

Министерство образования и науки Челябинской области  
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
**«Южно-Уральский государственный технический колледж»**

## **«Техническая механика»**

Методические рекомендации к выполнению  
практических работ

для специальности 15.02.12

«Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного  
оборудования (по отраслям)  
ФП «Профессионалитет»

Челябинск 2023 г.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению практических работ предназначены для студентов специальности 15.02.12 «Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного оборудования» (по отраслям)

Практические работы являются важным элементом изучения дисциплины. В результате выполнения практических работ студенты систематизируют и закрепляют теоретический материал, формируют элементы общих и профессиональных компетенций.

Программой учебной дисциплины предусмотрено выполнение практических работ в объеме 45 часов, направленных на формирование:

### *элементов следующих компетенций:*

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста

ПК 1.2. Проводить монтаж промышленного оборудования в соответствии с технической документацией

ПК 1.3. Производить ввод в эксплуатацию и испытания промышленного оборудования в соответствии с технической документацией

ЛР 4. Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям, осознающий ценность собственного труда, стремящийся к формированию в сетевой среде личностного и профессионального конструктивного «цифрового следа».

ЛР 7. Осознающий приоритетную ценность личности человека,

уважающий собственную и чужую уникальность в различных ситуациях во всех формах и видах деятельности

**умений:**

- производить расчеты механических передач и простейших сборочных единиц;
- читать кинематические схемы;
- определять напряжения в конструкционных элементах.

**знаний:**

- виды механизмов, их кинематические и динамические характеристики;
- основы расчетов механических передач и простейших сборочных единиц общего назначения;
- методику расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации.

Все практические работы содержат наименование, цель, перечень элементов формируемых умений, знаний, краткий теоретический материал, ход выполнения работы, форму отчета, контрольные вопросы (с целью выявления и устранения недочетов в освоении материала).

В практических работах приведены варианты индивидуальных заданий. Некоторые практические работы носят комплексный характер, т.е. результаты предыдущих практических работ являются исходными данными для выполнения последующих. В данных методических рекомендациях приведены работы, содержание которых предусматривает выполнение заданий второго уровня усвоения.

Отчеты студентов по практическим работам выполняются на листах формата А4 в соответствии с формами отчетов, приведенными в методических рекомендациях.

## Перечень практических работ

№ работы	Тема практических работ	Кол. часов
1	Определение равнодействующей плоской сходящейся системы сил	2
2	Определение реакций связей	2
3	Определение реакций опор балочных систем	4
4	Определение центра тяжести составного сечения	2
5	Определение параметров движения точки	3
6	Построение эпюр продольных сил и нормальных напряжений, определение абсолютного удлинения бруса	2
7	Расчеты элементов конструкций на прочность и жесткость при растяжении (сжатии)	2
8	Выполнение расчетов шпоночных соединений на срез и смятие	3
9	Определение главных центральных моментов инерции составных сечений	3
10	Выполнение расчетов на прочность и жесткость при кручении	4
11	Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов	4
12	Расчеты на прочность при изгибе	2
13	Кинематический и динамический расчет многоступенчатого привода	3
14	Расчет ременной передачи	3
15	Расчет цилиндрической зубчатой передачи на контактную прочность	3
16	Подбор подшипников для тихоходного вала редуктора	3
	<b>всего</b>	<b>45</b>

## Практическая работа №1.

### Определение величины и направления равнодействующей плоской системы сходящихся сил.

**Цель:** освоение методики определения равнодействующей силы системы сходящихся сил

**Умения (элементы):** -проводить расчеты элементов конструкций на прочность

**Знания:** - производить расчеты простейших сборочных единиц (определение нагрузок);

### Теоретический материал

Система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости и пересекаются в одной точке, называется плоской системой сходящихся сил. Задачу определения равнодействующей плоской системы сходящихся сил можно решать двумя способами: графическим и аналитическим.

При *графическом* методе с помощью линейки, треугольника, циркуля и транспортира строят многоугольник сил. Для системы сил вектор равнодействующей силы можно определить, построив силовой многоугольник, который получается путем добавления каждого последующего вектора к концу предыдущего. При этом вектор равнодействующей силы имеет начало в начале первой силы и конец - в конце последней силы (рисунок 1). Последовательность сложения векторов сил не влияет на окончательный результат. Модуль равнодействующей силы определяется измерением замыкающей стороны построенного многоугольника с учетом выбранного масштаба построения.

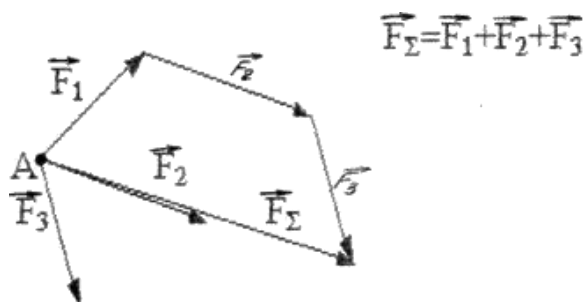


Рисунок 1 - Силовой многоугольник

Помимо графического метода равнодействующую силу находят *аналитическим* методом (методом проекций). В основе данного метода лежит методика определения проекции векторов сил на оси X, Y.

*Величина проекции силы на ось определяется произведением модуля силы на косинус острого угла между вектором силы и соответствующей осью:*

$$F_x = F \cdot \cos \alpha, \quad F_y = F \cdot \cos \beta$$

где  $\alpha$ - острый угол между вектором силы F и осью X,

$\beta$  – острый угол между вектором силы F и осью Y,

*Условное правило знаков:* проекция положительна, если направление вектора силы совпадает с положительным направлением оси; проекция отрицательна, если направление вектора силы противоположно положительному направлению оси.

При этом следует выделить следующие частные случаи (рисунок 2) :

1. если сила параллельна оси, то ее проекция на эту ось равна величине вектора силы;
2. если сила перпендикулярна оси, то ее проекция на эту ось равна нулю, так, например:



$$F_{1X} = F_1; \quad F_{2X} = 0; \quad F_{3X} = -F_3$$

$$F_{1Y} = F_{3Y} = 0; \quad F_{2Y} = -F_2$$

Рисунок 2 - Частные случаи

определения проекций силы на ось

Определив проекции сил, образующих систему, на оси прямоугольной системы координат, можно найти величину и направление равнодействующей силы:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{\sum F_{ix}^2 + F_{iy}^2},$$

ГДЕ  $\sum F_{ix}$  - Сумма проекций всех сил на ось X,

$\sum F_{iy}$  - Сумма проекций всех сил на ось Y.

Направление вектора равнодействующей силы:  $\alpha = \arcsin \sum F_{iy} / F_{\Sigma}$ .

**Задание к практической работе:** Изобразить систему 4-х сходящихся сил с указанием модуля каждой силы и углов между силами. Определить величину и направление равнодействующей силы изображенной системы сил графическим и аналитическим методами. Результаты проанализировать.

### Ход выполнения работы

1. Вычертить систему сходящихся сил в соответствии с заданием.

2. Определить равнодействующую силу графическим методом:

2.1. Выбрать масштаб построения.

2.2. Построить для заданной системы сил силовой многоугольник.

2.3. Измерить длину вектора равнодействующей силы и в соответствии с выбранным масштабом вычислить ее модуль.

3. Определить равнодействующую силу аналитическим методом:

3.1. Поместить начало прямоугольной системы координат XOY в точку приложения сил.

3.2. Определить проекцию равнодействующей силы на ось X;

$$\sum F_{ix} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x} \dots$$

3.3. Определить проекцию равнодействующей силы на ось Y:

$$\sum F_{iy} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y} \dots$$

3.4. Определить величину вектора равнодействующей силы:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{\sum F_{ix}^2 + \sum F_{iy}^2}$$

3.5. Определить направление вектора равнодействующей силы:

$$\alpha = \arcsin \sum F_{iy} / F_{\Sigma}$$

4. Определить погрешность графического метода

$$\Delta F_{\Sigma} = \frac{F_{\Sigma}^{an} - F_{\Sigma}^{zp}}{F_{\Sigma}^{an}} \cdot 100\%$$

5. Сформулировать вывод по работе.

6. Ответить на контрольные вопросы:

- 1). Назовите способы определения равнодействующей силы.
- 2). Сформулируйте сущность равнодействующей силы.
- 3). При каких условиях проекция силы на ось будет равна нулю? самой силе?
- 4). Сформулируйте условное правило знаков проекции силы на ось.

### **Структура отчета по работе**

1. Номер и название практической работы.
2. Цель.
3. Задание к практической работе.
4. Система сходящихся сил.
5. Определение равнодействующей силы графическим методом.
  - 5.1. Масштаб построения силового многоугольника
  - 5.2. Силовой многоугольник
  - 5.3. Результат графического метода.
6. Определение равнодействующей аналитическим методом.
  - 6.1 Расчет проекций сил на ось  $X$ .
  - 6.2. Расчет величины проекции равнодействующей силы на ось  $X$ .
  - 6.3. Расчет проекций сил на ось  $Y$ .
  - 6.4. Расчет величины проекции равнодействующей силы на ось  $Y$ .
  - 6.5. Расчет величины модуля вектора равнодействующей силы .
  - 6.6. Определение направления вектора равнодействующей силы.
7. Анализ полученных результатов.
8. Вывод по работе.
9. Ответы на контрольные вопросы.



## Практическая работа №2.

### Определение реакций связей.

**Цель:** освоение методики определения реакций связей стержневой системы.

**Умения** (элементы):— *определять напряжения в конструктивных элементах (определять проекции сил на ось)*

**Знания:** - *производить расчеты простейших сборочных единиц (определение нагрузок в подшипниках);.*

### Теоретический материал

Система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости и пересекаются в одной точке, называется плоской системой сходящихся сил.

Условие равновесия для данной системы сил в аналитической форме можно сформулировать следующим образом: *Плоская система сходящихся сил находится в равновесии, если равнодействующая сила системы равна нулю.*

Система уравнений равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0. \end{cases}$$

*Величина проекции силы на ось равна произведению модуля силы на косинус острого угла между вектором силы и осью (рис.1). Проекция силы на ось имеет знак: положительный при одинаковом направлении вектора силы и оси и отрицательный при направлении вектора силы противоположно положительному направлению оси.*

Частные случаи определения проекции силы на ось:

1. если сила *параллельна* оси, то ее проекция на эту ось *равна величине вектора силы*(рис.1);

2. если сила *перпендикулярна* оси, то ее проекция на эту ось *равна нулю* (рис.1):

$$F_{1x} = F_1 \cos \alpha_1 > 0; \quad F_{2x} = - F_2 \cos \beta_2; \quad F_{3x} = 0; \quad F_{4x} = - F_4.$$

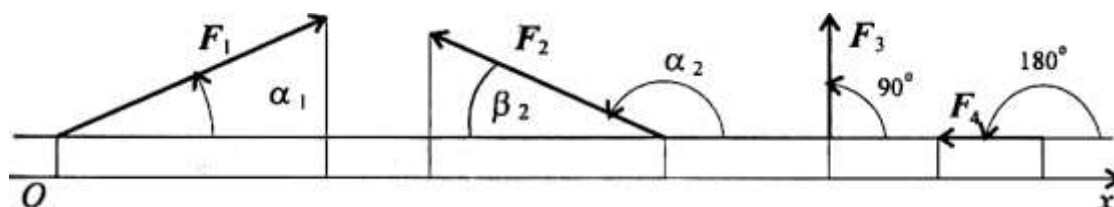


Рисунок 1. Проекция силы на ось.

В данной практической работе используя уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил требуется определить реакции двух шарнирно соединенных между собой стержней, удерживающих грузы.

**Пример.** Определить реакции стержней, удерживающих грузы

$F_1 = 70$  кН и  $F_2 = 100$  кН (рис. 2, а).

Решение. I. Рассматриваем равновесие шарнира В (рис.1,а)

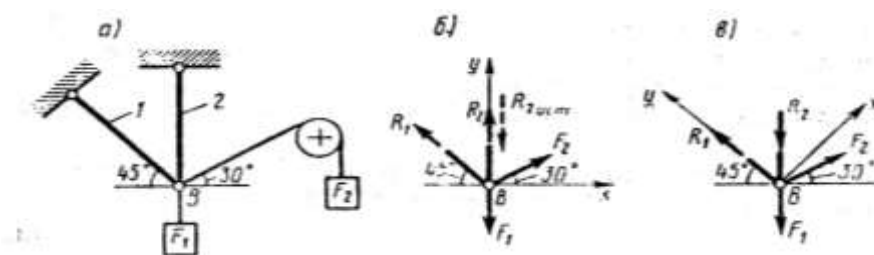


Рисунок 2. Схема расчета к примеру.

2. Освобождаем шарнир В от связей и изображаем действующие на него активные силы  $F_1$ ,  $F_2$ .

3. Заменяем связи их реакциями  $R_1$ ,  $R_2$

4. Выбираем систему координат, совместив ось у по направлению  $R_2$  (рис.2,б) и составляем уравнения равновесия для системы сил, действующих на шарнир В:

$$\sum F_{ix} = F_2 \cdot \cos 30^\circ - R_1 \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = -F_1 + F_2 \cdot \cos 60^\circ + R_2 + R_1 \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad (2)$$

5. Определяем реакции стержней  $R_1$  и  $R_2$ , кН:

Из уравнения (1)

$$R_1 = \frac{F_2 \cdot \cos 30^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{100 \cdot 0,866}{0,707} = 122 \text{ кН}$$

Подставляя найденное значение  $R_1$  в уравнение (2), получаем

$$R_2 = F_1 - F_2 \cdot \sin 30^\circ - R_1 \cdot \sin 45^\circ = 70 - 100 \cdot 0,5 - 122 \cdot 0,707 = -66,6 \text{ кН}$$

Знак минус перед значением  $R_2$  указывает на то, что первоначально выбранное направление реакции неверно, следует направить реакцию  $R_2$  в противоположную сторону, т.е. к шарниру В (на рис. 2,б) (истинное направление реакции  $R_2$  показано штриховым вектором).

6. Проверяем правильность полученных результатов, выбрав новое расположение осей координат  $X_1, Y_1$  (рис. 2, в). Относительно этих осей составляем уравнения равновесия:  $\Sigma F_{ix1} = -R_2 \cdot \cos 45^\circ + F_2 \cdot \cos 15^\circ - F_1 \cdot \cos 45^\circ = 0$ , (3)

$$\Sigma F_{iy1} = R_1 - F_1 \cdot \cos 45^\circ - R_2 \cdot \cos 45^\circ - F_2 \cdot \cos 75^\circ = 0. \quad (4)$$

Из уравнения (3) находим

$$R_2 = \frac{F_2 \cdot \cos 15^\circ - F_1 \cdot \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{100 \cdot 0,965 - 70 \cdot 0,707}{0,707} = 66,6 \text{ кН}$$

Подставляя найденное значение  $R_2$  в уравнение (4), получаем

$$R_1 = 70 \cdot 0,707 + 66,6 \cdot 0,707 + 100 \cdot 0,258 = 122 \text{ кН}$$

Значения реакций  $R_1$  и  $R_2$ , полученные при решении уравнений (1) и (2), совпадают по величине и направлению со значениями, найденными из уравнений (3) и (4), следовательно, задача решена правильно.

**Задание к практической работе:** Определить реакции стержней (рис.3).

Таблица 1. Исходные данные к практической работе №2.

№ варианта	№ схемы	$F_1$ кН	$F_2$ кН	№ варианта	№ схемы	$F_1$ кН	$F_2$ кН
1	2	3	4	14	2	3	4
2	1	2	3	15	4	20	22
3	2	4	5	16	5	2	4
4	3	6	7	17	6	5	6
5	4	8	9	18	7	8	4
6	5	10	11	19	8	12	15
7	6	20	30	20	4	2	3
8	7	22	24	21	7	4	5
9	8	8	10	22	1	7	8
10	4	5	6	23	2	12	10
11	6	4	7	24	3	6	8
12	1	10	12	25	4	2	5
13	2	8	10	26	5	3	5

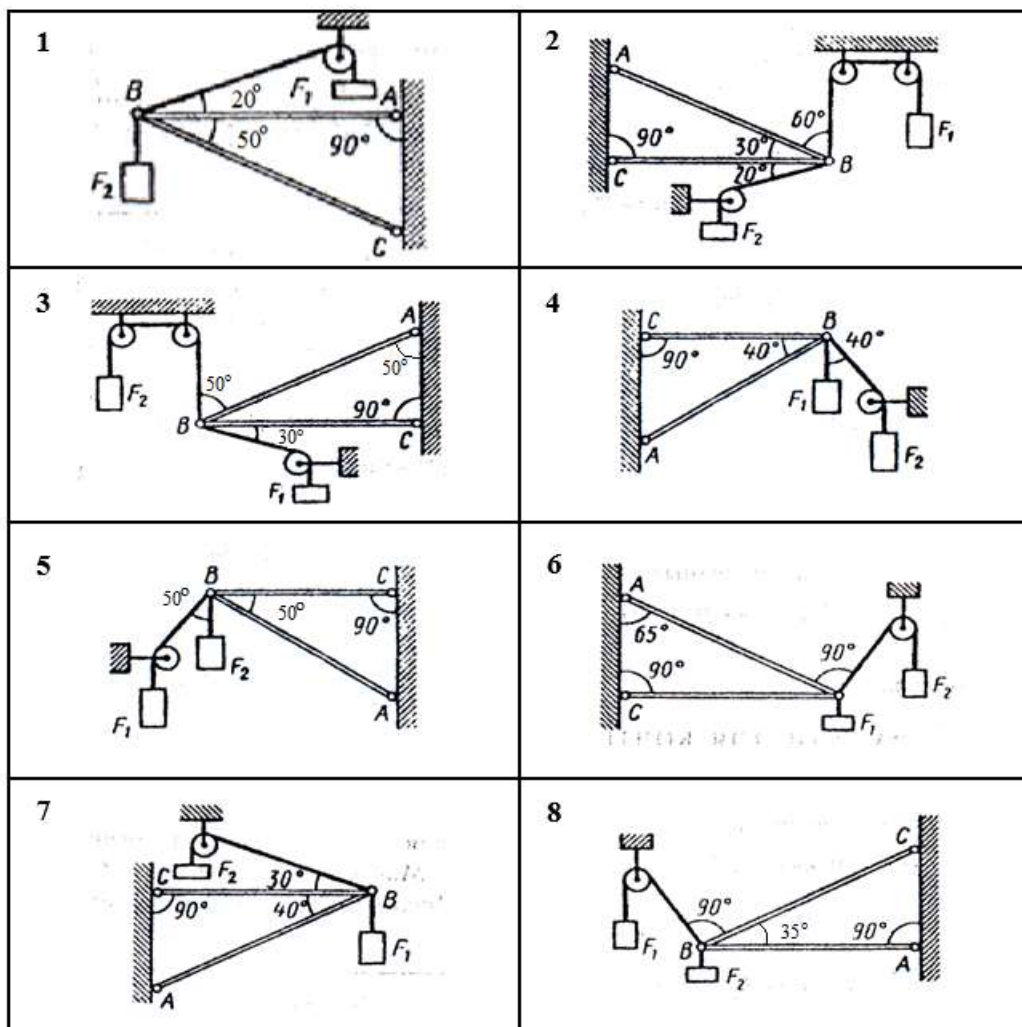


Рисунок 3. Схемы стержней к практической работе №2

### Контрольные вопросы:

1. Запишите формулы для определения проекции силы на ось.
2. При каких условиях проекция силы на ось будет равна нулю? величине силы?
3. Сформулируйте условное правило знаков проекции силы на ось.
4. Запишите условие и уравнения равновесия плоской сходящейся системы сил.

