

Найти область определения функции:

- 1) $y = \log_5(x^2 - 4x + 3)$; 2) $y = \log_6 \frac{3x+2}{1-x}$;
 3) $y = \sqrt{\lg x + \lg(x+2)}$; 4) $y = \sqrt{\lg(x-1) + \lg(x+1)}$.

Ответьте на вопросы: Что нужно определить вначале для правильного решения логарифмические неравенства? Каким может быть число под знаком логарифма?

Решение систем уравнений и неравенств с применением различных методов.

Цель работы: научиться решать системы уравнений и неравенств с применением различных методов.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; ***предметные:***

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем. Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Решение систем уравнений с применением различных способов. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Решить систему уравнений: а) $\begin{cases} x + y = 3, \\ xy = -4. \end{cases}$

А) (4; -1); **В)** (-1; 4), (4; -1); **С)** (-1; 4); **Д)** (-2; 5), (4; -1); **Е)** (-1; 4), (5; -2).

б) $\begin{cases} 4x^2 - y = 2 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + 2y = -1, \\ 4^{x+y^2} = 16 \end{cases}$ (способом подстановки)

г) $\begin{cases} y - x - 1 = 0, \\ y + x + 1 = 0. \end{cases}$ (графически) д) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 36 \\ 3x^2 - 2y^2 = -20 \end{cases}$ (сложения)

2. Решите уравнение: $\frac{18}{x^2 - 6x} - \frac{12}{x^2 + 6x} = \frac{1}{x}$

4. Найдите наибольшее целое значение a , при котором сумма

дробей $\frac{11-2a}{5}$ и $\frac{3-2a}{2}$ положительна. $\boxed{a=2}$ (методом интервалов).

5. Решить неравенство $\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$

6. Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 2y^2 - 8 = 0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$

2 уровень.

Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} 2^x \cdot 9^y = 162, \\ 3^x \cdot 4^y = 48. \end{cases}$ (подсказка: перемножьте уравнения данной системы)

2) $\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1 \\ \log_2 xy = 3 \end{cases}$

Ответьте на вопрос: Какие е методы решения системы уравнений и неравенств вы знаете?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №30

Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.

Цель работы: научиться решать уравнения и неравенства используя свойства и графики функций.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; **предметные:**

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. . Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Найти область определения функции $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 5}$.

$y = \log_2 (x^2 - 4)$, если 1) $(-2; 2)$; 2) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

2. Решите графически уравнение: $2x^2 = x + 1$

3. Решить уравнение $\sqrt{3-x} = \log_5(x-3)$

Найти промежутки, на которых график функции:

1) $y = x^8$; 2) $y = x^{\frac{1}{3}}$ — лежит выше (ниже) графика функции $y = x$.

Найти область определения функции:

1) $y = \sqrt[3]{1-x}$; 2) $y = \sqrt[6]{2-x^2}$;
3) $y = (3x^2 + 1)^{-2}$; 4) $y = \sqrt{x^2 - x - 2}$.

Выяснить с помощью графиков, сколько корней имеет уравнение:

1) $\sqrt{x-6} = -x^2$; 2) $\sqrt[3]{x} = (x-1)^2$;
3) $\sqrt{x+1} = x^2 - 7$; 4) $x^3 - 1 = \sqrt{x+1}$.

Решить графически уравнение:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 1$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x - \frac{1}{2}$;
3) $2^x = -x - \frac{7}{4}$; 4) $3^x = 11 - x$.

2 уровень.1.

Решить графически уравнение:

1) $2^x = 3 - 2x - x^2$; 2) $3^{-x} = \sqrt{x}$;
3) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = -\frac{3}{x}$; 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x^3 - 1$.

2.

Решить графически уравнение:

1) $\log_2 x = -x + 1$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} x = 2x - 5$;
3) $\lg x = \sqrt{x}$; 4) $\lg x = 2^{-x}$.

Ответьте на вопрос: На чём основано решение уравнений и неравенств?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №31

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Цель работы: научиться решать несложные задачи из различных областей науки и практики.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

Виды деятельности: Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.
Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

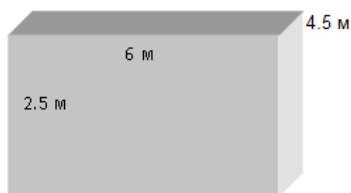
Ход работы:

I уровень

Задача №1. Длина прямоугольника на 3 см больше ширины. Какую ширину должен иметь прямоугольник, если его площадь больше 28 см²?

Задача №2. Решено комнату (включая потолок) оклеить обоями. Обои покупаются с запасом 20% от оклеиваемой площади. Стоимость обоев указана в таблице. Потолок решено оклеить белыми обоями, стены - зелеными.

Ширина двери комнаты равна 0,8 м, высота - 2 м. Ширина окна - 1,5 м, высота - 1 м. Сколько рублей надо заплатить за обои, если эскиз комнаты представлен на рисунке?



Цена обоев за 1 м ² (в руб.) в зависимости от покупки			
	до 30 м ²	от 30 до 100 м ²	свыше 100 м ²
Белые	14	13	12
Зеленые	12	11	10

Задача №3. Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План «500»	600 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	850 руб. за 800 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь планирует, что его трафик составит 600 Мб и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей должен заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 600 Мб?

Задача №4. Фирма состоит из двух отделений, суммарная величина прибыли, которых в минувшем году составила 13 млн. рублей. На этот год запланировано увеличение прибыли первого отделения на 75%, а второго - на 140%. В

результате, суммарная прибыль фирмы должна вырасти в 2 раза. Какова величина прибыли каждого из отделений: 1) в минувшем году? 2) в текущем году?

Задача №5. Поперечное сечение железнодорожной насыпи представляет собой равнобокую трапецию с углом 45° и основаниями 8 м и 14 м. Сколько земли надо, чтобы сделать такую насыпь на протяжении 100 м.

2 уровень.

Задача №1. Один катет прямоугольного треугольника на 14 см больше другого, а гипотенуза равна 34 см. Найдите катеты и в ответе укажите их сумму.

А) 46; В) 45; С) 44; D) 43; Е) 42.

Задача №2. Если быстро вращать ведро с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в Ньютонах, равна $mg - mv^2/L$, где m – масса воды (кг), v – скорость движения ведра (м/с), g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$), L – длина веревки (м). С какой минимальной скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 0,784 м? Ответ выразите в м/с.

Ответьте на вопросы:

а) В каких областях науки встречается математика?

б) Нужна ли в вашей профессии знания математики?

Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»

Цель работы: контроль и учёт знаний по решению простейших уравнений и неравенств.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания ;

предметные:

- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Решение систем уравнений с применением различных способов. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1 вариант 1. Решите уравнение: $\log_2(3x+2) = -1 + \log_2(6-x)$ 1). $\frac{10}{7}; 2$. 2; 3). -14; 4). $\frac{2}{7}$ 2. Решите уравнение:	2 вариант 1. Решите уравнение: $\log_3(x+6) = -2 + \log_3(4-x)$ 1). - 6,25; 2). - 5; 3). 3; 4). 5,25 2. Решите уравнение:
--	--

$3\log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0$ 1). $1; -\frac{2}{3}; 2); 3; \frac{1}{\sqrt[3]{9}}; 3); -1; \frac{2}{3}; 4); \frac{1}{3}; \sqrt[3]{9}$ 3. Решите уравнение: $2^x + 3 \cdot 2^{x-3} = 22;$ 4. Решите уравнение: $\sqrt{5x-10} = 2-x$ 5. Решите неравенство $\sqrt{3-x} < 5;$	$2\lg^2 x + \lg x - 1 = 0$ 1). $1; -\frac{1}{2}; 2); 10; \frac{1}{\sqrt{10}}; 3); 0,1; \sqrt{10}; 4); -1; \frac{1}{2}$ 3. Решите уравнение: $2 \cdot 3^x + 3^{x-2} = 57;$ 4. Решите неравенство: $\sqrt{2x-5} = \sqrt{4x-7}$ 5. Решите неравенство $\sqrt{x-2} < 1;$
---	---

2 уровень

1. Решить уравнение:

а) $\lg(x^2 + 7x - 3) = \lg(4x + 1)$

б) $\sqrt{x^2 + 5x + 2} - \sqrt{x^2 - 3x + 3} = 3.$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 64^{x-3y} = 8 \\ 12x + y = 2 \end{cases}$$

3. Решить неравенство:

а) $0,3^{x^2-4} \geq 1$

б) $\log_2(2x+3) + \log_2(x+2) > \log_2(-2x-1)$

в) $\sqrt{2x-x^2} < 5-x$

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 32

Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.

Цель работы: изучить радианный метод измерения углов вращения и их связь с градусной мерой.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой. Изображение углов вращения на окружности, соотнесение величины угла с его расположением. Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и острых углов прямоугольного треугольника и объяснение их взаимосвязи.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А

1. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

1) 88° ; 2) 100° ; 3) 145° ; 4) -200° ; 5) 300° ; 6) 400° ; 7) -30° ; 8) -120° ; 9) -415° ; 10) -520° .

2. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

1) 2π ; 2) $\pi/12$; 3) 10π ; 4) $9\pi/14$.

Уровень Б

1. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

1) $7\pi/15$; 2) $-9\pi/17$; 3) $11\pi/12$; 4) $23\pi/20$; 5) $31\pi/21$; 6) $-14\pi/5$; 7) $-23\pi/6$; 8) $25\pi/7$; 9) $-21\pi/4$;

10) $-39\pi/5$.

2. Выразите углы в долях π :

1) 135° ; 2) 220° ; 3) 1200° ; 4) -330°

Уровень В

1. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

1) $1,6$; 2) 3 ; 3) 4 ; 4) $-2,1$; 5) $-1,8$; 6) 8 ; 7) $-7,5$; 8) 10 ; 9) 15 ; 10) -31 .

2. Укажите знак \sin , \cos , tg , ctg в этих углах:

Ответьте на контрольные вопросы:

1) Что такое угол и как он измеряется?

2) Зачем обобщается понятие угла?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 33

Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.

Цель работы: научиться применять основные тригонометрические тождества для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: Разобрать решение примеров.

Пример 1. Вычислить значение $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = 0,3$, α — угол в первой четверти.

Решение; Применим основное тригонометрическое тождество, связывающее тригонометрические функции $y = \sin \alpha$, $y = \cos \alpha$: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Так как по условию задачи $\cos \alpha = 0,3$, то $\cos^2 \alpha = 0,09$. Значит, $\sin^2 \alpha + 0,09 = 1$, $\sin^2 \alpha = 1 - 0,09 = 0,91$. Решая уравнение $\sin^2 \alpha = 0,91$, получаем два случая ($\sin \alpha = \sqrt{0,91}$ или $\sin \alpha = -\sqrt{0,91}$), из которых, обращая внимание на то, какой четверти принадлежит искомый угол, следует выбрать один. Вспомним, что в первой четверти все тригонометрические функции имеют знак «+».

Следовательно, $\sin \alpha = \sqrt{0,91}$. Ответ: $\sin \alpha = \sqrt{0,91}$.

Пример 2. Вычислите значение $\operatorname{tg} \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 0,2$.

Решение; Воспользуемся формулой, связывающей тригонометрические функции $y = \operatorname{tg} \alpha$, $y = \operatorname{ctg} \alpha$: $\operatorname{tg} \alpha * \operatorname{ctg} \alpha = 1$. Подставляя заданное в условии значение $0,2$, получаем, что $\operatorname{tg} \alpha * 0,2 = 1$, откуда $\operatorname{tg} \alpha = 5$. Ответ: 5.

1. Вычислите значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла, используя имеющуюся информацию.

Уровень А.

- 1) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \alpha > 0$; 2) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin \alpha < 0$; 3) $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$, $-\pi < \alpha < 0$;
4) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \alpha > 0$; 5) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, $\sin \alpha < 0$; 6) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\cos \alpha > \frac{1}{2}$; 7) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$,
 $\sin \alpha \cos \alpha > 0$; 8) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{1}{\cos \alpha} < 1$; 9) $\cos \alpha = 0$,
 $-5,6\pi < \alpha < -4,8\pi$; 10) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\sin \alpha > \frac{1}{2}$.

Уровень Б.

- 1) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\cos \alpha > \sin \alpha$; 2) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \alpha \leq \sin \alpha$; 3) $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$,
 $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$; 4) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, $\sin \alpha < |\cos \alpha|$; 5) $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$, $\cos \alpha > \sin \alpha$.

2. Ответьте на контрольные вопросы

- 1) Зачем преобразуют тригонометрические выражения?
- 2) Запишите основное тригонометрическое тождество и следствия из него.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 34

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул приведения

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул приведения.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его. Ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростите выражение.

- 1) $\operatorname{tg}(t - \frac{\pi}{2})$; 2) $\cos(\frac{3\pi}{2} + 3t)$; 3) $\sin(-\frac{\pi}{2} - t)$; 4) $\operatorname{ctg}(270^\circ + t)$; 5) $\cos(\pi + \alpha) \operatorname{tg}(\alpha + \frac{\pi}{2})$;
6) $\sin(270^\circ + \alpha) - \sin(270^\circ - \alpha)$; 7) $\sin(\alpha - \pi) \cos(-\alpha - \frac{3\pi}{2}) + 1$.

2. Расположите в порядке возрастания.

- 1) $\operatorname{ctg} 270^\circ$, $\sin \frac{11\pi}{6}$, $\sin \frac{\pi}{3}$, $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}$; 2) $\sin 5\pi$, $\cos 150^\circ$, $\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{2}$, $\cos(-600^\circ)$;
3) $\sin 40^\circ$, $\sin 80^\circ$, $\sin 120^\circ$, $\sin 200^\circ$; 4) $\operatorname{tg} 46^\circ$, $\operatorname{ctg} 47^\circ$, $2 \sin 2\frac{5\pi}{4}$; 5) $\sin 3$, $\cos \frac{\pi}{2}$, $\sin 1$, $\cos 10\pi$; 6) $\cos 1$, $\cos 2$, $\cos 3$, $\cos 4$; 7) $\operatorname{tg} \sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin \frac{5\pi}{4}$, $\sin 2$.

Уровень Б.

1. Вычислите значение выражения.

- 1) $\sin \frac{14\pi}{6}$, $\cos \frac{19\pi}{6}$, $\operatorname{tg} \frac{15\pi}{4}$, $\cos 1470^\circ$, $\sin 840^\circ$;
2) $[\sin(\pi + \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)]^2 + [\cos(2\pi - \alpha) - \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)]^2$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

2. Ответьте на контрольные вопросы

- 1) Для чего нужны формулы приведения?
2) Следствием чего являются формулы приведения?
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 35

Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

Цель работы: Научиться выполнять операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Представить в тригонометрической форме следующие числа:

1) 2; 2) $6i$; 3) $-2 + \sqrt{3}i$; 4) $2 - 2i$; 5) $-\sqrt{3} - i$.

2. Представить в алгебраической форме следующие числа:

1) $z = 2 (\cos 2\pi + i \sin 2\pi)$; 2) $z = \sqrt{2} [\cos 3\pi/4 + i \sin \pi/12]$

1. Найти произведение.

$2 [\cos(\pi/6) + i \sin (\pi/6)] \cdot [\cos (\pi/12) + i \sin (\pi/12)]$.

2. Выполнить деление:

$10 \cos(3\pi/4) + i \sin (3\pi/4) : 2[\cos(\pi/4) + i \sin(\pi/4)]$.

Уровень Б.

1. Возвести в степень.

1) $[\cos(\pi/6) + i \sin (\pi/6)]^6$

2) $[3/2 - (\sqrt{3}/2)i]^{10}$

2. Извлечь корни из комплексных чисел: \sqrt{i} , $\sqrt[3]{1}$.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 36

Исследование свойств и построение графиков тригонометрических функций. Гармонические колебания.

Цель работы: научиться строить графики тригонометрических функций и исследовать их свойства

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

1. Проведите полное исследование и постройте графики следующих функций:

Уровень А.

$$1) y = \sin 4x; \quad 2) y = \cos \frac{x}{3};$$

Уровень Б.

$$3) y = -\operatorname{tg} 2x$$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

1) Почему для записи промежутков знакопостоянства и промежутков монотонности синуса и косинуса удобнее выбирать разные промежутки основного периода?

2) Как обосновать возрастание функции $y = \operatorname{tg} x$ на промежутке $[0; \frac{\pi}{2}]$, используя определение этой функции и свойства синуса и косинуса?

3) Как доказать, что основной период тангенса и котангенса вдвое меньше основного периода синуса и косинуса?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 37

Исследование свойств и построение графиков обратных тригонометрических функций

Цель работы: научиться строить графики обратных тригонометрических функций и исследовать их свойства

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Ознакомление с понятием обратных тригонометрических функций. Изучение определений арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа, формулирование их, изображение на единичной окружности, применение при решении уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Для функции $y=\sin x$ выберите промежуток, на котором функция имеет обратную. Укажите монотонность обратной функции.

1) $[0; \pi]$; 2) $[\pi/2; 3\pi/2]$; 3) $[-2\pi; \pi]$; 4) $[-\pi; \pi]$; 5) $[-4,5\pi; -3\pi]$; 6) $[21\pi/2; 23\pi/2]$; 7) $[3; 5]$; 8) $[12; 13]$.

2. Вычислите значение функции.

1) $\arccos(\sin 4\pi/3)$; 2) $\arccos(\sin 270^\circ)$; 3) $\arcsin(\cos 2\pi/3)$; 4) $\arcsin(\cos 0)$; 5) $\arcsin(\sin 5\pi/4)$; 6) $\arccos(\cos 7\pi/6)$; 7) $\sin(\arccos 1/3)$; 8) $\cos(\arcsin 4/5)$; 9) $\operatorname{tg}(\arcsin 9/15)$; 10) $\operatorname{tg}(\arccos(-0,6))$; 11) $\arcsin(\sin 3)$; 12) $\arcsin(\sin 5)$; 13) $\arcsin(\cos 4)$; 14) $\arccos(\sin 8)$; 15) $\arcsin(\sin 15)$.

Уровень Б.

Для данной функции составьте формулу обратной функции на указанном промежутке:

1) $y=\sin x$ на $[3\pi/2; 5\pi/2]$; 2) $y=\sin 2x$ на $[-3\pi/4; -\pi/4]$; 3) $y=\sin(x-\pi/3)$ на $[7\pi/3; 17\pi/6]$; 4) $y=\cos x$ на $[\pi; 2\pi]$; 5) $y=\cos x$ на $[-4\pi; -3\pi]$; 6) $y=2\cos x$ на $[9\pi; 10\pi]$.

2. Ответьте на контрольные вопросы:

- 1) Что такое $\arcsin a$?
- 2) Какие тождества для арксинуса вам известны?
- 3) При каких a определен $\arcsin a$?
- 4) Какие значения может принимать $\arcsin a$?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 38

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул сложения.

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул сложения.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростите выражение:

$$1) \cos \alpha + \cos (240^\circ + \alpha) + \cos (240^\circ - \alpha); \quad 3) \frac{\sin 56^\circ \sin 124^\circ - \cos 34^\circ \cos 236^\circ}{\cos 28^\circ \cos 88^\circ + \cos 178^\circ \sin 208^\circ};$$

$$2) \frac{\sin 22^\circ \cos 8^\circ - \cos 158^\circ \cos 98^\circ}{\sin 23^\circ \cos 7^\circ + \cos 157^\circ \cos 97^\circ}; \quad 4) \sin 20^\circ + \sin 13^\circ \sin 57^\circ - \sin 33^\circ \sin 77^\circ;$$

2. Вычислите значение выражения:

- 1) $2 \cos (60^\circ - \alpha) - \sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha$;
- 2) $\cos^2 (\alpha - 30^\circ) + \cos^2 (\alpha + 30^\circ) + \sin^2 \alpha$;
- 3) $\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) - \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta$;
- 4) $\sin 15^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ \cos 15^\circ$;
- 5) $\frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \sin(45^\circ - \alpha)}{2 \sin(60^\circ + \alpha) - \sqrt{3} \cos \alpha}$.

Уровень Б.

1. Найдите значение выражения:

- 1) $\operatorname{tg} (\alpha + \beta)$, если $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} \beta$ – корни уравнения $x^2 - 4x + 2 = 0$
- 2) $\sin 4\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha$ – корень уравнения $8(t - t^3) = (1 + t^2)^2$
- 3) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$, если $\cos (\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- 4) $(\cos 5\alpha) (\cos \alpha)^{-1}$, если $\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$
- 5) $\cos 3\alpha + \cos \alpha$, если α – корень уравнения $2 \cos^3 \alpha + 1 = \cos \alpha$

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Для чего нужны формулы сложения?
2. Какие формулы сложения вы знаете.
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 39

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул удвоенного аргумента.

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул удвоенного аргумента.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках

информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Вариант А.

1. Упростите выражение.

1) $2 \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$; 2) $\frac{\sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \alpha}{\sin 2\alpha}$; 3) $\frac{\cos 70^\circ}{\cos 35^\circ + \sin 35^\circ} + \sin 35^\circ$; 4) $\cos 2\alpha + 2 \sin^2 \alpha$

2. Вычислите значение выражения.

1) $\sin \alpha + \cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 3$; 2) $\sin 4\alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 2$; 3) $\cos 2\alpha$, если $2 \operatorname{ctg}^2 \alpha + 7$

$\operatorname{ctg} \alpha = 0$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{7\pi}{4}$

Вариант Б.

1. Найдите значение выражения.

$$1) \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha, \text{ если } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}; 2) \frac{\sqrt{\sin 4\alpha}}{\sqrt{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha}, \text{ если } \frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi;$$

$$3) \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{5\pi}{7}$$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

- 1) Для чего нужны формулы удвоенного аргумента?
- 2) Какие формулы удвоенного аргумента вы знаете.
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 40

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул половинного аргумента.

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул половинного аргумента.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростить выражение.

1) $4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin (90^\circ + \frac{\alpha}{2}) \sin (270^\circ - \alpha)$; 2) $(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}) / \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$; 3) $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$;

4) $(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}) / (\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2})$

2. Вычислите значение выражения.