### Ход выполнения работы

1. Выбрать тело (точку), равновесие которого следует рассматривать.
2. Освободить тело от связей и изобразить действующие на него активные силы и реакции отброшенных связей.

3. Выбрать оси координат и составить уравнения равновесия, используя уравнения равновесия системы сходящихся сил.
4. Определить реакции стержней из решения указанной системы уравнений.
5. Проверить правильность полученных результатов
6. Ответить на контрольные вопросы.
7. Сделать вывод по работе.

### **Отчет по работе**

#### **Практическая работа №2**

##### **Определение реакций связей.**

**Цель:**

1. Задание:
2. Схема нагружения.
3. Расчетная схема.
4. Уравнения равновесия.
5. Проверка правильности решения.
6. Ответ.
7. Ответы на контрольные вопросы.
8. Вывод по работе.

### **Практическая работа №3.**

#### **Определение реакций опор балочных систем.**

**Цель:** Формирование умений расчета реакций связей 2-х опорной и консольной балок.

**Умения(элементы):** *-определять напряжения в конструктивных элементах (определение нагрузок в опорах балочных систем);*  
*- производить расчеты простейших сборочных единиц (определение нагрузок в подшипниках);*

**Знания:** - основы технической механики (уравнения равновесия статики для плоской произвольной системы сил, формулы для определения проекции силы на ось и момента силы относительно точки)

### Теоретический материал

Балка- деталь, выполненная в виде прямолинейного бруса с одной опорой (жесткая заделка, рис.1в ) или двумя шарнирными опорами: шарнирно подвижной (рис.1б), и шарнирно неподвижной(рис1а).

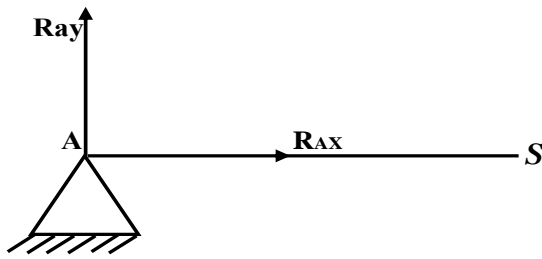


Рисунок 1а. Шарнирно-неподвижная опора

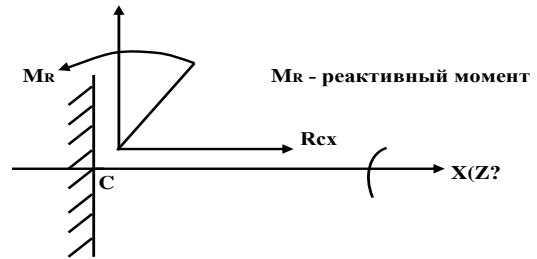


Рисунок 1в. Жесткая заделка

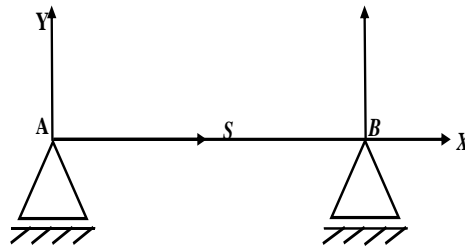


Рисунок1б. Шарнирно-подвижная опора

Внешние силы (нагрузки), действующие на балку (рис.3):

а)  $F$ - сосредоточенная сила, приложенная в (·) D (рис. 3);

б)  $m$ - сосредоточенный момент пары сил в (·) C (рис.3) ;

в) равномерно распределенная нагрузка, интенсивностью  $q$  на участке СВ; при решении задач эту нагрузку заменяют равнодействующей  $F_q$ , имеющей направление нагрузки, приложенной посередине длины действия нагрузки  $F_q = q \cdot \ell$  (рис2);

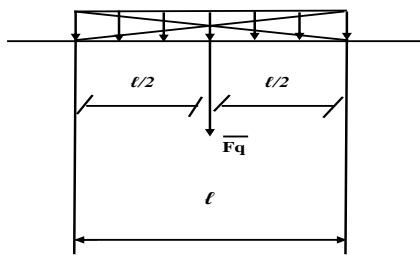


Рисунок 2. Равномерно распределенная

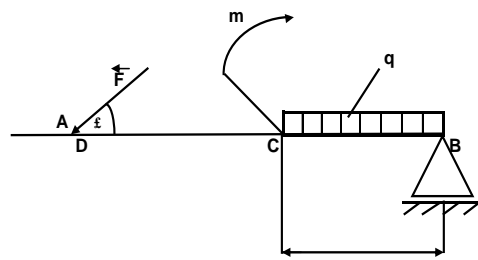


Рисунок 3. Нагрузка, действующая на балку

Силу  $F$ , приложенную под углом к оси балки, при решении задач необходимо разложить на 2 взаимно перпендикулярные составляющие:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha; \quad F_y = F \cdot \sin \alpha \text{ (рис.4)}$$

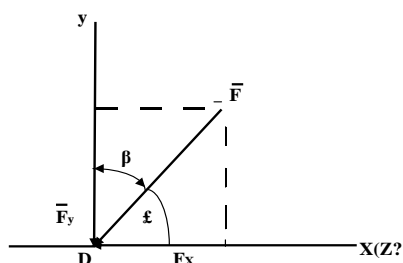


Рисунок 4. Разложение силы на составляющие

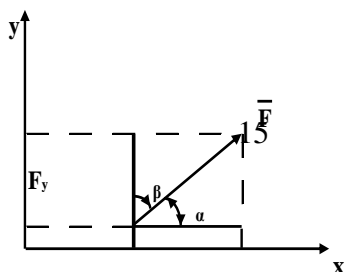
В задачах, предложенных в данной практической работе, на балку действует плоская произвольно расположенная система сил (активных и реактивных). Для определения реакций опор необходимо составить уравнения равновесия.

Возможны для плоской произвольной системы сил три формы уравнений равновесия:

	$\sum F_{kx} = 0$	$\sum M_a(\bar{F}_k) = 0$	$\sum M_a(\bar{F}_k) = 0$
1 форма:	$\sum F_{ky} = 0$	2 форма:	$\sum M_B(\bar{F}_k) = 0$
	$\sum M_a(\bar{F}_k) = 0$	3 форма:	$\sum M_B(\bar{F}_k) = 0$
			$\sum M_c(\bar{F}_k) = 0$
			$\sum F_{kx} = 0$

Для решения задач в практической работе рекомендуется 2 –ая форма уравнений равновесия. Для составления уравнений равновесия необходимо уметь определять проекцию силы на оси координат:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha; \quad F_y = F \cdot \sin \alpha$$



### Рисунок 5. Проекция силы на ось

Проекция силы на ось равна произведению величины силы (модуля) на косинус *острого* угла между направлением силы и направлением оси.

Частные случаи определения проекции силы на ось:

а) если  $F \parallel X$ , то  $F_x = F$ ;

б) если  $F \perp X$  то  $F_x = 0$ .

Условное правило знаков проекции силы на ось:

-проекция (+), если направление силы совпадает с положительным направлением оси; проекция (-), если направление силы и оси противоположны.

Момент силы относительно точки равен произведению величины силы на плечо:

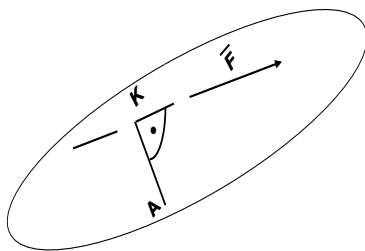
$$M_A(F) = F \cdot /AK/,$$

где  $AK$  – *плечо силы* – кратчайшее расстояние от (·)  $A$  до линии действия силы.

Правило знаков момента силы относительно точки:

момент силы (+), если  $F$  стремится повернуть тело по часовой стрелке.

момент силы (-), если против часовой стрелки вокруг точки  $A$ .



Частный случай:  $M_K(F) = 0$ , если

линия действия силы проходит через точку  $K$ .

### Рисунок 6. Вращательное действие

силы  $F$  вокруг точки  $A$ .

3. Рассмотрим несколько примеров.

#### 3.1 Пример №1.

Определить опорные реакции двух опорной балки



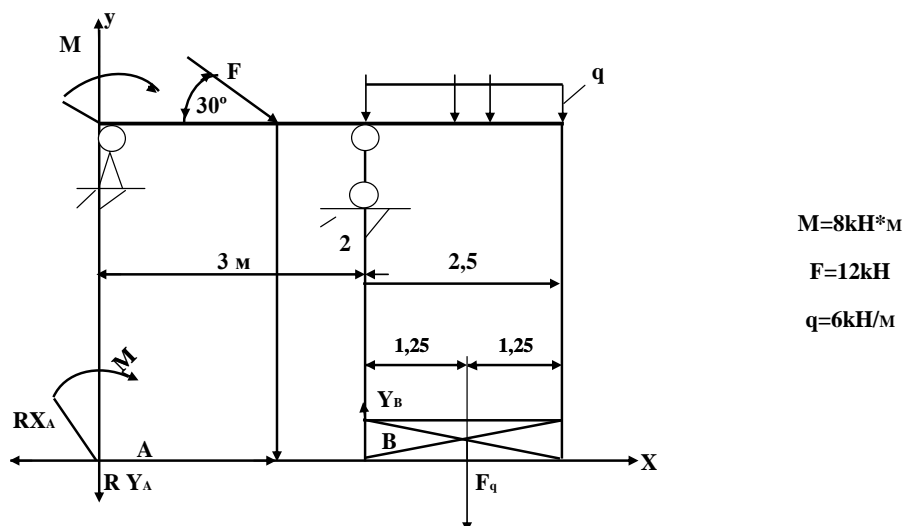


Рисунок 7. Расчетная схема к примеру 1.

3.1.1. Замена равномерно-распределенной нагрузки сосредоточенной силой  $F_q$ .

$$F_q = q \cdot l = 6 \cdot 2.5 = 15 (\text{кН})$$

3.1.2. Разложение наклонной силы  $F$  на две составляющие:

$$F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 12 \cdot 0.86 = 10.32 (\text{кН})$$

$$F_y = F \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot 0.5 = 6 (\text{кН})$$

3.1.3. Выбор положения прямоугольной системы координат.

3.1.4. Обозначение характерных точек.

3.1.5. Замена связи их реакциями.

3.1.6. Составление уравнений равновесия.

$$\sum F_{kx} = -R_{xa} + F_x = 0$$

$$\sum M_A = M + F_y \cdot AC - R_{yb} \cdot AB + F_q \cdot AD = 0$$

$$\sum M_B = M + R_{ya} \cdot AB - F_y \cdot CB + F_q \cdot BD = 0$$

3.1.7. Вычисление опорных реакций.

$$R_{xa} = F_x = 10.32 \text{ кН}$$

$$R_{YB} = \frac{M + F_y \cdot AC + F_q \cdot AD}{AB} = \frac{8 + 6 \cdot 3 + 15 \cdot 6.25}{5} = 23.95 \text{ кН}$$

$$R_{YA} = \frac{F_y \cdot CB - M - F_q \cdot BD}{AB} = \frac{6 \cdot 2 - 8 - 15 \cdot 1.25}{5} = -2.95 \text{ кН}$$

Если полученная реакция имеет знак ( - ), то следует сменить направление опорной реакции на противоположное.

3.1.8. Проверка: доказать, что  $\sum F_{ky} = 0$

$$\sum F_{ky} = R_{ya} - F_y + R_{yB} - F_q = -2,95 - 6 + 23,95 - 15 = 23,95 - 23,95 = 0$$

Вывод: решение верно.

3.1.9. Ответ:  $R_{xA} = 10,32 \text{ кН}$ ;  $R_{yA} = 2,95 \text{ кН}$ ;  $R_{yB} = 23,95 \text{ кН}$

### 3.2. Пример №2.

Определить опорные реакции жестко защемленной балки. Требуется определить:  $R_{yA}, R_{xA}, M_R$

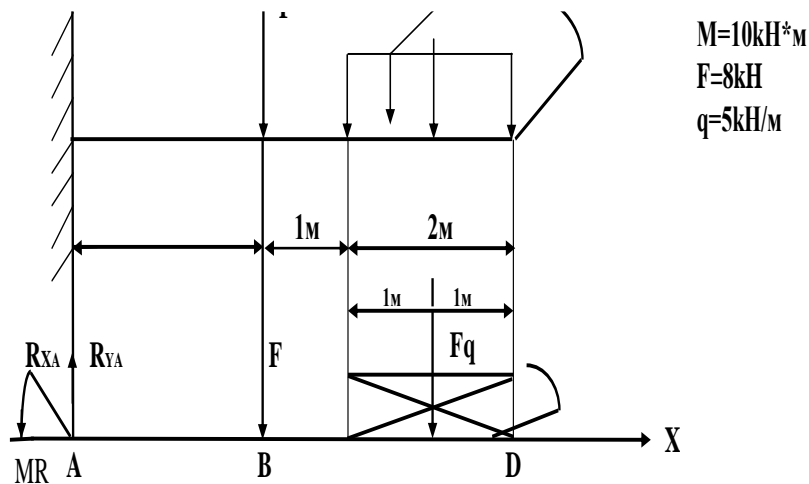


Рисунок 8 Расчетная схема к примеру 2.

3.2.1. Замена равномерно – распределенной нагрузки силой  $Fq$

$$Fq = q \cdot \ell = 5 \cdot 2 = 10 \text{ кН}$$

3.2.2. Выбор положения прямоугольной системы координат.

3.2.3. Замена связи реакциями связей  $R_{yA}, R_{xA}, M_R$

3.2.4. Составление уравнений равновесия.

$$\sum F_{kx} = R_{xA} = 0$$

$$\sum F_{ky} = R_{yA} - F - Fq = 0$$

$$\sum M_A = M_R + F \cdot AB + Fq \cdot AC - M = 0$$

3.2.5. Вычисление опорных реакций.

$$R_{xA} = 0$$

$$R_{YA} = F + F_q = 8 + 10 = 18 \text{ кН}$$

$$M_R = F \cdot AB + F_q \cdot AC - M = 8 \cdot 2 + 10 \cdot 4 - 10 = 46 \text{ кНм}$$

3.2.6. Проверка: доказать, что  $\sum M_B = 0$

$$\sum M_B = -M_R + R_{YA} \cdot AB + F_q \cdot BC - M = -46 + 18 \cdot 2 + 10 \cdot 2 - 10 = 56 - 56 = 0$$

Вывод: решение верно

3.2.7. Ответ:  $R_{XA} = 0$ ;  $R_{YA} = 18 \text{ кН}$ ;  $M_R = 46 \text{ кНм}$

**Задание к практической работе:** Определить реакции связей балок (рис.9,10).

Исходные данные к практической работе принять по таблицам 1,2 в соответствии с вариантом.

Таблица 1. Исходные данные к задачам № 1,2.