1) $(\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha - 6) / (\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + 2)$, если $\alpha = \frac{3\pi}{16}$; 2) $\cos 4\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$

3. Докажите тождество.

1) $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \frac{3 \cos^2 2\alpha + 1}{4}$; 2) $\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$

Вариант Б.

1. Найдите значение выражения.

1) $4 \sin 18^\circ \sin 306^\circ$; 2) $\sin 2\alpha$, если $t = \operatorname{ctg} \alpha$ – корень уравнения $t^2 + 4t + 1 = 0$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

- 1) Для чего нужны формулы половинного аргумента?
- 2) Какие формулы половинного аргумента вы знаете.
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 41

Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение.

Цель работы: научиться преобразовывать суммы тригонометрических функций в произведение.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Преобразуйте в произведение.

1) $\sin \frac{11\pi}{12} + \sin \frac{5\pi}{12}$; 2) $\cos 6\alpha - \cos 3\alpha$; 3) $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) - \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$;

4) $\sin \alpha + \cos \alpha$; 5) $\sin \alpha - \cos \beta$; 6) $\sqrt{3} - \operatorname{tg} \alpha$.

2. Докажите тождества.

1) $1 - \sin \alpha - \cos \alpha = 2\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right)$;

2) $\sin \alpha + \sin \beta + \sin (\alpha - \beta) = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

3) $1 - 2 \cos \alpha + \cos 2\alpha = -4 \cos \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

4) $\sin 16^\circ + \sin 24^\circ + \sin 40^\circ = 4 \sin 20^\circ \cos 12^\circ \cos 8^\circ$

Уровень Б.

1. Вычислите значение выражения.

1) $\cos 20^\circ + \sin 190^\circ + \cos 140^\circ$; 2)

2. Сравните по величине числа.

1) $a = \sin 39^\circ + \sin 41^\circ$ и $b = \sin 38^\circ + \sin 42^\circ$

2) $a = 1 - 2 \sin 29^\circ$ и $b = 2 \sin 31^\circ - 1$; 3) $a = \operatorname{tg} 22^\circ + \operatorname{ctg} 24^\circ$ и $b = \operatorname{tg} 24^\circ + \operatorname{ctg} 22^\circ$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Для чего нужно преобразовывать тригонометрические выражения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 42

Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.

Цель работы: научиться преобразовывать произведения тригонометрических функций в сумму.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках

информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

Преобразуйте в сумму.

1) $\sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{40}$; 2) $\cos 18^\circ \cos 66^\circ$; 3) $\sin 5\alpha \sin 3\alpha$; 4) $\cos \alpha \sin 3\alpha$

2. Докажите тождества.

$$4 \cos \alpha \cos (60^\circ - \alpha) \cos (60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$$

3. Вычислите значение выражения.

$$32 \sin 70^\circ \cos 40^\circ \sin 10^\circ$$

Уровень Б.

1. Вычислите значение выражения.

$$1) \sin 130^\circ \sin 190^\circ + \sin^2 110^\circ; \quad 2) \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ;$$

$$3) \sin 20^\circ \cos 50^\circ \sin 60^\circ \cos 10^\circ$$

2. Сравните по величине числа.

$$a = \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4} \text{ и } b = \frac{1}{7}$$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как можно преобразовать произведения тригонометрических функций в сумму?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 43

Преобразование тригонометрических функций.

Цель работы: научиться преобразовывать тригонометрические функции.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростите выражение.

1) $[\sin(\frac{\pi}{4} + a) - \cos(\frac{\pi}{4} + a)] / [\sin(\frac{\pi}{4} + a) + \cos(\frac{\pi}{4} + a)]$;

2) $[\sin 2a + \sin 2] / \sin(1 + a)$; 3) $\frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(a + \beta)} + \frac{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(a - \beta)}$; \

3) $[1 - \operatorname{ctg}(\pi - 2\alpha) \operatorname{ctg} \alpha] / [\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \operatorname{ctg} \alpha]$; 4) $\cos^2(\alpha + 2\beta) + \sin^2(\alpha - \beta) - 1$;

5) $\cos^2(\frac{3\pi}{8} - \frac{\alpha}{4}) - \cos^2(\frac{11\pi}{8} + \frac{\alpha}{4})$

Уровень Б.

1) $[\operatorname{tg}^2(2\alpha - \frac{\pi}{4}) - 1] / [\operatorname{tg}^2(2\alpha - \frac{5\pi}{4}) + 1]$ 2) $\frac{\sin(80^\circ + 4a)}{4 \sin(20^\circ + a) \sin(70^\circ - a)}$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

Зачем преобразуют тригонометрические выражения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 44

Решение уравнений вида $y = \cos x$ и $y = \sin x$.

Цель работы: научиться решать уравнения вида $y = \cos x$ и $y = \sin x$.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках

информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Решите уравнение на указанном промежутке.

1) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (-\pi; -\frac{\pi}{2})$; 2) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (0; \pi)$; 3) $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$

4) $\sin x = \frac{1}{2}$, $x \in (0; 2\pi)$; 5) $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x \in (\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2})$; 2) $\cos(1 - x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (5; 7)$;

2. Решите уравнение.

1) $\sin x + \sin 3x = 0$; 2) $\sin 2x + \cos x = 0$; 3) $\sin 3x = -\cos x$;

4) $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$

Уровень Б.

1) $\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$, $x \in (\frac{7\pi}{2}; \frac{11\pi}{2})$; 2) $\sin(2-x) = \frac{1}{2}$, $x \in (-1; 4)$;

3) $\sin x = \cos 4x$; 4) $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos x$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Что полезно иметь в виду при решении тригонометрических уравнений?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 45

Решение уравнений вида $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$.

Цель работы: решать уравнения вида $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Решите уравнение на указанном промежутке

1) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$, $x \in (0; 2\pi)$; 2) $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$, $x \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$; 3) $\operatorname{tg} (2x - 3) = -1$, $x \in (10; 11)$;

2. Решите уравнение.

1) $\operatorname{tg} x - 2 \sin x = 0$; 2) $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 2 \sin 5x$

Уровень Б.

1) $\operatorname{ctg} (3x - 2) = 1$, $x \in (3; 4)$;

2) $\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 5x$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как решаются основные типы тригонометрических уравнений?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 46

Основные методы решения тригонометрических уравнений.

Цель работы: научиться решать тригонометрические уравнения.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

Решите уравнение.

1) $3 \sin^2 x + \cos^2 x = 5 \cos x$; 2) $\frac{5}{2 \sin x + 1} + \sin x = 3$; 3) $\sin x + 2 \cos x = 0$

4) $\sin^2 x = 2 \cos^2 x + 2 \cos 2x$; 5) $\frac{1}{\cos x - 1} + \cos x + 2 = 0$; 6) $3 \sin x - \cos x = 0$

7) $\sin x \operatorname{tg} x = \frac{3}{2}$ 8) $2 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ 9) $\operatorname{ctg} 2x - \operatorname{tg} 2x = \frac{2}{3} \operatorname{tg} 4x$

Уровень Б.

1) $\cos^2 x - 4 \cos^2(\frac{x}{2}) - 1 = 0$ 2) $3 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x - 7 \cos^2 x = 0$

3) $1 - \cos x = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как, зная одно решение простейшего тригонометрического уравнения, найти все его решения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 47

Решение тригонометрических неравенств.

Цель работы: научиться решать тригонометрические неравенства.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Умение отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

Решите неравенства.

1) $\sin x \geq 0$; 2) $\cos 2x < 0$; 3) $\cos 2x \geq 1$; 4) $\sin 2x \leq -1$; 5) $\sin x < -\frac{1}{2}$; 2) $\sin x > -\frac{1}{2}$;

6) $\sin x > \frac{1}{4}$; 7) $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$

Уровень Б.

1) $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos x > -\frac{1}{2}$; 3) $\cos x < \frac{1}{3}$; 4) $\sin x < -\frac{1}{5}$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как решаются основные типы тригонометрических неравенств?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 48

Числовая последовательность, способы ее задания. Вычисление предела последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая последовательность.

Цель: научиться определять числовую последовательность, вычислять предел последовательности

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и

корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов. Ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

I. Запишите первые шесть членов последовательности, заданной различными способами:

- 1) a_n — n -е натуральное число, делящееся на 6;
- 2) a_n — n -е простое число;
- 3) a_n — n -е натуральное число, являющееся полным квадратом;
- 4) a_n — остаток от деления числа 2^n на n ;
- 5) a_n — остаток от деления на 5 числа 3^n ;
- 6) $a_n = 2^n + 1$;
- 7) $a_n = \frac{n-1}{n^2+1}$;
- 8) $a_{n+1} = 3a_n - n$; $a_1 = 2$;
- 9) $a_{n+1} = (-1)^n a_n + 4$; $a_1 = 2$;
- 10) $a_{n+1} = (a_n)^{0,5}$; $a_1 = 1024$.

II.

II. Изобразить на числовой прямой несколько членов последовательности $\{x_n\}$ и выяснить, к какому числу они приближаются:

$$1) x_n = \frac{1}{n} \quad 2) x_n = \frac{(-1)^n}{n} \quad 3) x_n = \frac{n+1}{n} \quad 4) x_n = \frac{n-2}{n}$$

III. Составьте одну из возможных формул n -го члена последовательности по первым пяти ее членам:

- 1) 0, 1, 2, 3, 4, ... ;
- 2) -1, -2, -3, -4, -5, ... ;
- 3) 5, 10, 15, 20, 25, ... ;
- 4) 6, 12, 18, 24, 30, ... ;
- 7) 3, 9, 27, 81, 243, ... ;
- 8) 9, 16, 25, 36, 49, ... ;
- 9) 5, 6, 7, 8, 9, ... ;
- 10) 10, 9, 8, 7, 6, ... ;
- 11) 4, 8, 12, 16, 20, ... ;

IV. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если:

$$1) b_1 = 3, q = \frac{1}{3}; \quad 2) b_1 = -1, q = 0,2; \quad 3) b_1 = -5, q = -0,1 \quad 4) b_1 = 2, q = -\frac{1}{3}$$

V. Вычислите:

$$1) 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots; \quad 2) 49 + 7 + 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \dots; \quad 3) 125 + 25 + 5 + 1 + \dots$$

VI. Вычислите пределы

A

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{x^2 + 1}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^3 - 1}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{x^3 + 1};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 + 2}.$$

Б

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin \frac{x}{2}}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + \sqrt{x} - 6}{x - 5\sqrt{x} + 6}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{2x + 1}}{x}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2^x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x} - \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x} \right); \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{2x + 1}}{\sin x}.$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 49

Геометрический и механический смысл производной.