№ варианта	№ схемы	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	F <sub>3</sub> , кН	M <sub>1</sub> , кНм	M <sub>2</sub> , кНм
1	1	4	15	10	3	15
2	2	6	10	8	6	18
3	3	8	6	11	7	20
4	4	10	9	17	8	2
5	5	12	14	24	9	6
6	6	15	17	28	10	15
7	7	16	20	3	11	12
8	8	19	4	15	12	7
9	9	20	30	25	13	9
10	10	25	32	13	14	10
11	1	6	25	6	2	15
12	2	32	10	7	4	6
13	3	35	12	8	6	12
14	4	20	18	9	18	5
15	5	14	10	12	8	7
16	6	15	9	7	10	11
17	7	7	6	19	12	10
18	8	3	11	20	15	5
19	9	5	9	2	9	6
20	10	16	20	24	10	9
21	1	3	5	6	4	25
22	2	7	13	8	10	4
23	3	12	10	32	5	7
24	4	9	14	28	13	6
25	5	25	18	23	11	9
26	6	20	16	24	10	5

1		
2		
3		
4		
5		

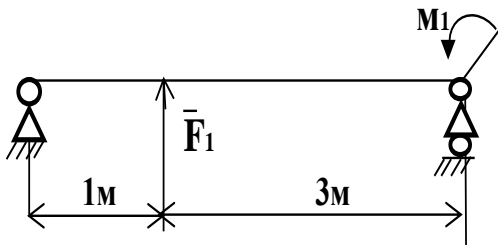
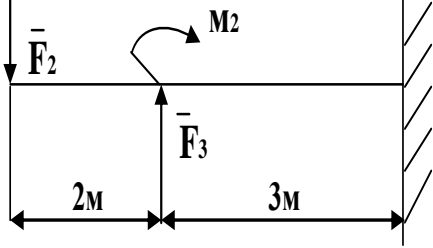
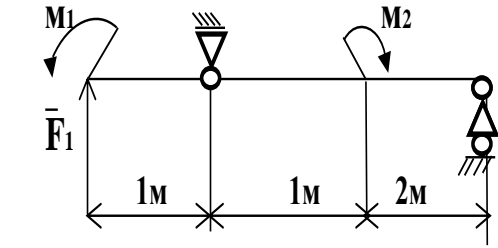
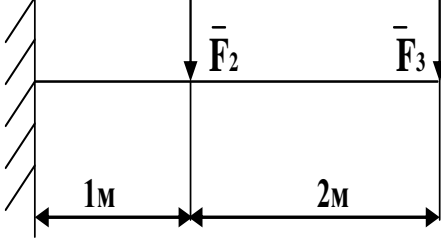
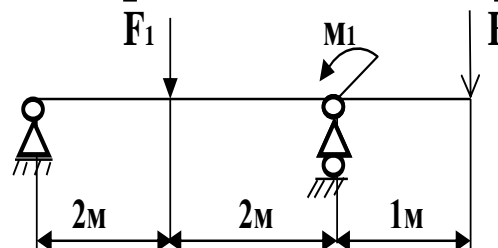
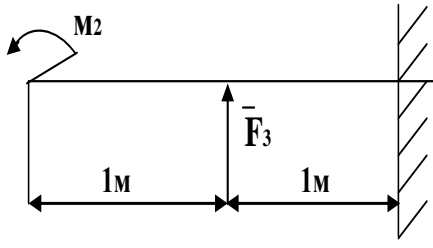
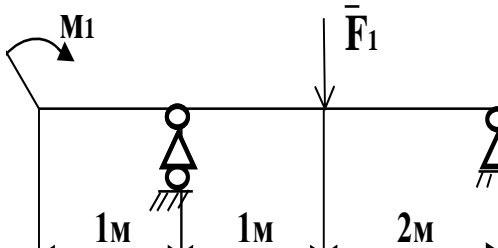
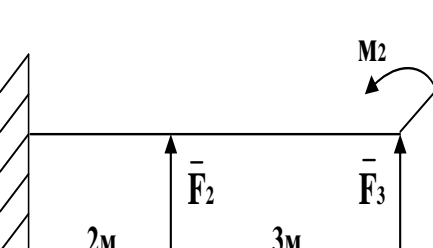
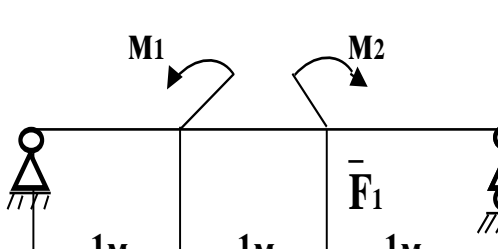
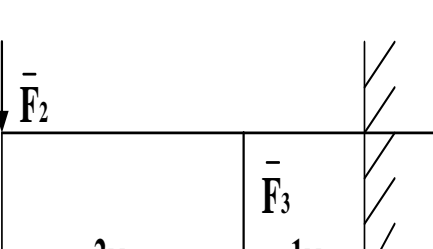
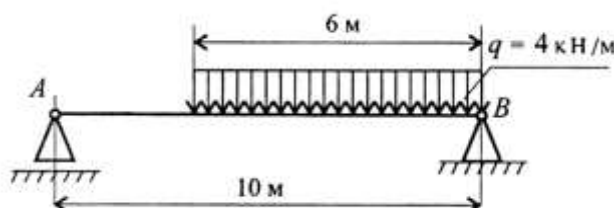
6		
7		
8		
9		
10		

Рисунок 9.Схемы нагружения к задачам № 1.2

### Контрольные вопросы и задания.

1.Запишите уравнения равновесия для плоской произвольной системы сил.

2. Запишите формулу для определения момента силы относительно точки.
3. При каком условии момент силы относительно точки будет равен нулю?
4. Сформулируйте условное правило знаков момента силы относительно точки.
5. Замените равномерно распределенную нагрузку сосредоточенной силой и определите расстояние от точки ее приложения до точки А.



### Ход выполнения работы.

1. Изобразить балку с заданными нагрузками.
2. Выбрать оси координат  $x$  и  $y$ , совместив ось  $x$  с балкой, а ось  $y$  перпендикулярно оси  $x$ .
3. Действующую нагрузку  $F$ , приложенной под углом к оси балки, заменить двумя взаимно перпендикулярными составляющими  $F_x$  и  $F_y$ .
4. Равномерно распределенную нагрузку заменить ее равнодействующей  $F_q$ .
5. Освободить балку от опор и заменить их реакциями связей.
6. Составить уравнения равновесия статики для произвольной системы сил так, чтобы в каждом из уравнений была одна неизвестная реакция связи.
7. Проверить правильность определения реакций опор уравнениями равновесия, которые не использовались для решения задачи.
8. Ответить на контрольные вопросы.
9. Сформулировать вывод по работе.

### Отчет по работе.

Практическая работа №3

Определение реакций опор.

Цель:

1. Задача №1

- 1.1.Схема нагружения
- 1.2. Расчетная схема
- 1.3. Уравнения равновесия
- 1.4 Проверка правильности решения
- 1.5. Ответ
2. Задача №2
- 2.1.Схема нагружения
- 2.2. Расчетная схема
- 2.3. Уравнения равновесия
- 2.4 Проверка правильности решения
- 2.5. Ответ
- 4.Ответы на контрольные вопросы.
5. Вывод по работе

#### **Практическая работа №4**

##### **Определение центра тяжести составного сечения.**

**Цель:** Освоение методики аналитического определения положения центра тяжести составных плоских фигур.

**Умения** (элементы): - *определять напряжения в конструктивных элементах*

**Знания**(элементы):- *основы технической механики.*

##### **Теоретический материал.**

Центр тяжести - это нематериальная точка тела, к которой приложены силы тяжести тела. Он может лежать в точке, где нет материальных частиц, принадлежащих данному телу.

При определении положения центра тяжести аналитическим методом исходят из того, что любую составную плоскую фигуру можно разбить на простейшие геометрические фигуры положение центра тяжести которых можно определить следующим образом:

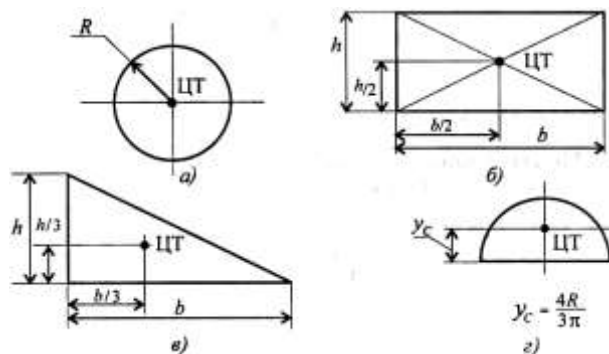


Рисунок 1. Положение центра тяжести геометрических фигур.

При решении задач используются следующие положения:

- центр тяжести симметричных фигур находится на оси симметрии;
- сложные сечения разделяются на простейшие геометрические фигуры, положение центра тяжести которых известны;
- пустотные фигуры рассматриваются как часть сечения с отрицательной площадью.

**Задание к практической работе:** Определить координаты центра тяжести плоской фигуры (рис.2). Исходные данные принять в соответствии с вариантом.

Таблица. Исходные данные к практической работе №4

вариант	схема	параметры				
		B,мм	b,мм	H,мм	h,мм	R, мм
1	а	70	40	80	-	20
2	б	80	50	90	-	25
3	в	90	60	100	-	30
4	г	100	70	110	-	35
5	д	110	90	120	50	40
6	е	120	90	130	100	45
7	а	130	100	140	-	50
8	б	140	110	150	-	60
9	в	150	100	160	-	50
10	г	160	110	170	-	40
11	д	170	110	180	120	35
12	е	180	120	190	130	30
13	а	190	100	200	-	25
14	б	200	140	190	-	20
15	в	210	150	180	-	25
16	г	220	160	170	-	30
17	д	230	170	160	110	35
18	е	240	180	150	90	40
19	а	250	190	140	-	35
20	б	260	200	130	-	30
21	в	100	70	120	-	25



22	г	120	90	110	-	20
23	д	130	70	100	60	30
24	е	140	80	90	60	35
25	а	230	170	80	-	40
26	б	250	190	70	-	50

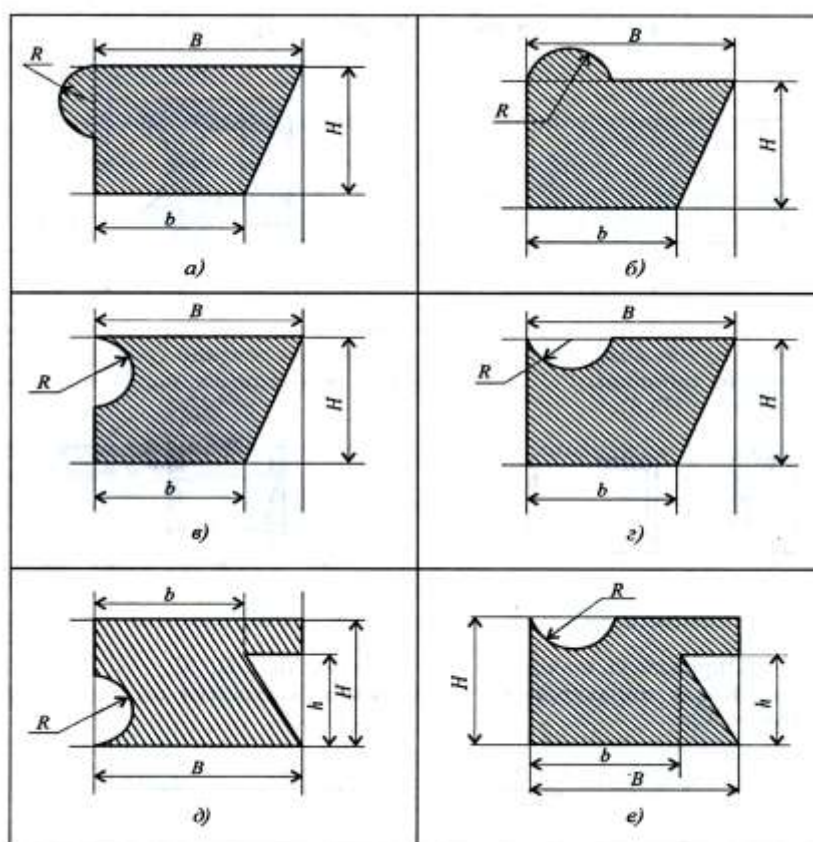


Рисунок 2. Эскизы плоских фигур.

### Контрольные вопросы

1. Сформулировать понятие «центр тяжести плоской фигуры».
2. Указать положение центра тяжести простейших геометрических фигур:
  - прямоугольника;
  - круга;
  - полукруга;
  - прямоугольного треугольника.
3. Как изменятся координаты центра тяжести плоской фигуры  $x_c$ ,  $y_c$  если увеличить высоту фигуры при заданном положении системы координат?

### **Ход выполнения работы.**

- 1.Вычертить эскиз фигуры в соответствии с заданием.
- 2.Разбить фигуру на простейшие геометрические; показать положение центра тяжести каждой фигуры.
- 3.Определить площади простейших фигур.
- 4.Определить координаты центров тяжести полученных фигур относительно выбранной системы координат XOY.
- 5.Определить координату  $x_c$  центра тяжести всей фигуры:
$$x_c = \sum A_i x_i / \sum A_i$$
6. Определить координату  $y_c$  центра тяжести всей фигуры:
$$y_c = \sum A_i y_i / \sum A_i$$
- 7.Указать положение центра тяжести всей фигуры на эскизе.
- 4.Ответить на контрольные вопросы.
- 5.Сформулировать вывод по работе.

### **Отчёт по работе**

#### **Практическая работа №4.**

#### **Определение центра тяжести составного сечения**

Цель:

- 1.Эскиз фигуры
2. Разбивка составной фигуры на простейшие:
3. Определение площадей простейших фигур:
4. Определение координат центра тяжести простейших фигур относительно выбранной системы координат:
5. Определение координаты  $X_c$  центра тяжести всей фигуры
6. Определение координаты  $Y_c$  центра тяжести всей фигуры
- 7.Ответы на контрольные вопросы.
- 8.Вывод.

## Практическая работа №5.

### Определение параметров движения точки.

**Цель:** формирование умений определения кинематических параметров точек вращающегося и поступательно движущегося твердого тела.

**Умения:** (элементы) производить расчеты механических передач;

**Знания:** (элементы)-основы технической механики; кинематические характеристики механизмов.

### Теоретический материал.

К простейшим движениям твердого тела относятся поступательное и вращательное движение вокруг неподвижной оси. При поступательном движении твердого тела все его точки имеют равные кинематические параметры. Поступательное движение может описываться законом  $S = f(t)$ . Мгновенная скорость поступательного движения  $V = S'(t)$ ; ускорение  $a = V'(t)$ .

При вращательном движении вокруг неподвижной оси все точки твердого тела движутся по окружностям с радиусом, равным расстоянию от точки до оси вращения, в плоскостях, перпендикулярных оси вращения. Вращательное движение описывается законом  $\varphi = f(t)$  и характеризуется следующими параметрами:

-  $\varphi$  - *угловое перемещение* - угол, на который поворачивается твердое тело вокруг неподвижной оси;  $\varphi$ , радиан, градус, оборот;

-  $\omega$  - *угловая скорость* характеризует быстроту и направления вращательного движения твердого тела;  $\omega$ ,  $\text{с}^{-1}$ ; в случае задания движения функцией  $\varphi = f(t)$ , угловая скорость определяется первой производной от угла поворота по времени, т.е.  $\omega = \varphi'(t)$ ;

-  $n$  – *частота вращения* - скоростная характеристика;  $n$ ,  $\text{мин}^{-1}$ ,

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$$

-  $\varepsilon$  - *угловое ускорение* характеризует быстроту изменения угловой скорости в единицу времени;  $\varepsilon$ ,  $\text{с}^{-2}$ ; в случае задания движения функцией

$\varphi = f(t)$ , то угловое ускорение определяется как вторая производная от углового перемещения по времени или как первая производная от угловой скорости по времени, т.е.:  $\varepsilon = \varphi''(t)$  или  $\varepsilon = \omega'(t)$ ; угловое ускорение имеет направление угловой скорости в случае ускоренного движения и противоположно угловой скорости в случае замедленного вращения.

Все точки вращающегося твердого тела характеризуются следующими кинематическими параметрами:

- *линейной скоростью*  $V$ , направленной по касательной к окружности:

$$V = \omega \cdot R, \text{ м/с}$$

- *касательным ускорением*  $a_\tau$ , характеризующим изменение величины вектора скорости в единицу времени и направленным по касательной к траектории:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot R, \text{ м/с}^2$$

- *нормальным ускорением*  $a_n$ , характеризующим изменение направления вектора скорости в единицу времени и направленным по радиусу к центру кривизны траектории:

$$a_n = \frac{V^2}{R}, \text{ м/с}^2;$$

- *полным ускорением*  $a$ , определяемым векторной суммой касательного и нормального ускорений:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R \cdot \sqrt{(\varepsilon^2 + \omega^4)}$$

### **Задание к практической работе:**

**Задание №1.** При запуске двигателя его шкив, диаметром  $d$ , в течение первых нескольких секунд вращается согласно уравнению  $\varphi = f(t)$ . Определить скорости и ускорения точек, расположенных на ободе шкива, в момент времени  $t$ . Изобразить на схеме кинематические параметры вращательного движения шкива и точек, расположенных на его ободе. Исходные данные принять в соответствии с вариантом по таблице 1.

Таблица 1. Исходные данные к заданию №1.

№ варианта	d, мм	$\varphi = f(t)$	t, с	№ варианта	d, мм	$\varphi = f(t)$	t, с
1	200	$0.2t^3$	3	13	120	$0.4t^3$	5
2	140	$0.6t^3$	4	14	130	$0.8t^3$	6
3	150	$0.9t^3$	5	15	140	$0.5t^3$	4
4	160	$0.2t^3+3$	6	16	150	$0.2t^3+8$	3
5	170	$0.4t^3$	7	17	160	$1.2t^3$	7
6	180	$0.2t^3+4t$	8	18	170	$0.3t^3+2t$	8
7	190	$2.2t^3$	9	19	180	$3.2t^3$	9
8	200	$0.5t^3+3t$	2	20	190	$4.2t^3-6$	10
9	230	$0.2t^3-2$	10	21	200	$0.2t^3+2t$	4
10	220	$4.2t^3$	5	22	150	$0.6t^3-5$	6
11	210	$2t^3+4$	7	23	160	$2t^3$	3
12	160	$0.7t^3$	6	24	140	$5.2t^3$	7

### Контрольные вопросы.

1. Назовите кинематический параметр, характеризующий быстроту и направление поступательного движения?
2. Какой параметр характеризует изменение величины вектора скорости точки в единицу времени?
3. Назовите кинематический параметр, характеризующий быстроту изменения угловой скорости в единицу времени.
4. При каком движении угловое ускорение противоположно угловой скорости?
5. Какими кинематическими параметрами характеризуется поступательное движение?

### Ход выполнения работы.

1. Определить угловую скорость.
2. Определить угловое ускорение.
3. Определить линейную скорость точек, расположенных на ободе шкива.
4. Определить величину касательного ускорения.
5. Определить величину нормального ускорения.

6. Определить величину полного ускорения.
7. Ответить на контрольные вопросы.
8. Сформулировать вывод по работе.

### **Отчет по работе.**

#### **Практическая работа № 5**

##### **Определение параметров движения точки.**

**Цель:**

1. Задание:
2. Исходные данные.
3. Определение угловой скорости.
4. Определение углового ускорения.
5. Определение касательного ускорения.
6. Определение нормального ускорения
7. Определение полного ускорения.
8. Ответы на контрольные вопросы.
9. Вывод по работе.

#### **Практическая работа №6.**

##### **Построение эпюр продольных сил и нормальных напряжений.**

##### **Определение абсолютного удлинения бруса.**

**Цель :** освоение методики построения эпюр продольных сил и нормальных напряжений и определения абсолютного удлинения бруса.

**Умения (элементы):** определять напряжения в конструктивных элементах

**Знания:** (элементы) методика расчета элементов конструкций на проч-

ность и жесткость (продольная сила, формулы для определения

продольных сил, нормальных напряжений и абсолютных удлинений, правила построения эпюр)

#### **Теоретический материал.**

Внешние силы, вызывающие растяжение (сжатие), приложены вдоль продольной оси Z. При работе бруса на растяжение (сжатие) в его поперечном сечении возникает продольная сила N. *Продольная сила в любом поперечном сечении численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех приложенных к оставшейся части внешних сил.* 
$$N = \sum F_{i \text{ z ост.ч.}}$$

*Правило знаков для N:* при растяжении продольная сила положительная, при сжатии – отрицательная.

*Эпюра продольных сил* – график распределения продольных сил вдоль длины бруса.

*Правила построения эпюры продольных сил ЭN:*

1. Проводится базовая (нулевая) линия эпюры параллельно продольной оси бруса.
2. Базовая линия эпюры разбивается на участки. Границами участков являются точки приложения внешних нагрузок. Участки нумеруются *от свободного конца*.
3. Определяется величина продольной силы на каждом участке с использованием метода сечений.
4. Перпендикулярно базовой линии откладываются полученные значения продольных сил в произвольном масштабе. Через концы ординат проводятся прямые линии, проставляются знаки и выполняется штриховка перпендикулярно базовой линии.

Интенсивность распределения продольной силы по поперечному сечению характеризуют *нормальные напряжения*: 
$$\sigma = \frac{N}{A}$$
 (A – площадь поперечного сечения).

*Эпюра нормальных напряжений* – график распределения нормальных напряжений по длине бруса.

*Правила построения эпюры нормальных напряжений Эσ:*

1. Проводится базовая (нулевая) линия эпюры параллельно продольной оси бруса.

2. Границы участков эпюры определяются точками приложения внешних сил и точками изменения поперечного сечения.

3. Определяются значения напряжений на каждом из полученных участков. Знак  $\sigma$  соответствует знаку  $N$ .

4. Перпендикулярно базовой линии откладываются полученные значения продольных сил в произвольном масштабе. Через концы ординат проводятся прямые линии, проставляются знаки и выполняется штриховка перпендикулярно базовой линии.

Изменение длины бруса на отдельных участках определяется по формуле:

$$\Delta \ell_i = \frac{\sigma_i \cdot \ell_i}{E},$$

где  $E$  – модуль продольной упругости, характеризующий жесткость материала при растяжении.

Удлинение всего бруса определяется алгебраической суммой удлинений отдельных участков:  $\Delta \ell = \sum \Delta \ell_i$

**Пример:** Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений, Определить удлинение свободного конца, если  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ н/мм}^2$ .

1. Определение величины продольных сил на каждом участке:

$$N_1 = 0; \quad N_2 = 30 \text{ кН};$$

$$N_3 = 30 - 38 = -8 (\text{кН});$$

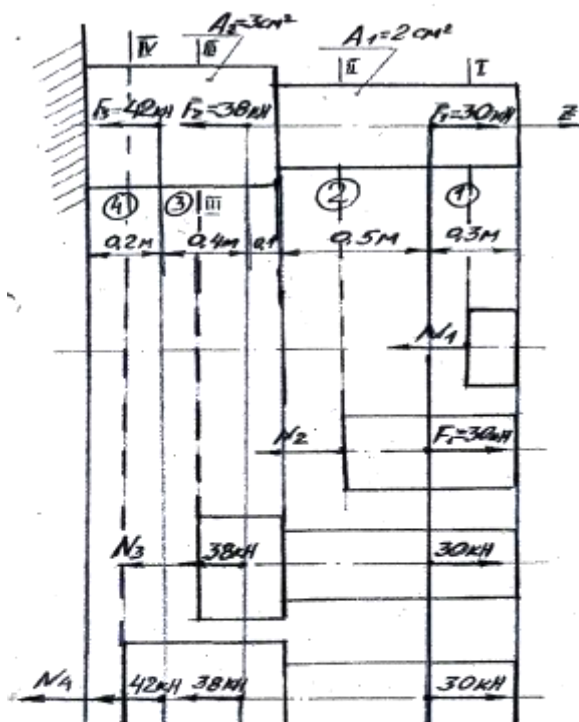
$$N_4 = 30 - 38 - 42 = -50 (\text{кН})$$

2. Построение ЭН по найденным значениям продольных сил.

3. Определение величины напряжений на каждом участке и построение  $\sigma$ .

$$\sigma_1 = \frac{0}{2 \cdot 10^2} = 0;$$

$$\sigma_2 = \frac{30 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^2} = 150 \text{ н/мм}^2$$





$$\sigma_3 = \frac{30 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^2} = 100 \text{ Н / мм}^2$$

$$\sigma_4 = \frac{-8 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^2} = -26,7 \text{ Н / мм}^2$$

$$\sigma_5 = \frac{-50 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^2} = -167 \text{ Н / мм}^2$$

Рисунок 1. Схема к примеру.

5. Определение абсолютных удлинений отдельных участков

$$\Delta \ell_1 = \frac{0 \cdot 0,3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0; \quad \Delta \ell_2 = \frac{150 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0,375 \text{ мм}; \quad \Delta \ell_3 = \frac{100 \cdot 0,1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0,05 \text{ мм}$$

$$\Delta \ell_4 = \frac{-26,7 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = -0,053 \text{ мм}; \quad \Delta \ell_5 = \frac{-167 \cdot 0,2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = -0,165 \text{ мм}$$

$$6. \text{Удлинение бруса: } \Delta l = 0,375 + 0,05 - 0,053 - 0,167 = 0,16 (\text{мм})$$

**Задание к практической работе:** Для заданной схемы нагружения (рис.1) построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений, определить абсолютное удлинение бруса. Исходные данные принять по таблице в соответствии с вариантом.

**Таблица.** Исходные данные к практической работе.

№ вар	Схе- ма	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	F <sub>3</sub> , кН	A <sub>1</sub> , см <sup>2</sup>	A <sub>2</sub> , см <sup>2</sup>	a, м	№ вар	Схе- ма	F <sub>1</sub> , кН	F <sub>2</sub> , кН	F <sub>3</sub> , кН	A <sub>1</sub> , см <sup>2</sup>	A <sub>2</sub> , см <sup>2</sup>	a, м
1	а	10	24	2	1	2	0,6	14	б	8	13	15		2	0,6
2	б	14	13	3	1,4	1,9	0,8	15	в	7	4	16	1,4	1,9	0,8
3	в	39	23	4	1,9	2,5	1	16	г	6	8	26	1,9	2,5	1
4	г	23	15	5	2,5	2,8	0,5	17	д	23	45	13	2,5	2,8	0,5
5	д	15	24	6	1	2	0,6	18	е	14	32	27	1	2	0,6
6	е	32	4	7	1,4	1,9	0,8	19	а	24	24	28	1,4	1,9	0,8
7	а	8	16	8	2,5	2,8	0,8	20	б	31	14	24	2,5	2,8	0,5
8	б	5	25	9	1,9	2,5	1	21	в	34	16	23	1,9	2,5	1
9	в	9	30	10	1	2	0,6	22	г	5	24	15	1	2	0,6
10	г	12	14	11	1,4	1,9	0,8	23	д	16	18	40	1,4	1,9	0,8
11	д	45	15	12	1,6	2,2	1	24	е	17	21	24	1,6	2,2	1
12	е	24	6	13	2,5	2,8	0,8	25	а	24	26	34	2,5	2,8	0,8
13	а	23	8	14	1	2	0,6	26	б	20	34	32	1	2	0,6

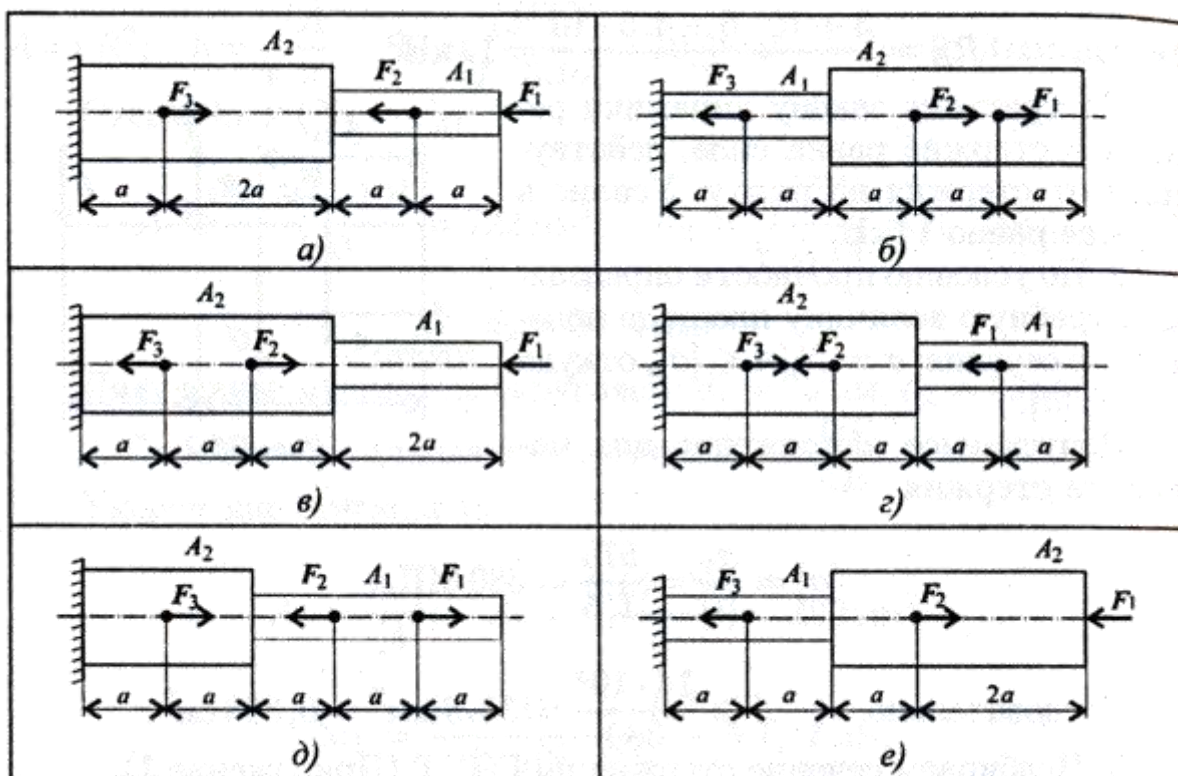


Рисунок 1. Схемы нагружения бруса

### Контрольные вопросы.

1. Назовите внутренние силовые факторы (В.С.Ф.), возникающие в поперечном сечении бруса при растяжении.
2. Как определяется величина продольной силы в поперечном сечении?
3. Как определяется величина нормальных напряжений в любом поперечном сечении?
4. Какой линией изображаются эпюры продольных сил и нормальных напряжений?
5. В каких сечениях эпюра нормальных напряжений скачкообразно изменяет свое значение?
6. Как проверить правильность построения эпюры продольных сил?
7. Как определить величину абсолютного удлинения отдельного участка?

### Ход выполнения работы.

1. Построить эпюру продольных сил:

- 1.1.разбить базовую линию эпюры на участки с последующей их нумерацией от свободного конца;
- 1.2.определить величину продольной силы на каждом участке;
- 1.3.отложить полученные значения ординат и соединить их прямыми линиями, параллельно базовой линии;
- 2.Построить эпюру нормальных напряжений:
  - 2.1.разбить базовую линию эпюры на участки с последующей их нумерацией от свободного конца;
  - 2.2.определить величину нормальных напряжений на каждом участке;
  - 2.3.отложить полученные значения ординат и соединить их прямыми линиями, параллельно базовой линии.
- 3.Определить значения абсолютного удлинения на каждом участке.
- 4.Определить величину абсолютного удлинения всего бруса.
- 5.Ответить на контрольные вопросы.
6. Сформулировать вывод по работе.

### **Отчет по работе**

#### **Практическая работа №6**

Построение эпюр продольных сил и нормальных напряжений.

Определение абсолютного удлинения бруса.

Цель:

Задание: Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений, определить абсолютное удлинение бруса.

- 1.Схема нагружения:
- 2.Определение продольных сил на каждом участке и построение эпюры продольных сил.
- 3.Определение нормальных напряжений на каждом участке и построение эпюры нормальных напряжений.
- 4.Определение удлинений отдельных участков бруса.
- 5.Определение удлинения всего бруса.

6. Ответы на контрольные вопросы.

7. Вывод.

### Практическая работа №7

#### Расчеты элементов конструкций на прочность и жесткость при растяжении (сжатии).

**Цель:** Освоение методики расчета элементов конструкции на прочность и жесткость при растяжении, сжатии.

**Умения:** определять напряжения в конструктивных элементах

**Знания:** методика выполнения расчетов на прочность и жесткость при растяжении, сжатии .

#### Теоретический материал

Сущность *проверочных* расчетов на прочность элементов конструкций заключается в определении величины максимальных напряжений и в сравнении их с величиной допускаемых напряжений в соответствии с условием прочности.

**Условие прочности при растяжении:**  $\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma],$

где  $\sigma_{\max}$  – максимальные расчетные напряжения, МПа;

N- продольная сила, зависящая от внешних нагрузок, Н;

A – площадь поперечного сечения, мм<sup>2</sup>,

$[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение, МПа  $[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред.}}}{[S]},$

где  $\sigma_{\text{пред}}$  – предельное напряжение;

для пластичных материалов  $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\text{T}};$

для хрупких материалов  $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\text{ПЧ}};$

[S]- требуемый коэффициент запаса прочности

На основании условия прочности могут быть выполнены проектный и проверочный виды расчетов. Сущность *проектного* расчета заключается в определении размеров поперечного сечения:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}$$

Сущность проверочного расчета элементов конструкций на жесткость заключается в сравнении максимальных деформаций с допускаемыми деформациями. При растяжении, сжатии условие жесткости выглядит следующим образом: абсолютное удлинение бруса  $\Delta \ell_{\max} \leq [\Delta \ell]$ .

Примеры выполнения.

### **Пример 1.**

Проверить прочность и жесткость элемента конструкции (рис.1), если  $\sigma_T = 180$  МПа,  $[S] = 3$ ,  $[\Delta \ell] = 0,14$  мм;  $b=10$ мм,  $h=20$ мм.

Решение:

1.1.Определение положения наиболее опасного участка

1.1.1. Построение эпюры продольных сил:

$$N = \sum F_{i \text{ ост. ч.}} \quad N_1 = 8 \text{ кН}; \quad N_2 = -4 \text{ кН}$$

1.1.2. Построение эпюры нормальных напряжений.

$$\sigma = \frac{N}{A}, \text{ МПа}$$

$$\sigma_1 = \frac{8 \cdot 10^3}{10 \cdot 20} = 40; \quad \sigma_2 = -\frac{4 \cdot 10^3}{10 \cdot 20} = -20$$

1.1.3. Наиболее опасный участок 1

1.2.Определение величины допускаемого напряжения

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[S]} = \frac{180}{3} = 60 \text{ МПа}$$

1.3.Оценка прочности элемента конструкции: прочность обеспечена, т.к.

$$\sigma_{\max} = 40 \text{ МПа} < [\sigma] = 60 \text{ МПа}$$

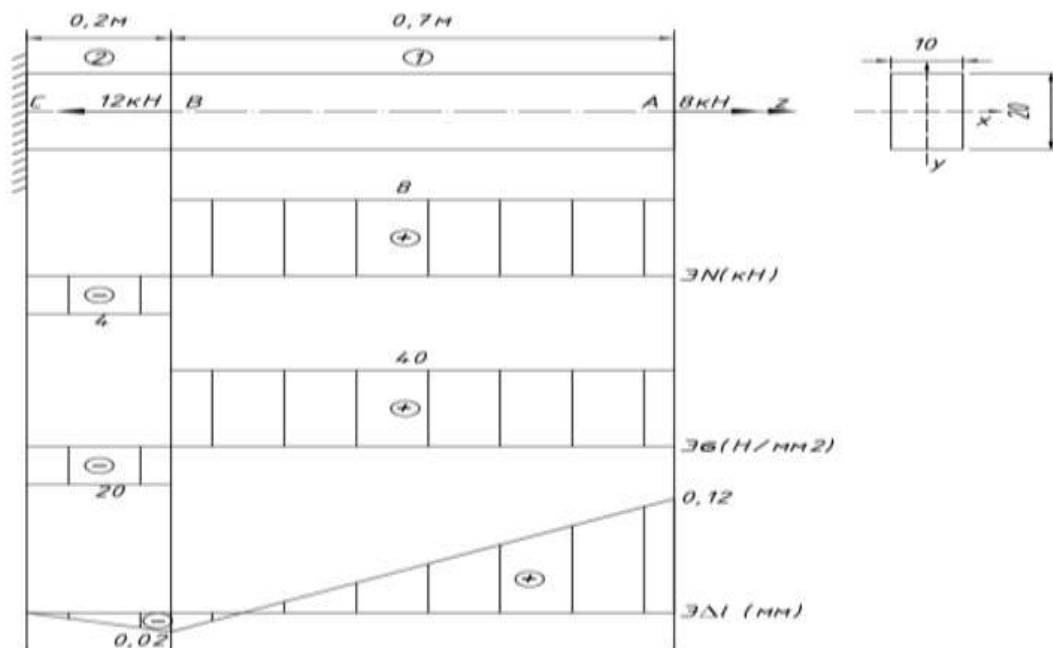


Рисунок 1. Расчетная схема к примеру 1.