Цель: научиться определять геометрический и механический смысл производной

Результаты:

предметные: - сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и

корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Изучение и формулирование механического и геометрического смысла производной, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1. Найдите тангенс угла между касательной к графику функции $y = h(x)$ в точке с абсциссой x_0 и осью x :

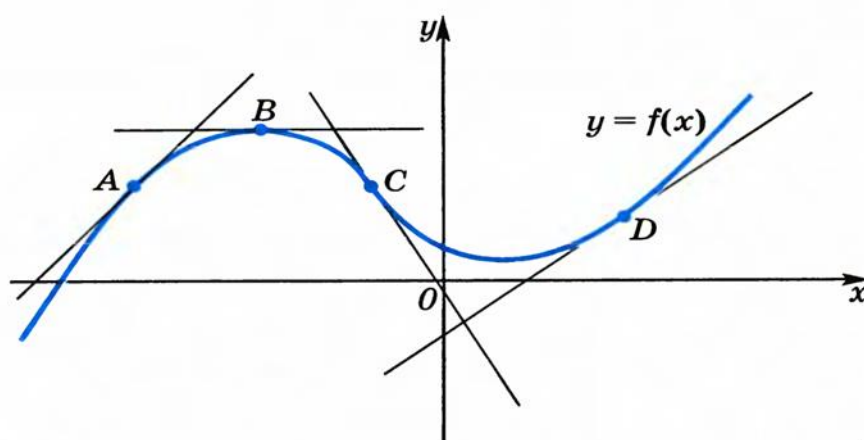
а) $h(x) = x^6 - 4x$, $x_0 = 1$;

2. б) $h(x) = \sqrt{x} - 3$, $x_0 = \frac{1}{4}$;

в) $h(x) = -x^5 - 2x^2 + 2$, $x_0 = -1$;

г) $h(x) = \frac{25}{x} + 2$, $x_0 = \frac{5}{4}$.

3. На рисунке 55 изображен график функции $y = f(x)$ и касательные к графику в точках A , B , C , D . Определить знак производной этой функции в точках A , B , C , D .



4. Определите знак углового коэффициента касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$, изображенному на заданном рисунке, в точках с абсциссами a , b , c :

а) рис. 41; б) рис. 42.

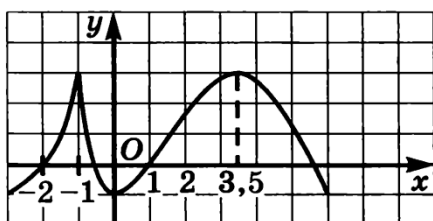


Рис. 43

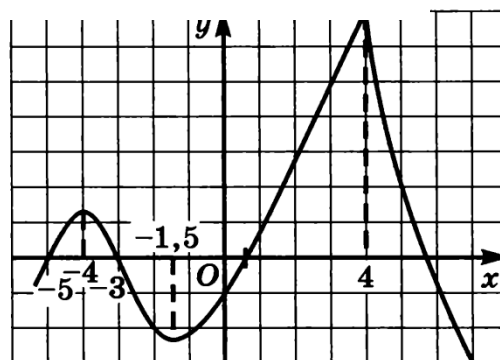


Рис. 44

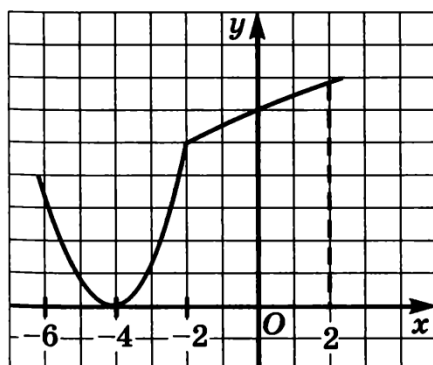


Рис. 45

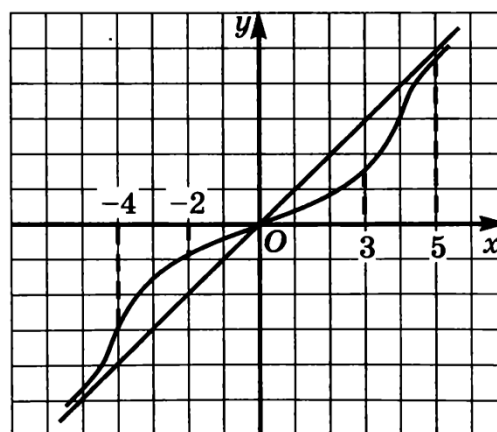


Рис. 46

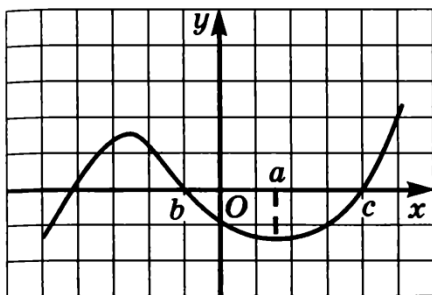


Рис. 41

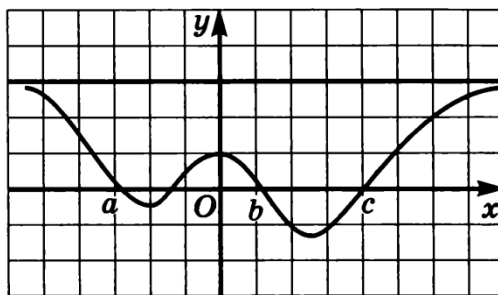


Рис. 42

5.

Укажите точки, в которых производная равна нулю, и точки, в которых производная не существует, если график функции изображен на заданном рисунке:

а) рис. 43; б) рис. 44; в) рис. 45; г) рис. 46.

6. а)

Закон движения тела задан формулой $s(t) = 0,5t^2 + 3t + 2$ (s — в метрах, t — в секундах). Какой путь пройдет тело за 4 с? Какова скорость движения в этот момент времени?

б) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9$ с.

в) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + 7t - 3$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 10$ с.

г) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 13t + 23$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?

д) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = (1/3)t^3 - 3t^2 - 5t + 3$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 50

Составление уравнения касательной в общем виде

Цель: Научиться решать задачи на составление уравнения касательной в общем виде

Результаты: предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Составление уравнения касательной в общем виде. Применение правил дифференцирования для составления уравнения касательной.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задача с решением: Написать уравнение касательной к графику функции $y=x^2$ в точке $x_0=3$. Сделать чертеж.

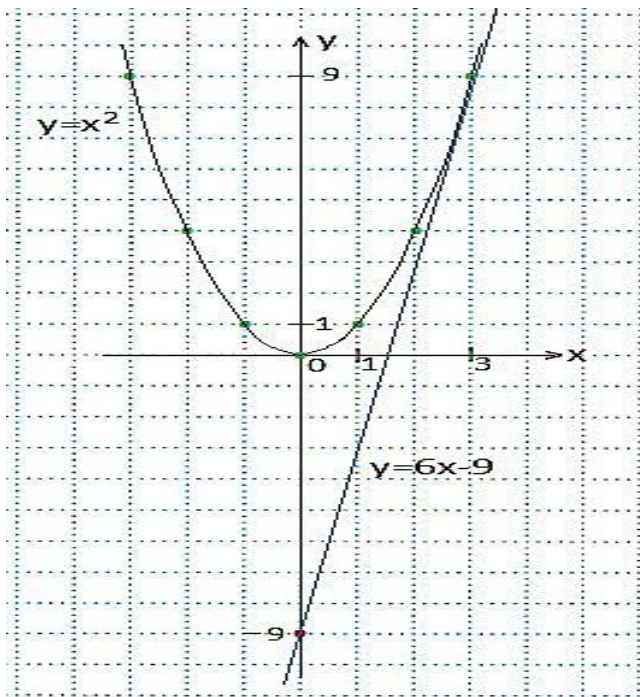
Решение. Запишем уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 в общем виде: $y=f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0)$.

Находим значение данной функции в точке с данной абсциссой: $f(x_0)=f(3)=3^2=9$.

Находим производную $f'(x)=(x^2)'=2x$ и находим значение этой производной при $x=3$.

Тогда $f'(x_0)=f'(3)=2 \cdot 3=6$.

Подставим найденные значения $f(x_0)=9$ и $f'(x_0)=6$ в уравнение касательной, получим: $y=9+6 \cdot (x-3)$; $y=9+6x-18$;
 $y=6x-9$ — искомое уравнение касательной.



Ответ: $y=6x-9$.

Написать уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если:

1) $f(x)=x^3+x^2+1$, $x_0=1$; 2) $f(x)=6x-3x^2$, $x_0=2$;

3) $f(x)=\frac{1}{x^3}$, $x_0=1$; 4) $f(x)=\frac{1}{x^2}$, $x_0=-2$;

5) $f(x)=\cos x$, $x_0=\frac{\pi}{3}$; 6) $f(x)=e^x$, $x_0=0$;

1. 7) $f(x)=\ln x$, $x_0=1$; 8) $f(x)=\sqrt{x}$, $x_0=1$.

2. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^5-32}{5}$ в точке его пересечения с осью абсцисс.

3. На графике функции $y = x(x^2 - 6x)$ найдите точки, в которых касательные к графику параллельны оси абсцисс.

Задача с решением:

Даны функции $f(x) = -x^2 - 2x - 3$ и $g(x) = x^2 + 4x + 6$. Напишите уравнение общей касательной к графикам функций $y=f(x)$ и $y=g(x)$.

Уравнение касательной - это уравнение прямой и имеет вид $y=kx+b$

Общая касательная пересекается с каждым графиком в одной точке. Тогда для первого графика точку пересечения с касательной можно найти из уравнения $-x^2-2x-3 = kx+b$, для второго графика из уравнения $x^2+4x+6 = kx+b$

1) $-x^2-2x-3 = kx+b$

$x^2+2x+3+kx+b = 0$

$$x^2 + (2+k)x + (3+b) = 0$$

Касательная имеет с графиком только одну общую точку, следовательно, корень уравнения должен быть один, а это возможно, когда дискриминант равен нулю.

$$D = (2+k)^2 - 4(3+b) = 0$$

$$2) x^2 + 4x + 6 = kx + b$$

$$x^2 + 4x + 6 = kx + b$$

$$x^2 + 4x + 6 - kx - b = 0$$

$$x^2 + (4-k)x + (6-b) = 0$$

$$\text{Приравниваем дискриминант к нулю: } D = (4-k)^2 - 4(6-b) = 0$$

Так как касательная общая, значит, дискриминанты обоих уравнений должны быть равны нулю вместе. Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} (2+k)^2 - 4(3+b) = 0; \\ (4-k)^2 - 4(6-b) = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 + 4k + k^2 - 12 - 4b = 0; \\ 16 - 8k + k^2 - 24 + 4b = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} k^2 + 4k - 8 - 4b = 0; \\ k^2 - 8k - 8 + 4b = 0 \end{cases}$$

Вычтем почленно из первого уравнения второе:

$$12k - 8b = 0, \quad b = 3k/2 - \text{подставим в первое уравнение:}$$

$$k^2 + 4k - 8 - 4 \cdot 3k/2 = 0$$

$$k^2 + 4k - 8 - 6k = 0$$

$$k^2 - 2k - 8 = 0$$

$$k_1 = -2, \quad k_2 = 4$$

$$b_1 = -2 \cdot 3/2 = -3, \quad b_2 = 4 \cdot 3/2 = 6$$

Решение состоит из двух пар чисел ($k=-2$; $b=-3$) и ($k=4$; $b=6$).

Это означает, что графики имеют две общие касательные, уравнения которых:

$$y = -2x - 3 \quad \text{и} \quad y = 4x + 6$$

4. Составьте уравнение общей касательной к графикам функций:

$$1) \quad y = x^2 \quad \text{и} \quad y = x^3.$$

2) $y = 2x^2 - 2x + 7$ и $y = 5 - x^2 + 2x$;

3) $y = 2x^2 + 2x + 9$ и $y = 6 - x^2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 51

Вычисление производных основных элементарных функций

Цель: научиться вычислять производные основных элементарных функций

Результаты: предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием производной. Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

1. Найти производную функции

$$\begin{array}{lll} 1) y = 4x^3; & 2) y = 3x^4; & 3) y = 4x^{3/4}; \\ 4) y = \sqrt[3]{x^2}; & 5) y = \sqrt[3]{8x}; & 6) y = \frac{1}{2} \sqrt[3]{x^2}. \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{lll} 1) y = \frac{2}{x^3}; & 2) y = \frac{2}{\sqrt{x}}; & 3) y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}; \\ 4) y = \frac{6}{\sqrt[3]{x^2}}; & 5) y = \frac{1}{\sqrt{4x^3}}; & 6) y = \frac{1}{\sqrt{x^{2/3}}}. \end{array}$$

3. Найти производную функции:

$$\begin{array}{llll} 1) x^2 + x; & 2) x^2 - x; & 3) 8x^2; & 4) -27x^2; \\ 5) -4x^3; & 6) 0,6x^3; & 7) 13x^2 + 26; & 8) 8x^2 - 16. \end{array}$$

Продифференцировать функцию:

$$\begin{array}{ll} 1) 3x^2 - 6x + 6; & 2) 6x^2 + 5x - 7; \\ 3) x + 12x^2; & 4) x - 8x^2; \\ 5) x^3 + 6x; & 6) -12x^3 + 18x; \\ 4. 7) 2x^3 - 8x^2 + 6x + 1; & 8) -3x^3 + 2x^2 - x - 5. \end{array}$$

Найти $f'(0)$ и $f'(2)$, если:

- 1) $f(x) = x^2 - 2x + 1$; 2) $f(x) = x^3 - 2x$;
5. 3) $f(x) = -x^3 + 2x^2$; 4) $f(x) = 3x^2 + x + 1$.

6. Найти производную функции:

- 1) а) $y = x^2 - 7x$; в) $y = 7x^2 + 3x$;
б) $y = \sqrt{x} - 9x^2$; г) $y = \sqrt{x} - 5x^2$.

- 2) а) $y = \frac{1}{x} + 4x$; в) $y = \frac{1}{x} - 6x$;
б) $y = -2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$; г) $y = 8\sqrt{x} + \frac{1}{x}$.

- а) $y = \sin x + 3$; в) $y = \cos x - 6$;
3) б) $y = 4 \cos x$; г) $y = -2 \sin x$.

- а) $y = \cos x + 2x$; в) $y = \sin x - 3x$;
4) б) $y = 3 \sin x + \cos x$; г) $y = 2 \cos x + \sin x$.

- 5) а) $x = x^9$; б) $y = x^{10}$; в) $x = x^{39}$; г) $y = x^{201}$.

- 1) $\ln x + \sin x$; 2) $e^x - \sin x$; 3) $\sqrt{x} - \cos x$;
4) $\frac{1}{x^2} + e^x$; 5) $\operatorname{tg} x + \ln x$; 6) $e^x - \operatorname{ctg} x$.
6)

Дана функция $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x$.

- 1) Используя определение производной, найти $f'(x)$.
7. 2) Найти значение $f'(x)$ в точке $x = 0, 1$.

8. Вычислите производную $f'(x)$ при данном значении аргумента x

- 1) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - x - 1$, $x = -1$;
2) $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 4x - 1$, $x = -1$;
3) $f(x) = 1 - x^2 + x^3 - x^4 + x^5$, $x = 2$.

Используя определение производной, найти производную функции:

- 1) $f(x) = 2x + 3$; 2) $f(x) = 5x - 6$;
9. 3) $f(x) = -3x^2 + 2$; 4) $f(x) = 3x^2 + 5x$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 52

Применение основных правил дифференцирования

Цель: научиться применять основные правила дифференцирования

Результаты предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

1. Найти производные функций:

1). а) $y = (x^2 - 1)(x^4 + 2)$; в) $y = (x^2 + 3)(x^4 - 1)$;

б) $y = (x^3 + 1)\sqrt{x}$; г) $y = \sqrt{x}(x^4 + 2)$.

2). а) $y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)(2x - 3)$; в) $y = \left(\frac{1}{x} + 8\right)(5x - 2)$;

3). б) $y = \sqrt{x} \cos x$; г) $y = \sqrt{x} \sin x$.

а) $y = x \operatorname{tg} x$; в) $y = x \operatorname{ctg} x$;

4). б) $y = \sin x \operatorname{tg} x$; г) $y = \cos x \operatorname{ctg} x$.

а) $y = \frac{x^3}{2x + 4}$; в) $y = \frac{x^2}{3 - 4x}$;

б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$; г) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

2. Вычислить значение производной функции:

1) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$, $x = -2$;

2) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 1}$, $x = 1$;

3) $f(x) = \frac{3x - 1}{2x + 1}$, $x = 2$.

4) $f'(2) - f'(-2)$, если $f(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$

5) $f'(0)$, если $f(x) = \frac{1-10^x}{1+10^x}$;

6) $f'(1)$; $f'(e)$; $f'\left(\frac{1}{e}\right)$; $f'\left(\frac{1}{e^2}\right)$, если $f(x) = x \cdot \ln x$;

3. Продифференцировать функции:

1) $\frac{1+\cos x}{\sin x}$; 2) $\frac{\sqrt{3x}}{3^x+1}$; 3) $\frac{x^2-2x+3}{x^2+4x+1}$; 4) $\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$.

1) $\frac{e^x-e^{-x}}{x}$; 2) $\frac{2^x-\log_2 x}{x \ln 2}$; 3) $\frac{\sin x - \cos x}{x}$; 4) $\frac{1-\sin 2x}{\sin x - \cos x}$.

4. Найдите производную функции:

1) $2 \cos 3x$; 2) $-5e^{2x}$; 3) $-4 \ln 2x$;
4) $-3 \sin 2x$; 5) $\frac{3}{10} e^{-2x}$; 6) $2e^x - 4e^{-2x}$.

5. Найдите производную функции:

1) $6x^4 - 9e^{3x}$; 2) $\frac{1}{4} x^8 + 3 \sin 3x$; 3) $3\sqrt[3]{x} - 4 \cos 4x$;
4) $\frac{5}{x^2} + 4e^{\frac{x}{4}}$; 5) $\frac{1}{3x^3} + \frac{1}{2} \ln 4x$; 6) $3 \operatorname{tg} 2x - 2\sqrt[3]{x}$.

6. Найти производную функции:

1) $y = x \sin x$; 2) $y = xe^{-x}$; 3) $y = (x+1)\sqrt{x}$; 4) $y = \frac{x}{x^2+1}$ 5) $y = \frac{\sin x}{x}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 53

Вычисление производных сложных функций

Цель: научиться вычислять производные сложных функций

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

Найти производные сложных функций:

I. 1) $(2x-1)^3$; 2) $(x+3)^2$; 3) $(3x^2-2x)^2$; 4) $(x^3-x^2)^3$;

5) $y=2^{3x+x^5+e^{-x^2}}+\frac{1}{x}$; 6) $y=\sqrt{x}\cdot e^{\sqrt{x}}$; 7) $y=(x+2)e^{-x^2}$; 8) $y=\sin(x^2+5x+2)$;

9) $y=\sqrt{1-x^2}$; 10) $y=\sqrt{2x-\sin 2x}$; 11) $f(x)=(3x^3-4x^2+2x-1)^2$;

12) $f(x)=(x^3-2x^2+3x+2)^3$.

II.

1) $\sqrt[3]{\frac{2x-1}{3}}+\ln \frac{2x+3}{5}$; 2) $\sqrt{\frac{1-x}{6}}-2\ln \frac{2-5x}{3}$;

3) $2e^{\frac{1-x}{3}}+3\cos \frac{1-x}{2}$; 4) $5\sin \frac{2x+3}{4}-4\sqrt{\frac{1}{x-1}}$;

5) $\sqrt[3]{\frac{1}{2-x}}-3\cos \frac{x-2}{3}$; 6) $6\sqrt[3]{\frac{1}{(2-x)^2}}+4e^{\frac{3-5x}{2}}$.

III.

1) $\log_2(x^3+4)$; 2) 2^{x^2+3x} ;
3) $\operatorname{tg}^2 2x$; 4) $\ln \frac{x-2}{x+2}$.

IV.

1) $\sqrt{x^2+1}\cdot \operatorname{ctg} 4x$; 2) $e^{\frac{x}{2}}\sin^3 3x$;
3) $\sqrt{x}\cdot \sin 4x$; 4) $e^{3-2x}\cdot \cos(3-2x)$.

5) $y=\frac{1}{2}\sin 4x$; 6) $y=(3-2x)^4$; 7) $y=\sqrt{4x+1}$; 8) $y=\sqrt[3]{(2x-1)^2}$

9) $y=\frac{\cos 2x}{3x}$; 10) $y=\frac{2\ln x+3}{x^2}$; 11) $y=(3x+5)\cos^2 x$; 12) $y=\frac{5\sin 3x}{6\cos 5x}$;

13) $y=(5x+7)^3\ln(5x+7)$

V.

$$1) y = \sqrt{3x^2 - \sqrt{x}}; 2) y = \frac{x \sin 4x}{\cos^2 2x}; 3) y = 2^{(x-1)^{\frac{5}{6}}}; 4) y = x^2 \cos 2x;$$

$$5) y = e^{\sin x}; 6) y = \frac{\ln(1-3x)}{1-3x}; 7) y = \arcsin 2x; 8) y = \operatorname{tg}^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right);$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 54

Исследование функции на монотонность

Цель: научиться исследовать функцию на монотонность

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения

поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Изучение теорем о связи свойств функции и производной, формулировка их. Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой. Установление связи свойств функции и производной по их графикам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1. Определите промежутки монотонности функции:

- 1) а) $y = x^2 - 5x + 4$; в) $y = -x^2 + 8x - 7$;
б) $y = 5x^2 + 15x - 1$; г) $y = x^2 - x$.
- 2) а) $y = x^3 + 2x$;
б) $y = 60 + 45x - 3x^2 - x^3$;
в) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$;
г) $y = -x^5 + 5x$.

2. Исследуйте функцию на монотонность:

1) а) $y = x^4 - 2x^2 - 3$; в) $y = -3x^4 + 4x^3 - 15$;

б) $y = -x^5 - x$; г) $y = 5x^5 - 1$.

а) $y = \frac{1}{x+3}$; в) $y = \frac{2}{x} + 1$;

2) б) $y = \frac{3x-1}{3x+1}$; г) $y = \frac{1-2x}{3+2x}$.