#### 1.4. Проверка жесткости

1.4.1. Определение абсолютного удлинения отдельных участков и построение эпюры абсолютных удлинений:  $\Delta l$

$$\Delta l_C = 0; \quad \Delta l_B = \frac{\sigma_2 \cdot \ell_2}{E} = \frac{-20 \cdot 0,2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = -0,02 \text{ мм};$$

$$\Delta l_A = \Delta l_B + \frac{40 \cdot 0,7 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = -0,02 + 0,14 = 0,12 \text{ мм}$$

1.4.2. максимальное абсолютное удлинение бруса  $\Delta l_{\max} = 0,12 \text{ мм}$

1.4.3. Оценка жесткости  $\Delta l_{\max} = 0,12 \text{ мм} < [\Delta l] = 0,14 \text{ мм}$ , жесткость обеспечена.

1.5. Ответ: прочность и жесткость элемента конструкции обеспечены

**Задание к практической работе:** Для заданной схемы нагружения проверить прочность и жесткость элемента конструкции (таблица 1, рис.3). В случае невыполнения условия прочности и жесткости предложить возможные варианты обеспечения прочности и жесткости.

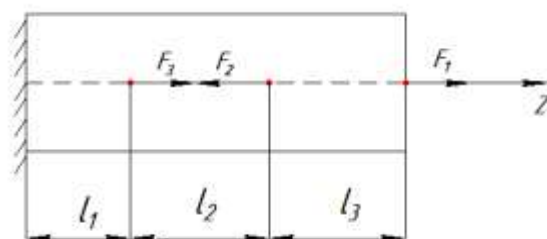


Рисунок 3.Схема нагружения к заданию №1:

Таблица 1.Исходные данные к заданию №1

№п\п	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$l_3$ , м	$[\Delta l]$ мм	$\sigma_T$ , мПа	[S]	Поперечное сечение	Размеры поперечного сечения, мм
1	30	10	5	0,2	0,3	0,4	0,25	240	4	круговое кольцо	d=56 d <sub>0</sub> =48
2	16	15	10	0,3	0,4	0,2					d=58 d <sub>0</sub> =52
3	8	13	17	0,5	0,4	0,5					d=70 d <sub>0</sub> =62
4	14	16	11	0,3	0,6	0,2					d=48 d <sub>0</sub> =40
5	27	14	8	0,6	0,5	0,3					d=50 d <sub>0</sub> =44
6	24	11	6	0,5	0,6	0,2	0,15	220	2	круг	40
7	18	12	5	0,6	0,4	0,2					45
8	7	13	26	0,6	0,3	0,5					50
9	12	20	36	0,5	0,3	0,7					54
10	9	33	16	0,6	0,4	0,3					55
11	16	25	28	0,5	0,5	0,5	0,2	190	3	квадрат	a= 40
12	8	13	14	0,4	0,4	0,4					a= 45
13	15	24	29	0,5	0,3	0,2					a= 48
14	14	16	9	0,8	0,3	0,3					a= 50
15	18	27	31	0,2	0,3	0,4					a= 54
16	20	29	33	0,3	0,5	0,3	0,35	200	2	прямоуголь ник	b=20 h=40
17	20	29	31	0,4	0,4	0,4					b=30 h=40
18	10	15	18	0,5	0,5	0,5					b=40 h=60
19	12	16	19	0,5	0,3	0,2					b=20 h=60
20	17	26	30	0,2	0,5	0,5					b=35 h=80
21	16	20	11	0,3	0,6	0,3	0,45	240	3	круг	45
22	14	16	10	0,4	0,6	0,2					35

23	17	19	13	0,5	0,5	0,6					45
24	20	18	12	0,6	0,4	0,3					50
25	13	17	9	0,5	1,0	0,8					55
26	18	20	14	0,6	1,0	0,5					d=68 d <sub>0</sub> =58
27	22	19	13	1,0	1,2	1,0					d=60 d <sub>0</sub> =52

### Контрольные вопросы

1. Запишите формулы для определения продольной силы и нормальных напряжений при растяжении, сжатии.
2. Запишите условия прочности и жесткости при растяжении, сжатии.
3. Сформулируйте сущность проверочного и проектного расчетов на прочность и жесткость при растяжении, сжатии.
4. Укажите цель построения эпюр продольных сил и нормальных напряжений.
5. Сформулируйте основные правила построения и контроля эпюры продольных сил.

### Ход выполнения работы

1. Записать условие задачи и исходные данные.
2. Выполнить схему нагружения.
3. Определить величину продольной силы на каждом участке и построить эпюру продольных сил.
4. Определить величину нормальных напряжений на каждом участке и построить эпюру нормальных напряжений.
5. Определить положение наиболее опасного участка.
6. Записать условие прочности при растяжении, сжатии и проверить его выполнение.
7. Выполнить анализ полученного результата.
8. Определение абсолютного удлинения отдельных участков и построение эпюры абсолютных удлинений.
9. Оценка жесткости бруса.



10. Ответить на контрольные вопросы.

11. Сформулировать вывод по работе.

### **Отчет по работе**

#### **Практическая работа №7**

Расчеты элементов конструкций на прочность и жесткость при растяжении,  
(сжатии).

Цель:

1.Задание:

1.1.Условие задачи и исходные данные.

1.2. Выполнение схемы нагружения.

1.3. Определение величины продольной силы на каждом участке и построение эпюры продольных сил.

1.4. Определение величины нормальных напряжений на каждом участке и построение эпюры нормальных напряжений.

1.5. Определение положения наиболее опасного участка.

1.6.Запись условия прочности при растяжении, сжатии и проверка его выполнения.

1.7.Проведение анализа полученного результата.

1.7.Выполнить анализ полученного результата.

1.8. Определение абсолютного удлинения отдельных участков.

1.9. Определение абсолютного удлинения бруса.

2.Ответы на контрольные вопросы.

3. Вывод по работе.

#### **Практическая работа № 8.**

**Выполнение расчетов шпоночных соединений на срез и смятие.**

**Цель:** Освоение методики расчета на прочность элементов конструкции, работающих на срез и смятие.

**Умения:** *определять напряжения в конструктивных элементах.*

**Знания:** *методика расчетов на прочность при срезе и смятии.*

## Теоретический материал.

Шпоночные соединения служат для окружной фиксации деталей на валах и осях и передачи вращающего момента. В основном применяют ненапряженные соединения призматическими шпонками. Шпонки выполняют со скругленными и плоскими концами. Шпонки закладывают в паз вала. Разрушение соединительных деталей (болтов, заклепок, штифтов, шпонок), сварных, клеевых соединений, нагруженных силами, перпендикулярными их собственным осям, называется *срезом*. Давление, возникающее между соединительными деталями и стенками отверстия, называется напряжением *смятия*  $\sigma_{см}$ .

Критерием работоспособности соединения призматическими шпонками являются прочность шпонки на *срез* и *прочность соединения на смятие*.

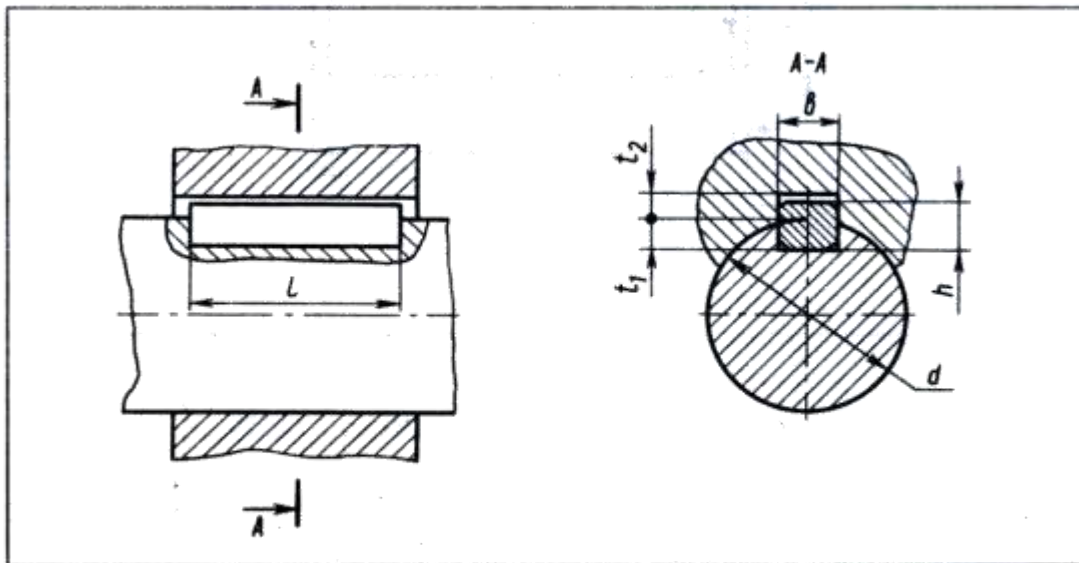
Размеры поперечного сечения шпонки  $b$ ,  $h$  и глубина паза на валу  $t_1$  подбирают по каталогу по диаметру вала, необходимая длина шпонки  $l$  определяется по длине ступицы  $l = l_{ст} - (5...10)$  мм и уточняется по каталогу, длина ступицы  $L_{ст} = 1,5d$ . Выбранная шпонка проверяется на прочность на срез и соединение на смятие.

Условие прочности шпоночного соединения на смятие

$$\sigma_{см} = \frac{2M}{d(h - t_1)l_p} \leq [\sigma_{см}]$$

Где  $M$  — вращающий момент;  $h$  — высота шпонки;  $l_p$  — расчетная длина; для шпонок с плоскими концами  $l_p = l$ ; для шпонок с закругленными концами  $l_p = l - b$ ;  $b$  — ширина шпонки;  $t_1$  — глубина паза на валу. Допускаемое напряжение смятия при стальной ступице  $[\sigma_{см}] = 130...200$  МПа, при чугунной ступице  $[\sigma_{см}] = 80 - 110$  МПа.

Таблица 1. Шпоночные соединения с призматической шпонкой  
ГОСТ 23360-78



Диаметр вала <i>d</i>	Сечение шпонки		Фаска	Глубина паза		Длина <i>l</i>
	<i>b</i>	<i>h</i>		вала <i>t</i> <sub>1</sub>	ступицы <i>t</i> <sub>2</sub>	
Свыше 12 до 17	5	5	0,25...0,4	3	2,3	10...56
* 17 * 22	6	6		3,5	2,8	14...70
* 22 * 30	8	7	0,4...0,6	4	3,3	18...90
* 30 * 38	10	8		5	3,3	22...110
* 38 * 44	12					28...140
* 44 * 50	14	9		5,5	3,8	36...160
* 50 * 58	16	10		6	4,3	45...180
* 58 * 65	18	11		7	4,4	50...200
* 65 * 75	20	12	0,6...0,8	7,5	4,9	56...220
* 75 * 85	22	14		9	5,4	63...250
* 85 * 95	25					70...280

Примечания: 1. Длины призматических шпонок *l* выбирают из следующего ряда: 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32, 36, 40, 45, 50, 56, 63, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 180, 200, 220, 250.  
2. Пример условного обозначения шпонки исполнения *l*, размеры *b*=16 мм, *h*=10 мм, *l*=50 мм: Шпонка 16×10×50 ГОСТ 23360—78.

Условие прочности шпонки при срезе:  $\tau_{cp} = \frac{2M}{d \cdot l \cdot h} \leq [\tau_{cp}]$

где  $[\tau_{cp}]$  – допускаемое напряжение среза,  $[\tau_{cp}] = 60 \dots 100$  МПа.

В случае невыполнения условий прочности принимаются размеры шпонки из следующего ряда, либо устанавливают две диаметрально противоположных шпонки.

**Задание к практической работе:** Подобрать размеры шпоночного соединения призматической шпонкой для вала диаметром  $d$ , передающего вращающий момент  $M$ ; проверить прочность шпонки на срез и прочность соединения на смятие. Исходные данные принять в соответствии с вариантом.

Таблица. Исходные данные к практической работе

№ вар.	$d, \text{мм}$	$M, \text{Нм}$	Матери- ал ступицы	№ вар.	$d, \text{мм}$	$M, \text{Нм}$	Матери- ал ступицы	№ вар.	$d, \text{мм}$	$M, \text{Нм}$	Мате- риал ступицы
1	25	70	Сталь 45	10	60	190	чугн	19	30	80	Сталь 35
2	30	75		11	55	180		20	35	90	
3	35	80		12	50	170		21	38	112	
4	38	90		13	48	160		22	40		
5	40	120	чугун	14	45	150	Сталь 45	23	42		Сталь 35
6	42	130		15	38	140		24	45		
7	45	180		16	35	120		25	48		
8	48	170		17	38	145		26	50		
9	50	190		18	30	115		27	54		

### Контрольные вопросы.

1. Назначение и устройство шпоночного соединения?
2. Каким образом задаются размеры шпонки?
3. Сформулировать критерии работоспособности шпоночного соединения.
4. Сущность проверочных расчетов соединения на срез и смятие?

### Ход выполнения работы.

1. Выбрать размеры поперечного сечения шпонки.
2. Определить длину ступицы.
3. Определить длину шпонки, согласовав ее со стандартным рядом длин.
4. Проверить прочность шпонки на срез.
5. Проверить прочность соединения на смятие.
6. Проанализировать полученные результаты.

7. Ответить на контрольные вопросы.

8. Сделать вывод по работе.

### **Отчет по работе**

#### **Практическая работа № 8.**

Выполнение расчетов шпоночных соединений на срез и смятие.

Цель:

1. Задание к практической работе.
2. Исходные данные:
3. Определение размеров поперечного сечения шпонки.
4. Определение длины шпонки.
5. Проверка прочности шпонки на срез.
6. Проверка соединения на смятие.
7. Оценка результатов расчетов.
8. Ответы на контрольные вопросы.
9. Вывод по работе.

#### **Практическая работа №9.**

##### **Определение главных центральных моментов инерции составных сечений.**

**Цель:** освоение методики расчета осевых моментов составных сечений.

**Умения:** (элементы) определять напряжения в конструктивных элементах при изгибе

**Знания:** (элементы) методика расчета элементов конструкций на прочность и жесткость при изгибе.

##### **Теоретический материал.**

При изгибе поперечное сечение сопротивляется деформации не одинаково, при расчетах напряжений геометрическими характеристиками поперечного сечения, влияющие на сопротивление сечения деформированию, являются осевые моменты инерции:

- 1). осевой момент инерции относительно оси X -  $J_x$

2). осевой момент инерции относительно оси  $Y - J_y$

Осевые моменты инерции характеризуют сопротивление сечения повороту относительно соответствующей оси.

*Главные оси* — это оси, относительно которых осевые моменты инерции принимают экстремальные значения: минимальный и максимальный.

Оси симметрии сечения являются главными центральными осями

*Главные центральные моменты инерции* — это моменты инерции относительно главных осей, проходящих через центр тяжести.

Оси симметрии сечения являются главными центральными осями.

### ***Моменты инерции простейших сечений:***

1) для прямоугольника и квадрата  $J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}$

2) для круга  $J_x = J_y = 0,05d^4$ , где  $d$  — диаметр круга

3) для кольца  $J_x = J_y = 0,05d^4(1-c^4)$ , где  $d$  — наружный диаметр кольца,  $c$  — коэффициент кольца  $c = d_{BH}/d$ ;  $d_{BH}$  — внутренний диаметр кольца;

### ***Моменты инерции относительно параллельных осей***

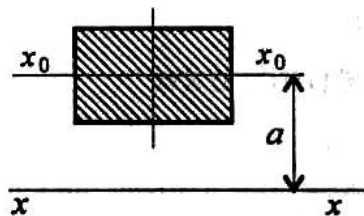


Рисунок 1. Схема для расчета осевых моментов инерции относительно параллельных осей.

$$J_x = J_{x_0} + a^2 \cdot A$$

где  $J_x$  — момент инерции относительно оси  $xx$ ,

$J_{x_0}$  — момент инерции относительно оси  $x_0x_0$ ;

$A$  — площадь сечения;  $a$  — расстояние между осями.