а) $y = \sqrt{3x-1}$; в) $y = \sqrt{1-2x}$;

3) б) $y = \sqrt{1-x} + 2x$; г) $y = \sqrt{2x-1} - x$.

3.

Докажите, что заданная функция возрастает:

а) $y = \cos x + 2x$; в) $y = \sin x + x^3 + x$;

б) $y = x^5 + 3x^3 + 7x + 4$; г) $y = x^5 + 4x^3 + 8x - 8$.

Докажите, что заданная функция убывает:

а) $y = \sin 2x - 3x$; б) $y = \cos 3x - 4x$.

Докажите, что функция монотонна на всей числовой прямой; укажите характер монотонности:

а) $y = x^5 + 6x^3 - 7$; в) $y = x - \cos x + 8$;

б) $y = \sin x - 2x - 15$; г) $y = 11 - 5x - x^3$.

4. 1) Докажите, что функция является монотонной на всей области определения

а) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 2$; б) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 5$; в) $y = x + \sin x$;

г) $y = \cos x + 3x$; д) $y = x + 2\ln(x+3)$.

2) Найдите промежутки возрастания (убывания) функции.

а) $y = x^3 + 6x^2 - 15x + 3$; б) $y = x^4 - 4x^2$; в) $y = x + \frac{16}{x}$;

г) $y = \frac{x^2-1}{x}$.

5.

1) Найдите промежутки монотонности функции.

а) $y = \frac{x^2 + x - 4}{x^2}$; б) $y = \frac{2x - 3}{x - 1}$; в) $y = (x - 2)e^{2x}$; г) $y = x - e^{2x}$.

2) При каких значениях параметра a функция $y = f(x)$ будет монотонна на области определения?

а) $f(x) = x^3 + ax$; б) $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax$; в) $f(x) = e^x - ax$;

г) $f(x) = \sin x + ax$.

6.

1) Найдите промежутки монотонности функции $y = f(x)$.

а) $f(x) = xe^{-5x}$; б) $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$; в) $y = e^{3x^2 + 2x - 1}$; г) $f(x) = 8^x - 32^x$.

2) Определите, при каких значениях параметров функция $y = f(x)$ обладает указанным свойством.

а) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2$ монотонно возрастает на множестве действительных чисел;

Определите, какой знак имеет производная функции $y = f(x)$ в точках с абсциссами a, b, c, d , если график функции изображен на рисунках:

7. а) рис. 47; б) рис. 48.

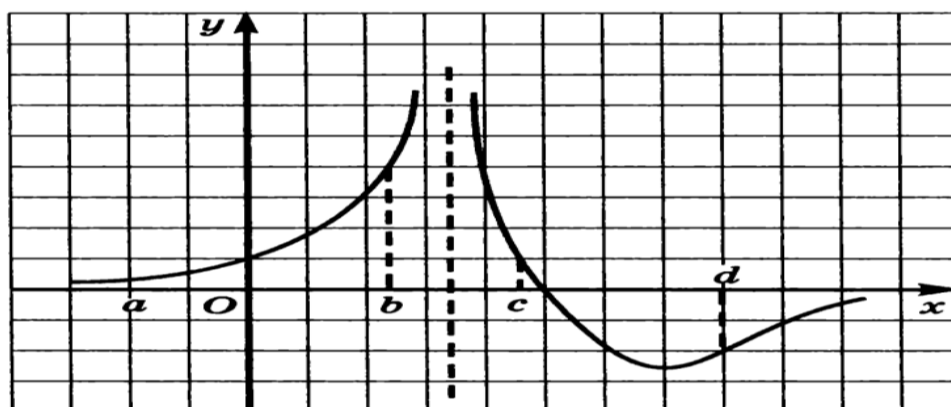


Рис. 47

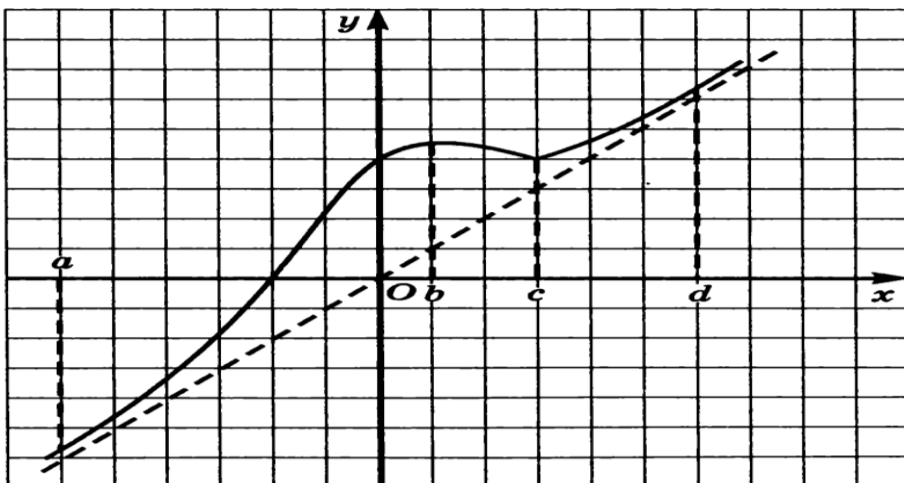


Рис. 48

8.

Определите промежутки возрастания и убывания функции, график которой изображен на рисунках:

а) рис. 47; б) рис. 48.

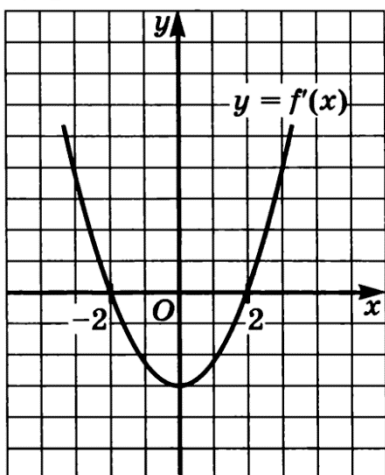


Рис. 49

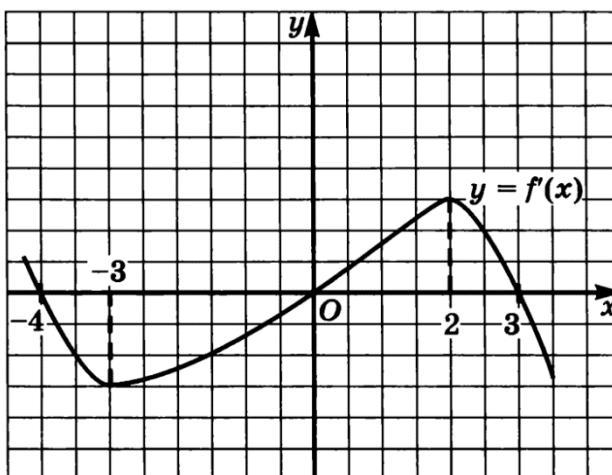


Рис. 50

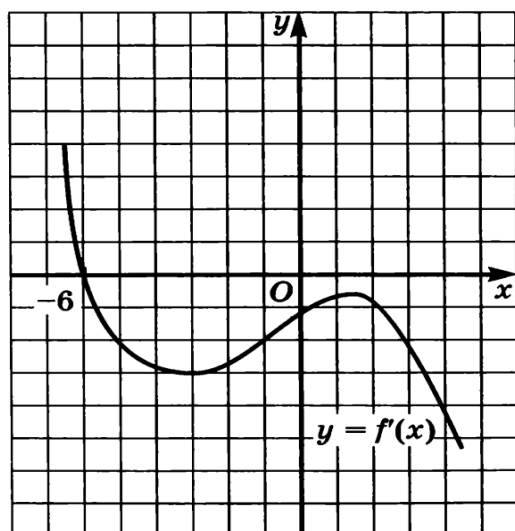


Рис. 51

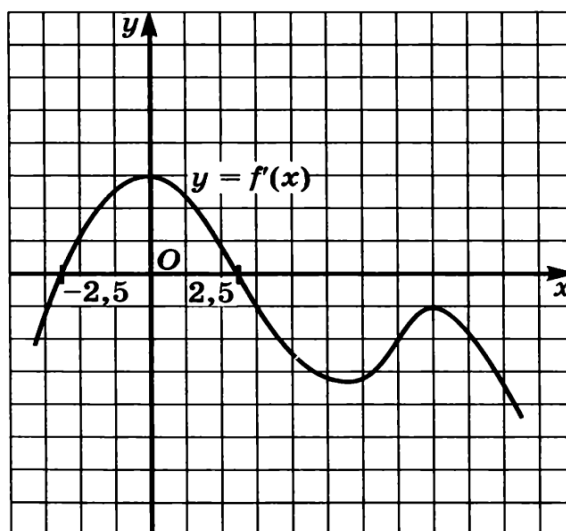


Рис. 52

9.

По графику производной, изображенному на рисунках, определите, на каких промежутках функция $y = f(x)$ возрастает, а на каких — убывает:

а) рис. 49; в) рис. 51;

б) рис. 50; г) рис. 52.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 55

Определение экстремумов функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Цель работы: научиться определять экстремумы функции и находить наибольшее и наименьшее значение

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения

поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

Виды деятельности:

Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите точки, в которых $f'(x)$ не существует:

- а) рис. 64; в) рис. 66;
1. б) рис. 65; г) рис. 67.

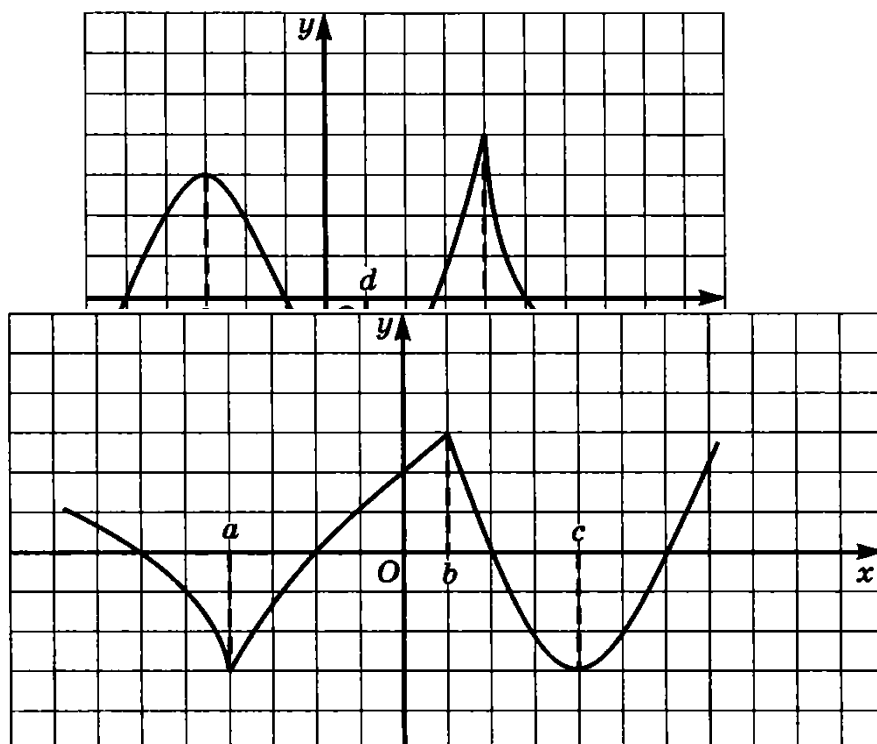


Рис. 65

2.