### **Рекомендации по выполнению работы:**

1. Момент инерции сложной фигуры является суммой моментов инерции частей, на которые ее разбивают. Разбить заданную фигуру на простейшие

части, для каждой определить главные центральные моменты инерции по известным формулам.

2. Моменты инерции вырезов и отверстий можно представить отрицательными величинами.

3. Заданные сечения симметричны, главные центральные оси совпадают с осями симметрии составного сечения.

4. Моменты инерции частей, чьи главные центральные оси не совпадают с главными центральными осями сечения в целом, пересчитывают с помощью формулы для моментов инерции относительно параллельных осей. Расстояние между параллельными осями определить по чертежу.

**Пример:** Для заданного сечения (рис. 2) вычислить главные центральные моменты инерции.

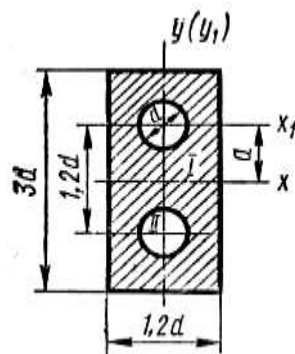


Рисунок 2. Плоская фигура к примеру.

Решение:

Сечение имеет две оси симметрии, которые являются его главными центральными осями. Разбиваем сечение на две простейшие фигуры: прямоугольник (I) и два круга (II).

Момент инерции прямоугольника относительно оси  $x$

$$J_x^I = \frac{bh^3}{12} = \frac{1,2d \cdot (3d)^3}{12} = \frac{32,4d^4}{12} = 2,7d^4$$

Ось  $x$  (центральная ось сечения) не является центральной осью круга.

Следовательно, момент инерции круга следует вычислять по формуле

$$J_x^{II} = J_{x1}^{II} + a^2 \cdot A = 0,05d^4 + (0,6d)^2 \cdot [\pi \cdot (0,5d)]^2 = 0,05d^4 + 0,25 \cdot \pi \cdot d^4 = 0,05d^4 + 0,2826d^4 = 0,3326d^4$$

$$\text{где } J_{x1}'' = 0,05d^4; A = \pi R^2 = \pi \cdot (0,5d)^2$$

$$\text{Тогда } J_x = J_x' - 2 \cdot J_x'' = 2,7d^4 - 2 \cdot 0,3326d^4 = 2,0348 d^4.$$

Ось у является центральной для прямоугольника и кругов. Следовательно,

$$J_y = J_y' - 2J_y'' = \frac{hb^3}{12} - 2 \cdot 0,05d^4 = \frac{3d \cdot (1,2d)^3}{12} - 0,1d^4 = 0,332d^4$$

### Задание к практической работе:

Вычислить главные центральные моменты инерции сечений, представленных на схемах (рис3). Исходные данные принять в соответствии с вариантом по таблице.

Таблица. Исходные данные к практической работе.

№ вар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>d1</b> <b>мм</b>	80	-	-	90	-	100	82	-	-	96	-	98	84
<b>d2</b> <b>мм</b>	-	12	14	16	14	20		18	10	12	14	18	-
<b>h</b>	-	80	84	-	86	-		90	92	-	94	-	-
<b>b</b>	-	38	36	-	40	-		42	44	-	50	-	-
<b>a</b>	48	52	56	60	58	48	48	56	60	64	48	52	56
<b>h1</b>	8	-	-	12	-	-	12	-	-	10	-	-	12
<b>b1</b>	10	-	-	30		-	20	-	-	22	-	-	18
<b>h2</b>	-	20	-	-	8	30	-	22	-	-	10	32	-

Продолжение таблицы. Исходные данные к практической работе №9.

№ вар	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
<b>схе- ма</b>	б	в	г	д	е	а	б	в	г	д	е	а	б
<b>d1</b> <b>мм</b>	-	-	90	-	100	86	-	-	104	-	88	90	-
<b>d2</b> <b>мм</b>	14	16	18	20	32	-	10	8	20	20	22	-	8
<b>h</b>	96	98	-	110	-	-	102	104	-	110	-	-	80
<b>b</b>	40	50	-	60	-	-	62	70	-	60	-	-	50
<b>a</b>	60	58	48	48	50	52	54	56	50	52	48	46	48
<b>h1</b>	-	-	20	-	-	18	-	-	16	-	-	20	-
<b>b1</b>	-	25	38	-	-	25	-	40	32	-	-	30	-
<b>h2</b>	18	12	-	10	18	-	28	20	-	12	16	-	30



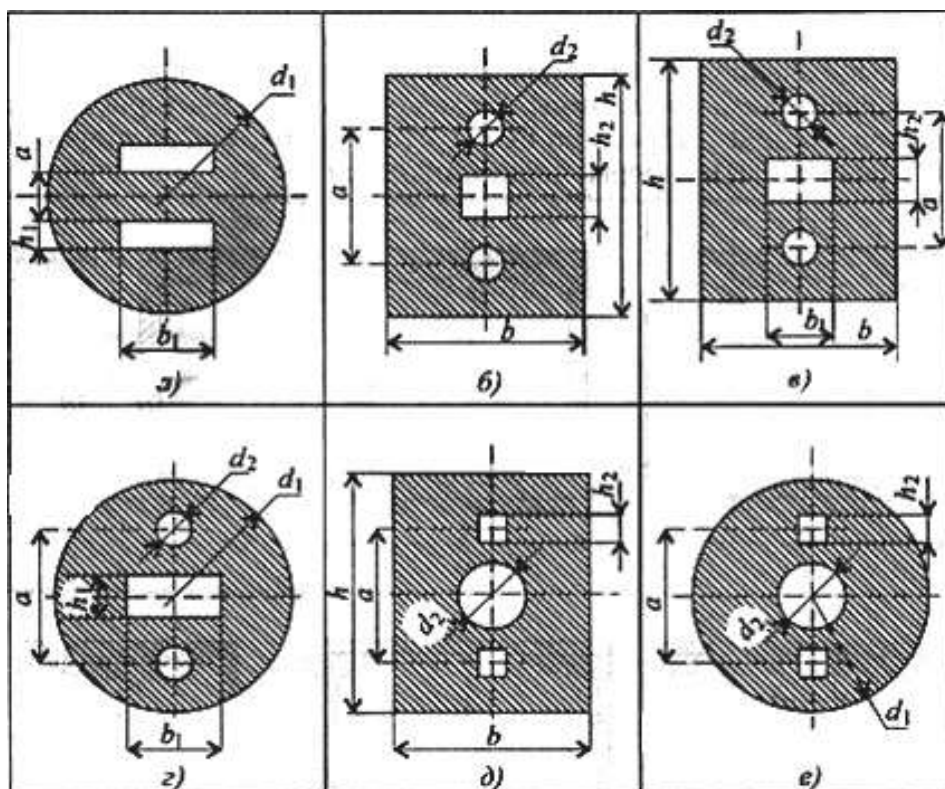


Рисунок 3. Схемы к практической работе.

### Контрольные вопросы.

1. Что характеризуют осевые моменты инерции поперечных сечений?
2. Как изменится осевой момент инерции круглого поперечного сечения при увеличении диаметра вдвое?
3. Запишите формулы для определения осевого момента инерции относительно оси  $X$  для круга, прямоугольника и кольца.

### Ход выполнения работы.

1. Разбить фигуру на простейшие геометрические.
2. Указать положение главных центральных осей  $X, Y$ .
3. Указать положение осей  $X, Y$  в каждой полученной фигуре, указать расстояния от данных осей до соответствующих центральных осей.
4. Определить осевые моменты инерции каждой фигуры относительно центральной оси  $X$  по соответствующим формулам.
5. Определить осевой момент инерции составной фигуры относительно центральной оси  $X$ .

6. Определить осевые моменты инерции каждой фигуры относительно центральной оси  $Y$  по соответствующим формулам.
7. Определить осевой момент инерции составной фигуры относительно центральной оси  $Y$ .
8. Ответ на контрольные вопросы.
9. Сформулировать вывод по работе.

### **Отчет по работе.**

#### **Практическая работа №9.**

Определение главных центральных моментов инерции составных сечений.

Цель:

1. Задание к практической работе:
2. Эскиз фигуры.
3. Разбивка фигуры на простейшие геометрические.
4. Определение осевых моментов инерции каждой фигуры относительно центральной оси  $X$ .
5. Определение осевых моментов инерции составной фигуры относительно центральной оси  $X$ .
6. Определение осевых моментов инерции каждой фигуры относительно центральной оси  $Y$ .
7. Определение осевых моментов инерции составной фигуры относительно центральной оси  $Y$ .
8. Ответы на контрольные вопросы.
9. Вывод по работе.

#### **Практическая работа №10**

**Выполнение расчетов на прочность и жесткость при кручении.**

**Цель:** Освоение методики расчетов на прочность и жесткость при кручении.

**Умения:** определять напряжения в элементах конструкций.

**Знания:** - методика расчета элементов конструкций на прочность, жесткость (условие прочности и жесткости при кручении, способы обеспечения прочности и жесткости)

### **Теоретический материал.**

Кручением называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении элемента конструкции возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент  $M_z$ .

Величина крутящего момента в любом поперечном сечении определяется алгебраической суммой скручивающих моментов, приложенных к оставшейся части.  $M_z = \sum m_{i \text{ ост.ч}} (1)$ . При определении крутящего момента в любом поперечном сечении используется метод сечений.

#### ***Правила построения ЭМ<sub>z</sub>:***

- проводится базовая линия эпюры параллельно оси Z;
- базовая линия эпюры разбивается на участки перпендикулярами, опущенными из точек приложения скручивающих моментов на базовую линию;
- участки нумеруются;
- определяется на каждом участке величина крутящего момента (по ф. 1), используя метод сечений;
- строится ЭМ<sub>z</sub> в виде прямых линий, параллельных оси с ординатами в соответствии с определенными ранее значениями крутящих моментов.

Скручивающий момент считается положительным, если он стремится повернуть оставшуюся часть по часовой стрелке при взгляде со стороны рассматриваемого сечения.

Сущность проверочного расчета на прочность при кручении заключается в определении максимальных напряжений в наиболее опасном сечении и в сравнении их с величиной допускаемых напряжений, т. е. проверить выполнение условия прочности на кручение.

$$\tau_{\kappa p \max} = \frac{M_{z \max}}{W_p} \leq [\tau_{\kappa p}]$$

где  $M_{z \max}$  – наибольший крутящий момент, Нм

$[\tau_{\kappa p}]$  – допускаемое касательное напряжения кручения, Н/мм<sup>2</sup>

$W_p$  – полярный момент сопротивления поперечного сечения, мм<sup>3</sup>-

геометрическая характеристика прочности поперечного сечения при кручении;

$W_p = 0,1 d^3$  – для круглого поперечного сечения;

$W_p = 0,1 d^3 (1-\alpha^4)$  – для кольцевого сечения

где  $\alpha$  - коэффициент кольца  $\alpha = \frac{d}{d_0}$

Сущность проверочного расчета элемента конструкции на жесткость при кручении заключается в определении максимального относительного угла закручивания и в сравнении его величины с допускаемым значением, т.е. проверяется выполнение условия жесткости:

$$\varphi_{0 \max} = \frac{M_{z \max}}{G \cdot I_p} \leq [\varphi_0],$$

где  $G$  – модуль поперечной упругости, характеризующий жесткость материала при кручении,  $G=0,8 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>;

$I_p$ - полярный момент инерции поперечного сечения, мм<sup>4</sup>-

геометрическая характеристика жесткости поперечного сечения при кручении;

-для круга  $I_p = 0,1 d^4$ , мм<sup>4</sup>;

-для кругового кольца  $I_p = 0,1 d^4 (1-\alpha^4)$ ,

где  $\alpha$ - коэффициент кольца  $\alpha = \frac{d_0}{d}$

**Пример:** Выполнить расчет на прочность и жесткость при кручении, если  $P_1=20$  кВт,  $P_2=40$  кВт,  $P_3=60$  кВт, угловая скорость  $\omega=100$  рад/с. Сечение круг с диаметром  $d=30$  мм, Допускаемое касательное напряжение  $[\tau_{\kappa p}]=30$  Н/мм<sup>2</sup>, допускаемый относительный угол закручивания  $[\varphi_0]=0,002$ .

1. Построение эпюры крутящих моментов ( $\Sigma M_z$ ) (рис.1):

Сначала определим величину скручивающих моментов по известным значениям мощности и угловой скорости:

$$m = \frac{P \cdot 10^3}{\omega}, \text{ Н} \cdot \text{м}$$

где  $P$  – мощность, кВт

$\omega$  – угловая скорость,  $\text{с}^{-1}$

Далее построим эпюру крутящих моментов ведется по формуле:

$$M_z = \sum m_i z \text{ ост. ч}$$

На первом участке скручивающих нагрузок нет, поэтому  $M_{z1} = 0$ ;

На втором участке появляется скручивающая нагрузка  $m_1$ , поэтому на втором участке крутящий момент равен

$M_{z2} = - 200 \text{ Нм}$  (знак «-» потому что  $m_1$  скручивает против часовой стрелки);

На третий участок действуют два скручивающих момента  $m_1$  (скручивает против часовой стрелки, см. схему нагружения, рис. 1) и  $m_2$  (скручивает против часовой стрелки, см. схему нагружения, рис. 1), поэтому крутящий момент на третьем участке будет равен сумме этих моментов:

$$M_{z3} = - 200 - 400 = - 600 \text{ нм};$$

На четвертый участок действуют все три скручивающих момента  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  (скручивает по часовой стрелки, см. схему нагружения, рис. 1), поэтому крутящий момент на четвертом участке будет равен сумме этих моментов:

$$M_{z4} = - 200 - 400 + 600 = 0$$

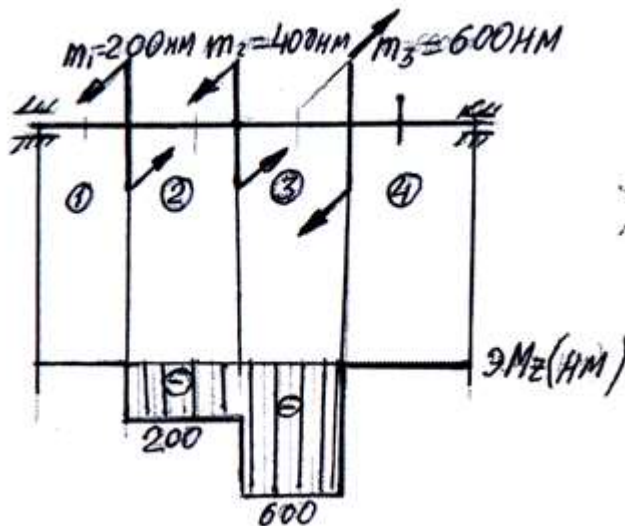


Рис.1. Схема нагружения и эпюра крутящих моментов.

2. Расчет на прочность ведется по формуле:

$$\tau_{кр\max} = \frac{M_{z\max}}{W_p} \leq [\tau_{кр}]$$

где  $M_{z\max}$  – наибольший крутящий момент, Нм.

$$M_{z\max} = 600 \text{ Нм}$$

$[\tau_{кр}]$  – допускаемое касательное напряжения кручения, Н/мм<sup>2</sup>

$W_p$  – полярный момент сопротивления поперечного сечения, мм<sup>3</sup>.

Для круглого сечения имеет формулу:

$$W_p = 0,1 d^3 = 0,1 \cdot 30^3 = 2700 \text{ мм}^3.$$

Подставим полученные значения в формулу для поиска критического касательного напряжения:

$$\tau_{кр} = \frac{600 \cdot 10^3}{2700} = 222 \text{ Н/мм}^2$$

Сравниваем касательное напряжения, которые возникло в конструкции с допускаемым касательным напряжением:

$222 \text{ Н/мм}^2 \leq 30 \text{ Н/мм}^2$  Неравенство не выполняется. Вывод: условие прочности не выполняется.

3. Расчет на жесткость ведется по формуле:

$$\varphi_{0\max} = \frac{M_{z\max}}{G \cdot I_p} \leq [\varphi_0],$$

где  $G$  – модуль поперечной упругости, характеризующий жесткость материала при кручении,  $G=0,8 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ ;

$I_p$ - полярный момент инерции поперечного сечения,  $\text{мм}^4$ . Для круглого сечения находится по формуле:

$$I_p = 0,1d^4 = 0,1 \cdot 30^4 = 81000 \text{ мм}^4.$$

Подставим значения в формулу:

$$\varphi_{0max} = \frac{600 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 81000} = 0,09 \cdot 10^{-3}$$

Сравниваем максимальный относительный угол закручивания и допускаемый относительный угол закручивая:

$0,09 \cdot 10^{-3} \leq 0,002$  Неравенство выполняется. Вывод: условие жесткости выполняется.

**Задание к практической работе:** Проверить прочность и жесткость стального вала для схемы нагружения (рис.1) соответствующей варианту. Проанализировать полученные результаты, в случае не выполнения условий прочности и жесткости предложить варианты выполнения условий прочности и жесткости.

Таблица № 1. Исходные данные к практической работе.

№ вариант а	Поперечное сечение	Размеры поперечного сечения, мм	№ схемы	Мощность, кВт			Угловая скорость $\omega$ , $\text{с}^{-1}$	Допускаемое касательное напряжение $[\tau_{кр}]$ , $\text{Н/мм}^2$	Допускаемый от- носительный угол закручивания
				$P_1$	$P_2$	$P_3$			
1	круг	d=20	1	35	20	15	20	25	0,016
2		d=25	2	150	100	50	45		
3		d=30	3	40	25	20	25		
4		d=35	4	110	60	30	35		
5		d=40	5	40	15	25	30		
6	кольцо	d=45; d <sub>0</sub> =40	6	130	90	40	45		
7		d=55; d <sub>0</sub> =48	7	100	65	25	35		
8		d=64; d <sub>0</sub> =56	8	90	45	20	20		
9		d=75; d <sub>0</sub> =65	9	120	30	30	20		
10		d=70; d <sub>0</sub> =60	10	80	55	35	25		
11	кру г	D=48	1	110	50	40	20	20	0.02
12		d=58	2	90	65	25	30		

13		d=65	3	65	35	20	25		
14		d=38	4	140	110	60	45		
15		d=45	5	120	80	40	35		
16		d=56	6	15	10	35	16		
17		d=34	7	75	80	25	40		
18		d=52	8	65	55	25	20		
19		d=65	9	45	50	35	23		
20		d=48	10	80	65	45	30		
21	Крутовое кольцо	D=45 d=38	1	50	40	30	28	30	0.022
22		D=68 d=60	2	70	60	40	25		
23		d=75; d=68	3	55	40	18	32		
24		d=85; d=78	4	65	55	35	35		
25		d=56; d=50	5	40	30	30	16		
26		d=86; d=76	6	100	18	50	20		
27		d=80; d=75	7	90	25	40	20		

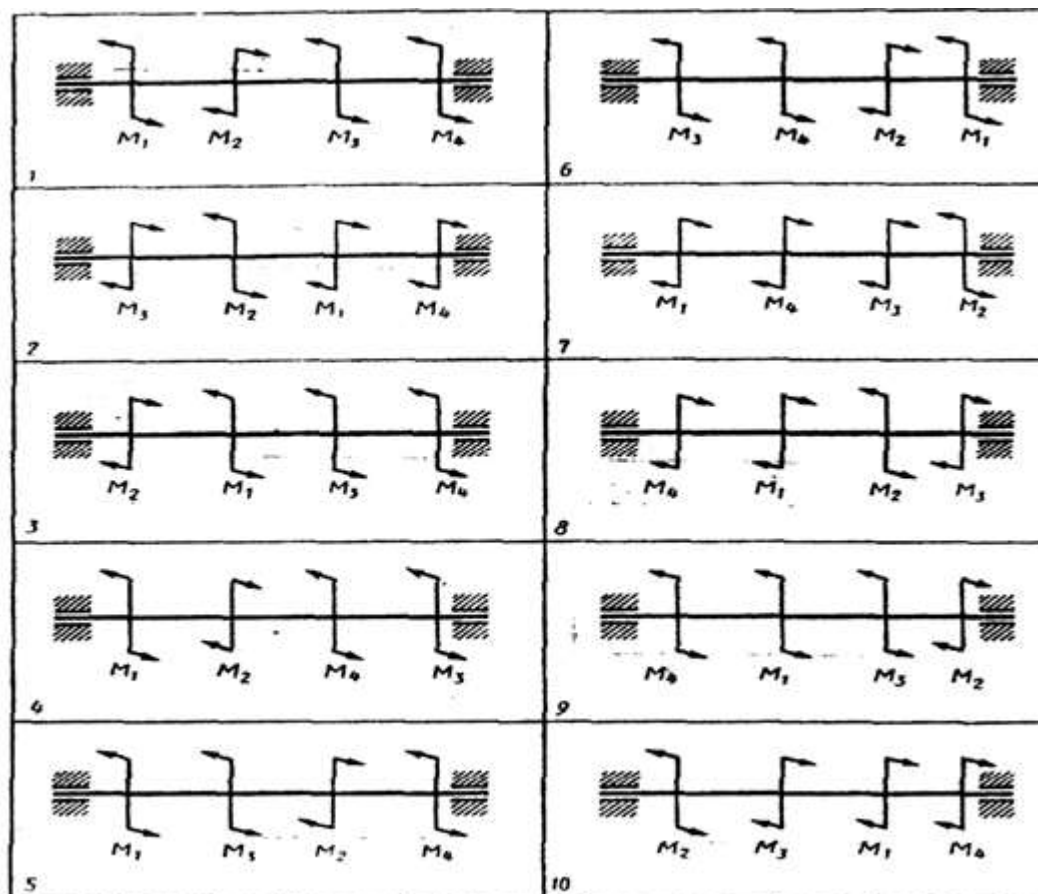


Рисунок 2. Схемы нагружения к практической работе.

### Контрольные вопросы.

1. Какие внешние нагрузки способны вызвать кручение?



2. Назовите внутренний силовой фактор, возникающий при кручении. Как определяется его величина и знак в любом поперечном сечении?
3. Сущность проверочных расчетов на прочность и жесткость при кручении?
4. Назовите геометрические характеристики жесткости и прочности поперечного сечения при кручении.

### **Ход выполнения работы**

1. Определить величину скручивающих моментов

$$m = \frac{P \cdot 10^3}{\omega}, \text{ Нм}$$

где  $P$  – мощность, кВт

$\omega$  – угловая скорость,  $\text{с}^{-1}$

2. Определить уравнивающий момент ( $M_4$ ) из условия равновесия:

$$\sum m_{\text{из ост. ч.}} = 0$$

3. Используя метод сечений построить эпюру крутящих моментов  $\mathcal{M}_z$ .
4. Для наиболее опасного участка вала (см. эпюру крутящих моментов) определить максимальные напряжения кручения в поперечном сечении.
5. Полученное значение напряжения сравнить с допускаемым напряжением и сделать вывод о прочности.
6. Проверить выполнения условие жесткости и сделать вывод об обеспечении жесткости.
7. В случае невыполнения одного из условий предложить возможные варианты их выполнения.
8. Ответить на контрольные вопросы.
9. Сформулировать вывод по работе.

### **. Отчет по занятию.**

#### **Практическая работа №10**

Выполнение расчетов на прочность и жесткость при кручении

Цель:

1. Исходные данные
2. Схема нагружения

3. Определение величины скручивающих моментов.
4. Определение величины уравнивающего момента.
5. Построение эпюры крутящих моментов и определение положения наиболее опасного сечения.
6. Определение величины максимальных напряжений кручения.
7. Вывод об обеспечении прочности.
8. Проверка жесткости наиболее опасного сечения.
9. Вывод об обеспечении жесткости.
10. Ответы на контрольные вопросы.
11. Вывод по работе.

### **Практическое занятие № 11.**

#### **Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.**

**Цель:** освоение методики построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

**Умения** (элементы): *определять напряжения в элементах конструкций*  
(определение положения наиболее опасного сечения)

**Знания** (элементы): *методика расчетов элементов конструкций на прочность*

#### **Теоретический материал**

Изгиб – это такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникают изгибающие моменты. Изгиб, при котором в поперечных сечениях кроме изгибающих моментов возникают и поперечные силы, называется поперечным; если поперечные силы не возникают, то изгиб называется чистым.

*Величина поперечной силы* в любом поперечном сечении определяется алгебраической суммой внешних сил, приложенных к оставшейся части:

$$Q_y = \sum F_{iy \text{ ост.ч.}}$$

*Правило знаков поперечных сил:* поперечная сила считается положительной, если: внешняя нагрузка стремится повернуть оставшуюся часть вокруг рассматриваемого сечения по часовой стрелке, если против часовой стрелки – отрицательной.

*Изгибающий момент* в произвольном поперечном сечении численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, приложенных к оставшейся части относительно рассматриваемого сечения:  $M_x = \sum M_{\text{сеч}}(F_{i\text{юст. ч.}})$

*Правило знаков изгибающих моментов:* ( при мысленном закреплении в рассматриваемом сечении), изгибающему моменту приписывается знак плюс, если внешняя нагрузка изгибает оставшуюся часть выпуклостью вниз, если выпуклостью вверх – то знак минус.

***Правила построения эпюр поперечных сил по характерным точкам:***

1. В **концевом сечении** поперечная сила равна нулю, если не приложена сосредоточенная сила (активная или реактивная).
2. Поперечная сила **скачкообразно** изменяет свое значение в сечении, в котором приложена сосредоточенная сила, величина скачка равна величине приложенной силы.
3. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра изображается прямой линией, наклоненной к оси балки.
4. На участке, свободном от действия равномерно распределенной нагрузки, эпюра- прямая линия, параллельная оси.

***Правила построения эпюр изгибающих моментов по характерным точкам:***

1. В **концевом сечении** изгибающий момент равен нулю, если не приложен внешний сосредоточенный момент. Если же в концевом сечении приложена пара сил, то изгибающий момент равен моменту приложенной пары.
2. Изгибающий момент **скачкообразно** изменяет свое значение в сечении, в котором приложен сосредоточенный момент, величина скачка равна величине приложенного момента.

3. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра изображается квадратичной параболой, обращенной навстречу нагрузке.

4. На участке, свободном от действия равномерно распределенной нагрузки, эпюра – наклонная прямая.

5. На участке действия равномерно распределенной нагрузки в точке, где эпюра поперечных сил плавно переходит через ноль, на эпюре изгибающих возникает экстремум.

Анализ эпюры изгибающих моментов позволяет определить положение наиболее опасного сечения (по величине максимального изгибающего момента).

#### ***Контроль правильности построенных эпюр:***

1. ЭQ скачкообразно изменяет свое значение в точках приложения сосредоточенных сил, величина скачка определяется величиной приложенной силы.

2. ЭQ – прямая, параллельная оси эпюры на участках, свободных от действия равномерно распределенной нагрузки и наклонная прямая на участках действия равномерно распределенной нагрузки.

3. ЭМ скачкообразно изменяет свое значение в точках приложения сосредоточенных моментов, величина скачка определяется величиной приложенного момента.

4. ЭМ- наклонная прямая на участках, свободных от действия равномерно распределенной нагрузки и парабола, обращенная выпуклостью навстречу нагрузке на участках действия равномерно распределенной нагрузки.

**Пример:** Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис.1)

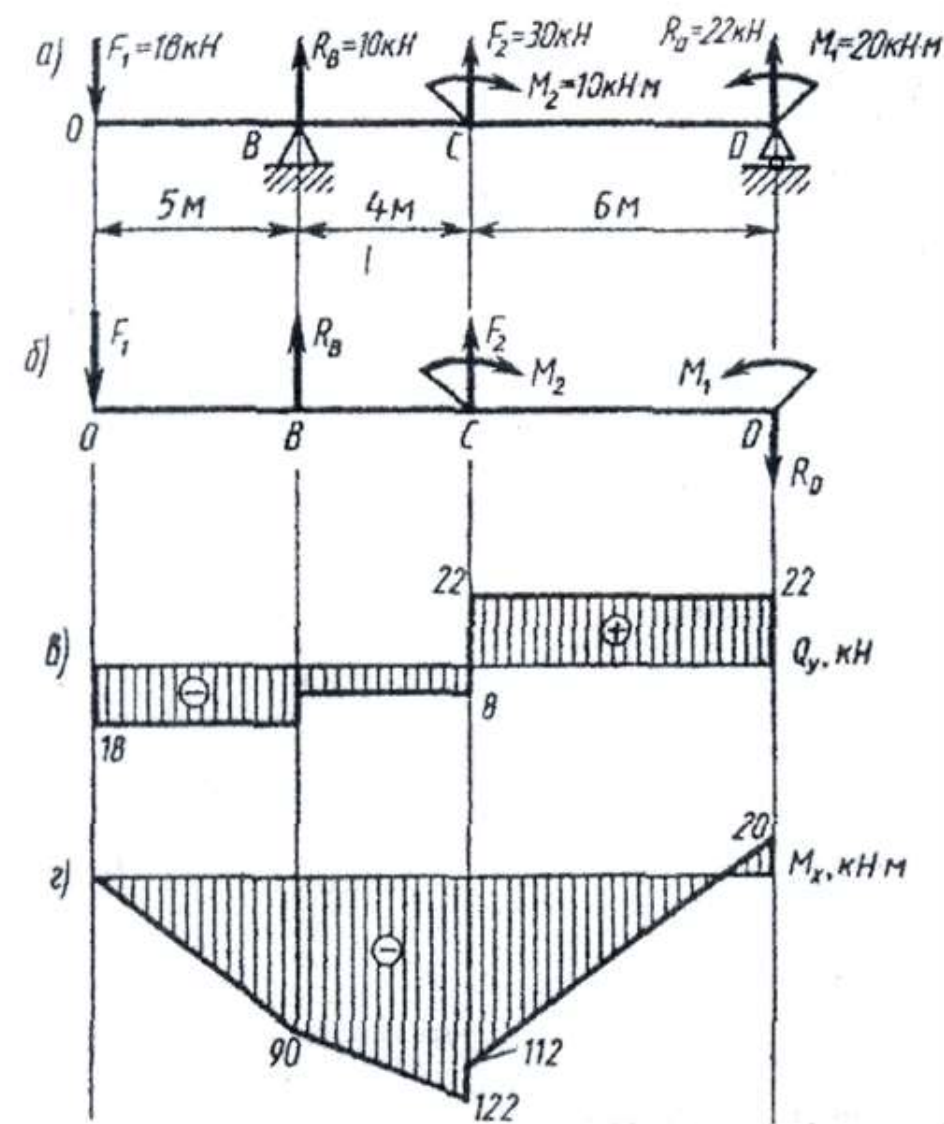


Рисунок 1. Расчетная схема к примеру.

1. Определение опорных реакции и проверка правильности найденных значений:  $\sum M_D = 0; -F_1 \cdot OD + R_B \cdot BD + M_2 + F_2 \cdot CD - M_1 = 0 \quad (1)$

Решая уравнение (1) получим  $R_B = 10 \text{ kN}$ .

$$\sum M_B = 0; -F_1 \cdot OB - R_D \cdot BD - F_2 \cdot BC + M_2 - M_1 = 0 \quad (2)$$

Из уравнения (2)  $R_D = -22 \text{ kN}$

Т.к. реакция  $R_D$  получилась со знаком минус, то изменяем ее первоначальное направление на противоположное. Истинное направление реакции  $R_D$  — вниз.

$$\text{Проверка: } \sum F_{iy} = -F_1 + R_B + F_2 - R_D = -18 + 10 + 30 - 22 = 0.$$

Уравнение равновесия статики  $\sum F_{iy} = 0$  выполняется, следовательно реакции опор определены верно. При построении эпюр используем только истинные направления реакций опор.

2. Выделим на балке характерные точки: О, В, С, Д.

3. Определяем в характерных точках значения поперечной силы  $Q_y$  и строим эпюру поперечных сил слева направо в соответствии с полученными значениями поперечных сил в соответствующих точках:

$Q_y = \sum F_{iy \text{ ост.ч.}}$  (1) (если внешняя сила стремится повернуть вокруг рассматриваемого сечения по часовой стрелке, то она в формулу (1) входит со знаком (+), если против часовой стрелке – то со знаком (-)).

$$Q_{y0} = -F_1 = -18 \text{ кН (используем правило концевого сечения);}$$

Поперечную силу в точках В и С считаем дважды по формуле (1), т. к. в точках В и С приложены сосредоточенные силы и на Э $Q_y$  должен быть скачок, равный величине этих сил:

Рассекаем слева от точки В, отбрасываем часть балки правее этого сечения и учитываем силы, приложенные к оставшейся части:

$$Q_{yB}^{\text{слева}} = -18 \text{ кН;}$$

Рассекаем справа от точки В, отбрасываем часть балки правее этого сечения и учитываем силы, приложенные к оставшейся части:

$$Q_{yB}^{\text{справа}} = -18 + 10 = -8 \text{ (кН);}$$

Рассекаем слева от точки С, отбрасываем часть балки правее этого сечения и учитываем силы, приложенные к оставшейся части:

$$Q_{yC}^{\text{слева}} = -18 + 10 = -8 \text{ (кН);}$$

Рассекаем справа от С, отбрасываем часть балки правее этого сечения и учитываем силы, приложенные к оставшейся части:

$$Q_{yC}^{\text{справа}} = -18 + 10 + 30 = 22 \text{ (кН);}$$

$$Q_{yD} = 22 \text{ кН (по правилу концевого сечения).}$$

4. Определяем в характерных точках значения изгибающего момента  $M_x$ , и строим эпюру изгибающих моментов слева направо:

$M_x = \sum M_{\text{сеч}} (F_{iy \text{ ост. ч.}})$  (2) (правило знаков: если сила стремится изогнуть оставшуюся часть выпуклостью вниз, то знак (+), если выпуклостью вверх, то – знак (-)):

$$M_{x0} = 0 \text{ (по правилу концевого сечения);}$$

Рассекаем в точке В, отбрасываем правую от полученного сечения часть и определяем моменты сил, приложенных к оставшейся части:

$$M_{xB} = -18 \cdot OB = -18 \cdot 5 = -90 \text{ Кнм};$$

Определяем изгибающий момент в точке С дважды, т. к. в точке С приложен сосредоточенный момент и на эпюре изгибающих моментов должен быть скачок на величину этого момента:

Рассекаем в точке С слева от точки С, отбрасываем правую от полученного сечения часть и определяем моменты сил, приложенных к оставшейся части:

$$M_{xc}^{\text{слева}} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 = -122 \text{ (кН м)}$$

Рассекаем в точке С справа от точки С, отбрасываем правую от полученного сечения часть и определяем моменты сил, приложенных к оставшейся части:

$$M_{xc}^{\text{справа}} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC + M_2 = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 + 10 = -112 \text{ (кН м)};$$

$$M_{xd} = 20 \text{ (кНм)} \text{ ( по правилу концевого сечения)}$$

**Задание к практической работе:** Для заданных схем нагружения балок: определить реакции связей, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис.3). Исходные данные принять в соответствии с вариантом, определить положение наиболее опасного сечения.

Таблица Исходные данные к практической работе №12.