Сколько точек максимума имеет функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке:

а) рис. 64; в) рис. 66;

3. б) рис. 65; г) рис. 67.

Сколько точек минимума имеет функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке:

а) рис. 64; в) рис. 66;

б) рис. 65; г) рис. 67.

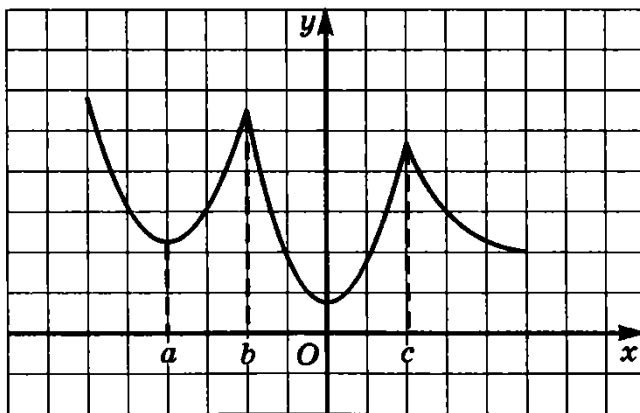


Рис. 66

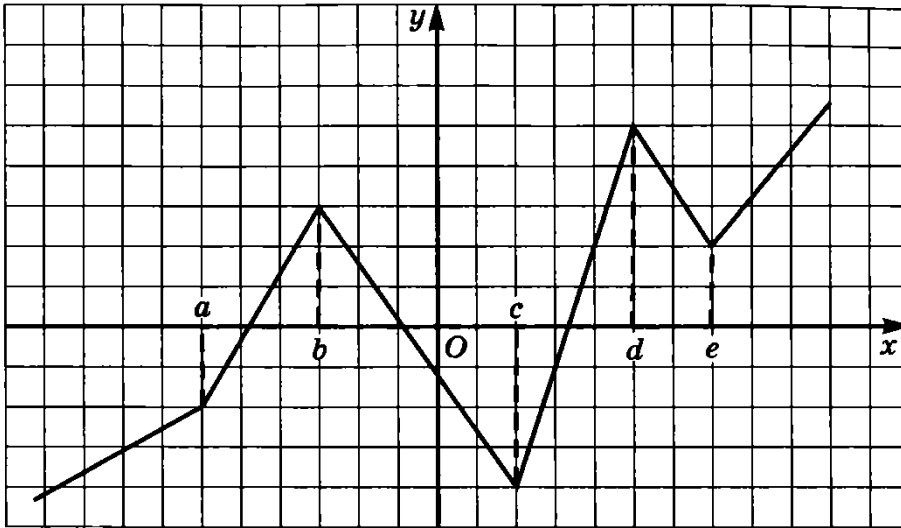


Рис. 67

Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер:

- а) $y = 7 + 12x - x^3$; в) $y = 3x^3 + 2x^2 - 7$;
 4. б) $y = 8 + 2x^2 - x^4$; г) $y = x^4 - 8x^2$.

- а) $y = 2x + \frac{8}{x}$; в) $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$;
 5. б) $y = \sqrt{2x - 1}$; г) $y = (x - 3)^4$.

- а) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1$;
 б) $y = x^3 - 27x + 26$;
 в) $y = x^3 - 7x^2 - 5x + 11$;
 6. г) $y = -2x^3 + 21x^2 + 19$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном отрезке:

- а) $y = 3x - 6$, $[-1; 4]$; в) $y = -0,5x + 4$, $[-2; 6]$;
 б) $y = -\frac{8}{x}$, $\left[\frac{1}{4}; 8\right]$; г) $y = \frac{3}{x}$, $[0,3; 2]$.

8.

- а) $y = 2 \sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$; в) $y = 6 \cos x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;
 б) $y = -2 \cos x$, $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$; г) $y = -0,5 \sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

9.

а) $y = \operatorname{tg} x, \left[-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}\right];$ в) $y = -2 \operatorname{tg} x, \left[0; \frac{\pi}{6}\right];$

б) $y = -3 \operatorname{tg} x, \left[\pi; \frac{4\pi}{3}\right];$ г) $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x, \left[-\pi; -\frac{3\pi}{4}\right].$

10.

а) $y = \sqrt{x}, [0; 9];$ в) $y = -\sqrt{x}, [4; 16];$

б) $y = \sqrt{-x}, [-4; 0];$ г) $y = -\sqrt{-x}, [-9; -4].$

а) $y = 12x^4, [-1; 2];$ в) $y = -3x^7, [0; 1];$

б) $y = -6x^5, [0,1; 2];$ г) $y = \frac{1}{9}x^4, [-1; 3].$

11.

а) $y = x^2 - 8x + 19, [-1; 5];$

б) $y = x^2 + 4x - 3, [0; 2];$

в) $y = 2x^2 - 8x + 6, [-1; 4];$

г) $y = -3x^2 + 6x - 10, [-2; 9].$

12.

Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном промежутке:

а) $y = x^3 - 2x^2 + 1, [0,5; +\infty);$

б) $y = x - 2\sqrt{x}, [0; +\infty);$

в) $y = \frac{1}{5}x^5 - x^2, (-\infty; 1];$

г) $y = \frac{x^4}{x^4 + 1}, (-\infty; +\infty).$

13. Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер

А

- 1) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4$; 2) $f(x) = x + \frac{1}{x}$; 3) $f(x) = 2 - 6x - 2x^3 + x^2$;
 4) $f(x) = x(x - 2)^2$; 5) $f(x) = 0,8x^5 + 4x^3 + 9x - 8$; 6) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$;
 7) $f(x) = xe^{-x}$; 8) $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

Б

- 1) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$; 2) $f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$; 3) $f(x) = x + \frac{1}{1 + x^2}$;
 4) $f(x) = x^2 \ln x$; 5) $f(x) = \frac{e^x}{x}$; 6) $f(x) = 2x + \sin x$;
 7) $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$; 8) $f(x) = (2x + 1)^4 - x$.

В

- 1) $f(x) = \sqrt{2 + 3x - x^2}$; 2) $f(x) = \ln(x^2 + 3x)$; 3) $f(x) = x^2 e^{x^2}$;
 4) $f(x) = x - 6 \sin \frac{x}{3}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 56

Исследование функции с помощью производной.

Цель работы: научиться исследовать функцию с помощью производной

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность;

Виды деятельности:

Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Найти вторую производную функции:

- | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $f(x) = \sin^2 x$; | 2) $f(x) = x^3 \sin x$; |
| 3) $f(x) = x^4 + 3x^2 - x + 1$; | 4) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 5x + 6$; |
| 1. 5) $f(x) = e^{\sin x}$; | 6) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$. |

Найти интервалы выпуклости вверх и интервалы выпуклости вниз функции:

2. 1) $f(x) = x^5 - 10x^2 + 3x + 1$; 2) $f(x) = x^4 - 6x^2 + 3x + 4$.

Найти точки перегиба функции:

- | |
|---|
| 1) $f(x) = \cos x, -\pi < x < \pi$; |
| 2) $f(x) = x^5 - 80x^2$; |
| 3) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$; |
| 3. 4) $f(x) = \sin x - \frac{1}{4} \sin 2x, -\pi < x < \pi$. |

Найти интервалы выпуклости вверх и интервалы выпуклости вниз функции:

1) $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^x$; 2) $f(x) = x^3 - 6x \ln x$.

Найти точки перегиба функции:

1) $f(x) = 12x^3 - 24x^2 + x + 5$; 2) $f(x) = x^4 - 12x^3 + 48x^2 + 3$;

4. 3) $f(x) = x^3 e^{-4x}$; 4) $f(x) = x^2 \ln x$.

5. Проведите исследование функции и постройте ее график по следующему плану:

- 1) найти область определения функции; выяснить, является ли функция четной (нечетной), периодической;
- 2) найти точки пересечения графика с осями координат и промежутки, на которых $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$;
- 3) найти асимптоты графика функции;
- 4) вычислить $f'(x)$, найти промежутки возрастания (убывания) функции и ее экстремумы;
- 5) вычислить $f''(x)$, определить направление выпуклости и найти точки перегиба;
- 6) изобразить график функции.

А

1) $y = 7 - 6x - x^2$; 2) $y = x^3 - 3x - 2$; 3) $y = x^4 - 2x^3 + 1$;
4) $y = \frac{x^4}{2} - 2x^2 - 6$; 5) $y = x + \frac{4}{x}$; 6) $y = 4x - \frac{1}{x}$; 7) $y = x - 3 - 2\sqrt{x}$;
8) $y = x + e^{-x}$; 9) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$; 10) $y = x^4 - 10x^2 + 9$.

Б

1) $y = x^2 + \frac{1}{x}$; 2) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$; 3) $y = \frac{x + 2}{x^2 - 9}$; 4) $y = \frac{1 - x}{(x - 2)^3}$;
5) $y = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$; 6) $y = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$; 7) $y = \frac{x^2}{x^3 - 1}$; 8) $y = \frac{-x}{x^2 + 4}$;
9) $y = x + \sin x$; 10) $y = x^4(x - 12)^2$.

В

1) $y = \frac{1}{(x - 1)(x - 4)}$; 2) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$; 3) $y = e^x \cos x$;
4) $y = 2 \ln x + x \left(\frac{x}{2} - 3 \right)$; 5) $y = 7 \cos \frac{x}{2} - x$; 6) $y = 2 \sin \frac{x}{3} - \frac{1}{3}$;
7) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$; 8) $y = \frac{x}{x^2 - 9}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 57

Использование производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах

Цель работы: научиться использовать производную для наилучшего решения в прикладных задачах.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Виды деятельности:

Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задача 1 (с решением).

Из всех прямоугольников данного периметра найти тот, у которого площадь наибольшая.

○ Пусть периметр прямоугольника равен p . Обозначим длину одной из сторон прямоугольника через x , тогда длина другой стороны равна $\frac{p-2x}{2} = \frac{p}{2} - x$. Обозначив площадь прямоугольника через y , имеем

$$y = x \left(\frac{p}{2} - x \right) = \frac{p}{2}x - x^2 \quad \left(0 < x < \frac{p}{2} \right).$$

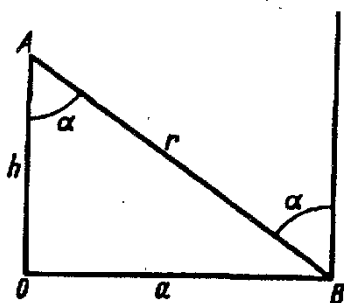
Исследуем функцию на максимум и минимум с помощью второй производной:

$$y' = \frac{p}{2} - 2x; \quad \frac{p}{2} - 2x = 0; \quad x = \frac{p}{4}; \quad y'' = -2.$$

Вторая производная отрицательна, следовательно, функция имеет максимум при $x = \frac{p}{4}$. Таким образом, из всех прямоугольников данного периметра наибольшую площадь имеет квадрат.

Задача 2 (с решением)

На какой высоте h надо повесить фонарь над центром круговой площадки радиуса a , чтобы площадка была максимально освещена у ее границы?



○ Из курса физики известно, что освещенность E обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света и прямо пропорциональна косинусу угла падения (угла, образованного нормалью к поверхности с направлением светового потока), т. е.

$$E = k \cdot \frac{\cos \alpha}{r^2},$$

где k зависит от силы источника света, помещенного в точке A (рис. 32). Из треугольника OAB имеем $\cos \alpha = h/r$ и $r = \sqrt{h^2 + a^2}$. Приняв h за независимую переменную, получим

$$E = k \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2} (h^2 + a^2)} = k \cdot \frac{h}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \quad (h > 0).$$

Исследуем функцию на экстремум с помощью первой производной:

$$\begin{aligned} E' &= k \cdot \frac{(h^2 + a^2)^{3/2} - \frac{3}{2}(h^2 + a^2)^{1/2} \cdot 2h \cdot h}{(h^2 + a^2)^3} = k \cdot \frac{(h^2 + a^2)^{1/2} (h^2 + a^2 - 3h^2)}{(h^2 + a^2)^3} = \\ &= k \cdot \frac{a^2 - 2h^2}{(h^2 + a^2)^{5/2}} = k \cdot \frac{\left(\frac{a}{\sqrt{2}} - h\right) \left(\frac{a}{\sqrt{2}} + h\right)}{(h^2 + a^2)^{5/2}}; \quad E' = 0 \text{ при } h = \frac{a}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Так как $E' > 0$ в промежутке $0 < h < a/\sqrt{2}$ и $E' < 0$ в промежутке $a/\sqrt{2} < h < \infty$, то при $h = a/\sqrt{2}$ функция имеет максимум, т. е. при значении $h = a/\sqrt{2} \approx 0,7a$ освещенность в точке B является наибольшей. ●

Задача 3 (с решением)

Закон прямолинейного движения задан уравнением $s = -t^3 + 9t^2 - 24t - 8$. Найти максимальную скорость движения тела

○ Скорость движения тела есть первая производная от пути по времени: $v=s'=-3t^2+18t-24$. Исследуем эту функцию на максимум и минимум с помощью второй производной:

$$v''=-6t+18; \quad -6t+18=0; \quad t=3; \quad v''=-6.$$

Вторая производная отрицательна, следовательно, скорость является наибольшей при $t=3$. Найдем значение скорости в момент $t=3$:

$$v(3)=-3 \cdot 3^2+18 \cdot 3-24=3 \text{ (м/с)}. \quad \bullet$$

4. Произведение двух положительных чисел равно a . Чему равны числа, если их сумма является наименьшей?

5. В полукруг радиуса R впишите прямоугольник наибольшей площади.

6. В прямоугольный треугольник, катеты которого равны a и b , вписан прямоугольник наибольшей площади так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе. Найти длины сторон прямоугольника.

7. Закон прямолинейного движения тела задан уравнением

$s=-t^3+3t^2+9t+3$. . Найдите максимальную скорость движения тела (s —в метрах, t —в секундах).

8. Закон движения тела, брошенного вертикально вверх,

задан уравнением $s=v_0t-0,5gt^2$. Найдите наибольшую высоту подъема тела.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 58

Вычисление первообразной для данной функции

Цель работы: научиться вычислять первообразную для данной функции.

Результаты:

предметные:

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах,

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием первообразной. Изучение правила вычисления первообразной.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Найти первообразные для функции:

- 1) $2x^5 - 3x^2$; 2) $5x^4 + 2x^3$; 3) $3x^3 + 2x - 1$;
4) $6x^2 - 4x + 3$; 5) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$; 6) $4\sqrt[3]{x} - 6\sqrt{x}$;
7) $\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}$; 8) $\frac{2}{x^3} - \frac{3}{x}$.
1.
1) $5\sin x + 2\cos x$; 2) $3e^x - \sin x$;
3) $1 + 3e^x - 4\cos x$; 4) $\frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x} - 2e^x$.
2.
1) $(x+1)^3$; 2) $(x-2)^4$; 3) $\frac{2}{\sqrt{x-2}}$; 4) $\frac{3}{\sqrt[3]{x+3}}$;
5) $\frac{1}{x-1} + 4\cos(x+2)$; 6) $\frac{3}{x-3} - 2\sin(x-1)$.
3.
1) $\cos(3x+4)$; 2) $\sin(3x-4)$; 3) $\cos\left(\frac{x}{2} - 1\right)$;
4) $\sin\left(\frac{x}{4} + 5\right)$; 5) $e^{\frac{x+1}{2}}$; 6) e^{3x-5} .
4.

5. Вычислите первообразные данных функций

А

- 1) $x^2 + 1$; 2) $3x^2 + 4x - 3$; 3) $4x^3 + x - 5$; 4) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - 3$;
5) $\frac{x^2 + x - 3}{3}$; 6) $2 \sin x - 3 \cos x$; 7) $3e^x - x + 1$;
8) $x\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$; 9) $\frac{x^2 - 1}{x}$; 10) $\frac{\sqrt{x} + x - 1}{x}$.

Б

- 1) $(2x - 1)^5$; 2) $3 \sin(3x)$; 3) $e^{2x} - (2x)^{-2}$; 4) $\frac{x^2 + 4\sqrt{x} - 3}{4x^3}$; 5) $\frac{1}{2x + 1}$;
6) $\sin \frac{x}{2}$; 7) $\frac{x + 1}{2x^2}$; 8) $2e^{2x-3}$; 9) $\sqrt{3x - 4}$; 10) $(2^x + 1)^2$.

В

- 1) $3x^3 + 4x\sqrt{x} + \frac{1}{2x + 3}$; 2) $3 \sin(3x) + \cos(2x - 4)$;
3) $4x^3 + x + \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$; 4) $\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x^3} - \cos x \sin x$; 5) $\frac{2}{1 + 4x^2}$;
6) $3 \cos(2x) + \frac{1}{x + 4}$; 7) $\frac{1}{1 + x^2}$; 8) $xe^{x^2+1} + 0,5$; 9) $8 \sin^4 2x$;
10) $x\sqrt{x} + e^{-2x-1}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 59

Применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Цель работы: научиться применять интеграл для вычисления физических величин и площадей

Результаты:

предметные:

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах,

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием интеграла. Изучение теоремы Ньютона— Лейбница. Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1.

Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x=a$, $x=b$, осью Ox и графиком функции $y=f(x)$, если:

1) $a=3$, $b=4$, $f(x)=x^2$;

2) $a=0$, $b=2$, $f(x)=x^3+1$;

3) $a=1$, $b=8$, $f(x)=\sqrt[3]{x}$;

4) $a=4$, $b=9$, $f(x)=\sqrt{x}$;

5) $a=\frac{\pi}{3}$, $b=\frac{2\pi}{3}$, $f(x)=\sin x$;

6) $a=-\frac{\pi}{6}$, $b=0$, $f(x)=\cos x$.

2.

Найти площадь фигуры, ограниченной прямой $x=b$, осью Ox и графиком функции $y=f(x)$, если:

- 1) $b=3, f(x)=x^2$; 2) $b=2, f(x)=x^3$;
- 3) $b=4, f(x)=\sqrt{x}$; 4) $b=8, f(x)=\sqrt[3]{x}$;
- 5) $b=2, f(x)=5x-x^2$; 6) $b=3, f(x)=x^2+2x$;
- 7) $b=1, f(x)=e^x-1$; 8) $b=2, f(x)=1-\frac{1}{x}$.

3. Вычислите интеграл:

- 1) $\int_0^3 x^2 dx$; 2) $\int_{-2}^3 2x dx$; 3) $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$; 4) $\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.
- 1) $\int_1^e \frac{1}{x} dx$; 2) $\int_0^{\ln 2} e^x dx$; 3) $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin x dx$; 4) $\int_{-3\pi}^0 \cos 3x dx$.
- 1) $\int_{-3}^2 (2x-3) dx$; 2) $\int_{-2}^{-1} (5-4x) dx$; 3) $\int_{-1}^2 (1-3x^2) dx$;
- 4) $\int_{-1}^1 (x^2+1) dx$; 5) $\int_1^2 (2x+3x^2) dx$; 6) $\int_{-2}^0 (9x^2-4x) dx$;
- 7) $\int_{-2}^{-1} (6x^2+2x-10) dx$; 8) $\int_0^2 (3x^2-4x+5) dx$.

4.

Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)$ (м/с). Вычислить путь, пройденный телом за промежуток времени от $t=t_1$ до $t=t_2$, если:

- 1) $v(t)=3t^2+1, t_1=0, t_2=4$;
- 2) $v(t)=2t^2+t, t_1=1, t_2=3$;
- 3) $v(t)=6t^2+4, t_1=2, t_2=3$;
- 4) $v(t)=t^2-t+3, t_1=0, t_2=5$.

Скорость прямолинейно движущегося тела $v(t)=4t-t^2$. Вычислить путь, пройденный телом от начала движения до остановки.

Оформите отчет и сдайте преподавателю.

ЛИТЕРАТУРА

3. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ

3.1. Основные печатные издания

1. Башмаков, М. И. Математика : учебник / М. И. Башмаков. – 5-е изд., стер. – Москва : Академия, 2018. – 254 с. : ил. – (Профессиональное образование). – URL: <https://academia-moscow.ru/reader/?id=351069> (дата обращения: 12.03.2020). – ISBN 978-5-4468-7084-4. – Текст : электронный.

3.2. Основные электронные издания

1. Учебный онлайн курс. Алгебра и начала математического анализа, 10 класс. Базовый уровень // Мобильное электронное образование: [сайт]. – 2022. - URL: <https://k05ui.mob-edu.ru/ui/#/course/12> (дата обращения: 31.01.2023). - Режим доступа: для зарегистрир. пользователей
2. Учебный онлайн курс. Алгебра и начала математического анализа, 10 класс. Углублённый уровень // Мобильное электронное образование: [сайт]. – 2022. - URL: <https://k05ui.mob-edu.ru/ui/#/course/13> (дата обращения: 31.01.2023). - Режим доступа: для зарегистрир. пользователей
3. Учебный онлайн курс. Алгебра и начала математического анализа, 11 класс. Базовый уровень // Мобильное электронное образование: [сайт]. – 2022. - URL: <https://k05ui.mob-edu.ru/ui/#/course/14> (дата обращения: 31.01.2023). - Режим доступа: для зарегистрир. пользователей
4. Учебный онлайн курс. Алгебра и начала математического анализа, 11 класс. Углублённый уровень // Мобильное электронное образование: [сайт]. – 2022. - URL: <https://k05ui.mob-edu.ru/ui/#/course/15> (дата обращения: 31.01.2023). - Режим доступа: для зарегистрир. пользователей

3.3. Дополнительные источники

1. Электронный учебный курс. Математика // Дистанционное обучение в ЮУрГТК: [сайт]. – 2023. - URL: <https://dom.sustec.ru/course/view.php?id=362> (дата обращения: 24.01.2023). – Режим доступа: для зарегистрир. Пользователей