вари- анта	№ схемы	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$m$ , кНм
1	1	6	-	9
2	2	8	6	5
3	3	5	8	6
4	4	12	15	8
5	5	8	12	-
6	6	6	11	15
7	7	15	-	9
8	8	10	20	-
9	9	16	12	4
10	10	8	6	8
11	1	12	-	18
12	2	10	5	6
13	3	8	14	-5
14	4	3	9	8
15	5	16	20	-
16	6	9	10	12
17	7	15	-	9
18	8	25	15	-
19	9	16	12	12
20	10	8	10	6
21	1	12	-	6
22	2	8	2	4

23	3	10	5	8
24	4	14	9	10
25	5	20	12	-
26	6	8	10	4
27	7	18	-	12

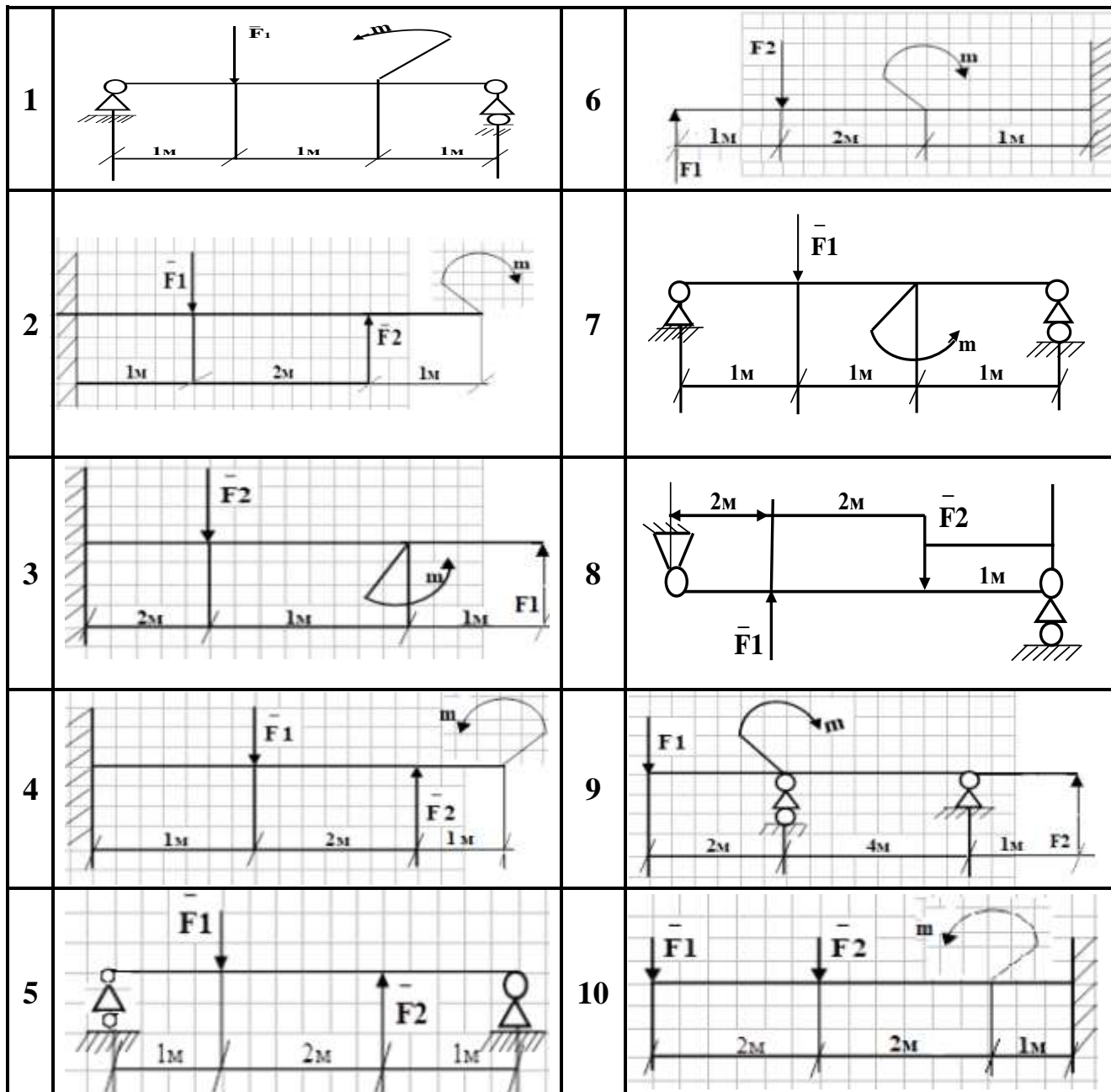


Рисунок 3. Схемы нагружения к практической работе.

### Контрольные вопросы.

1. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях при поперечном изгибе?
2. Запишите формулу для определения поперечной силы, укажите правило знаков.



3. Запишите формулу для определения изгибающего момента, укажите правило знаков.

4. Объясните причину скачкообразного изменения ординат ЭQ и ЭM.

5. С какой целью строятся ЭQ и ЭM?

### **Ход выполнения работы**

1. Определить реакции связей (для двух опорной балки):

1.1. заменить связи реакциями связей;

1.2. составить уравнения равновесия и определить реакции связей;

1.3. произвести контроль правильности определенных реакций.

2. Построить ЭQ:

2.1. определить величину поперечной силы в характерных точках (в сечениях приложения сосредоточенных сил расчет произвести дважды: слева и справа от сечения);

2.2. построить ЭQ по полученным ординатам.

3. Построить ЭM:

3.1. определить величину изгибающего момента в характерных точках (в сечениях приложения сосредоточенных моментов расчет произвести дважды: слева и справа от сечения);

3.2. построить ЭM по полученным ординатам.

4. Произвести контроль правильности построенных эпюр.

5. Определить положение наиболее опасного сечения.

6. Ответить на контрольные вопросы.

7. Сформулировать вывод по работе.

### **Отчет по работе**

#### **Практическая работа №11**

#### **Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов**

**Цель:**

1.1. Схема нагружения.

1.2. Исходные данные:

1.3. Расчет реакций связей.

- 1.4. Определение величины поперечной силы в характерных точках и построение ЭQ.
- 1.5. Определение величины изгибающего момента в характерных точках и построение ЭМ.
- 1.6. Контроль правильности построенных эпюр.
- 1.7. Определение положения наиболее опасного сечения.
2. Ответы на контрольные вопросы
3. Вывод по работе.

## **Практическая работа №12.**

### **Расчет на прочность при изгибе.**

**Цель:** освоение методики прочностных расчетов балок, изготовленных из пластичных материалов.

**Умения (элементы):** определять напряжения в элементах конструкций (определение положения наиболее опасного сечения при изгибе, проверочный расчет на прочность при изгибе)

**Знания:** методика расчета элементов конструкций на прочность (правила построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов, условие прочности при изгибе, сущность проверочного расчета при изгибе)

### **Теоретический материал**

При изгибе расчет на прочность производят по нормальным напряжениям изгиба. Сущность расчета на прочность заключается в определении максимальных напряжений в наиболее опасном сечении и в сравнении их величины с допускаемыми напряжениями:

#### ***Условие прочности для пластичных балок***

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

**Осевой момент сопротивления** для различных сечений- геометрическая характеристика прочности поперечного сечения при изгибе:

-для круга  $W_x = 0,1 \cdot d^3$

-для кругового кольца  $W_x = 0,1 \cdot d^3(1-\alpha^4)$

-для прямоугольника  $W_x = \frac{bh^2}{6}$

На основании условия прочности возможны три вида расчетов:

1. **проверочный** (проверяется обеспечение прочности выполнением условия прочности); 
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

2. **проектный** (определяются размеры поперечного сечения)

$$W_x \geq \frac{M_{x\max}}{[\sigma]};$$

3. **определение величины максимально допустимой внешней нагрузки**

$$M_{x\max} \leq W_x \cdot [\sigma]$$

**Пример расчета:** Проверить прочность двух опорной балки (рис.1), если  $[\sigma]=160 \text{ н/мм}^2$  для следующих вариантов: а) поперечное сечение: круг  $d=90 \text{ мм}$ ; б) поперечное сечение : прямоугольник  $h=80$ ;  $b = 50 \text{ мм}$ .

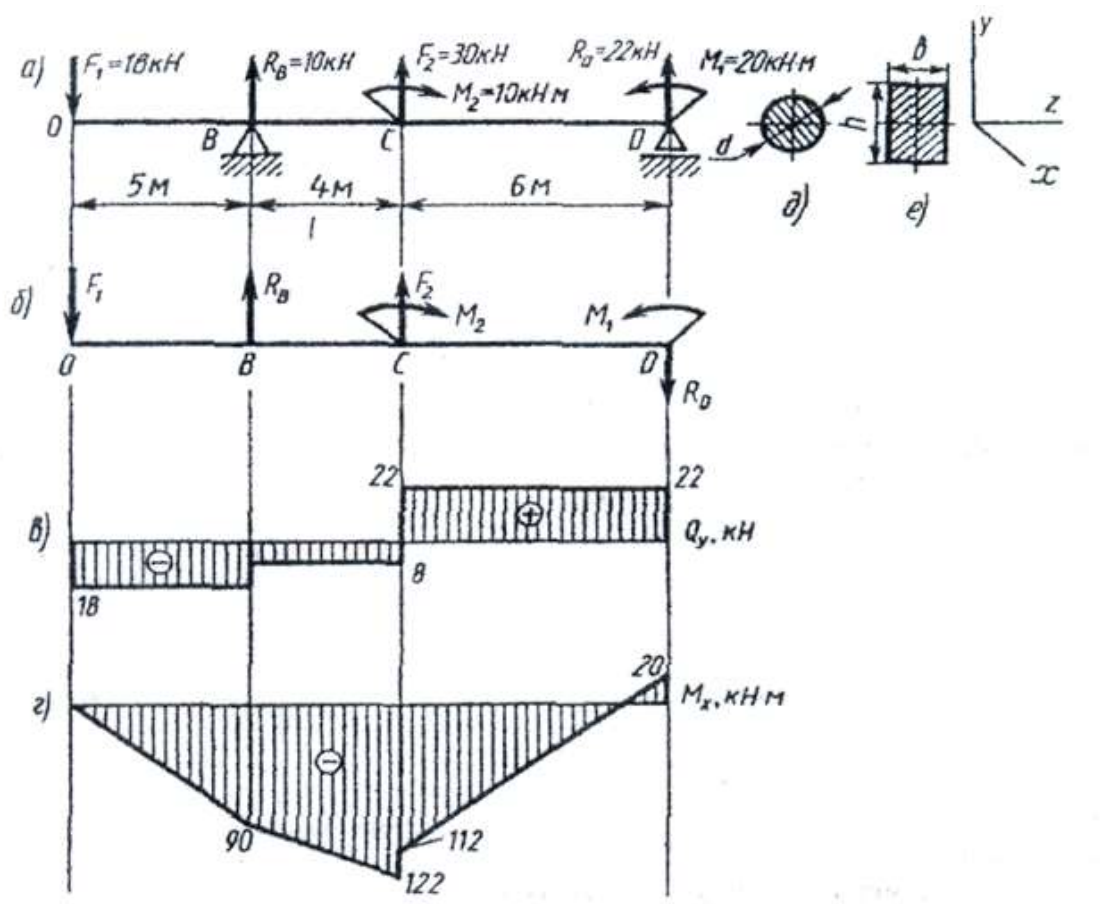


Рисунок1. Расчетная схема к примеру.

1. Из практической работы №12 определяем положение наиболее опасного сечения, анализируя ЭМ<sub>x</sub> (рис.1 ): наиболее опасное сечение В, т.к.

$$M_{x\max} = 122 \text{ кНм} = M_B.$$

2. Проверка прочности наиболее опасного сечения:

2.1 сечение – прямоугольник с заданным соотношением сторон.

Используя формулу 
$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{50 \cdot 80^2}{6} = 53333 (\text{мм}^3),$$

проверяем прочность балки по условию прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_{\max} = \frac{122 \cdot 10^6}{53333} = 228,0 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

Вывод: прочность балки не обеспечена, т. к.

$$\sigma_{\max} = 228,0 \text{ Н/мм}^2 > [\sigma] = 160 \text{ Н/мм}^2$$

2.2. сечение – круг:

Используя формулу 
$$W_x = 0,1 d^3 = 0,1 \cdot 90^3 = 72900 \text{ мм}^3$$

Проверяем прочность балки:

$$\sigma_{\max} = \frac{122 \cdot 10^6}{72900} = 267,3 \left( \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \right)$$

Вывод: прочность не обеспечена, т.к.  $\sigma_{\max} = 267,3 \text{ Н/мм}^2 > [\sigma] = 160 \text{ Н/мм}^2$

**Задание:** Проверить прочность стальной балки (исходные данные и схему нагружения взять из практической работы №11). В случае нарушения прочности предложить возможные варианты обеспечения прочности. Исходные данные принять в соответствии с вариантом.

Таблица. Исходные данные к практической работе

№вар	Допускаемое напряжение $[\sigma]$ , Н/мм <sup>2</sup>	Поперечное сечение
1	160	Круг, d=50мм Прямоугольник, h=40мм, b=30мм
2		Кольцо d=70мм, d0=60мм Квадрат a=55
3		Прямоугольник h=80мм, b=40мм Круг, d=70мм
4		Квадрат, a=40мм

		Кольцо d=55мм, d0= 40мм
5		Круг, d=70мм Прямоугольник h=42мм, b=34мм
6	190	Кольцо d=60мм, d0= 50мм Круг, d=52мм
7		Прямоугольник h= 60мм, b=40мм Круг, d=56мм
8		Квадрат a= 50мм Кольцо d=40мм d0=28мм
9		Круг, d=60мм Прямоугольник h= 60мм, b=40мм
10		Кольцо d=50мм d0=45мм Квадрат, a = 44мм
11		Прямоугольник h=70мм b=30мм Круг, d=58мм
12	210	Прямоугольник h= 58мм b=30мм Кольцо d=45мм, d0=20мм
13		Круг, d=62мм Квадрат, a = 62мм
14		Кольцо d=75мм, d0=65мм Прямоугольник h= 60мм, b=40мм
15		Прямоугольник h= 45мм b=25мм Круг, d=39мм
16		Квадрат a=60мм Кольцо d=60мм, d0=45мм
17	200	Круг, d=50мм Прямоугольник h= 44мм b=32мм
18		Кольцо d=70мм, d0=60мм Прямоугольник h= 58мм b=35мм
19		Прямоугольник h= 70мм b=50мм Круг, d=64мм
20		Квадрат a=80мм Кольцо d=75мм, d0=58мм
21		Круг, d=70мм Прямоугольник h= 68мм b=42мм
22	175	Квадрат a=54мм Круг, d=54мм
23		Кольцо d=80мм d0=70мм Квадрат a=64мм
24		Прямоугольник h= 45мм b=25мм Круг, d=38мм
25		Круг, d=65мм Кольцо d=65мм d0=55мм
26		Кольцо d= 52мм, d0= 40мм Круг d=52мм

**Контрольные вопросы:**

1. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечном сечении при поперечном изгибе?
2. Записать формулы для определения поперечной силы и изгибающего момента в любом поперечном сечении
3. Как определить величину поперечной силы и изгибающего момента в концевом сечении?
5. Сформулируйте сущность проверочного и проектного расчетов на прочность при изгибе?
6. Запишите условие прочности при изгибе.
7. Укажите возможные варианты обеспечения прочности элементов конструкций.

### **Ход выполнения работы**

1. Определив положение наиболее опасного сечения (по эпюре изгибающих моментов из практической работы №11) выполнить проверочный расчет на прочность для двух заданных сечений.
2. Проанализировать полученный результат.
3. Предложить варианты обеспечения прочности (при необходимости).
4. Ответить на контрольные вопросы.
5. Сформулировать вывод по работе.

### **Отчет по работе.**

#### **Практическая работа №12**

#### **Расчет на прочность при изгибе**

Цель:

1. Схема нагружения.
2. Исходные данные.
3. Определение положения наиболее опасного сечения.
4. Выполнение проверочного расчета балки на прочность.
5. Анализ полученного результата.
6. Ответы на контрольные вопросы.
7. Вывод по работе.

### Практическая работа №13.

#### Кинематический и динамический расчет многоступенчатого привода.

**Цель:** освоение методики кинематического и силового расчета многоступенчатого привода.

**Умения:** -читать кинематические схемы;

-производить расчеты механических передач; (определять виды механических передач, используемые в приводе; определять кинематические и силовые характеристики механических приводов);

**Знания:** виды механизмов, их кинематические и динамические характеристики (условные обозначения, используемые в кинематических схемах; формулы для определения передаточных отношений, КПД, мощности, вращающих моментов отдельных элементов и всего привода в целом).

#### Теоретический материал

Большинство современных машин создаются по схеме:

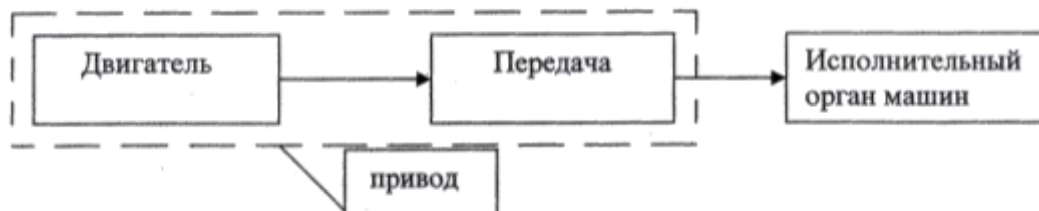


Рисунок 1. Схема привода в общем виде.

*Механическая передача* – механизм, служащий для передачи энергии на расстояние. Функции передачи: согласование скоростей исполнительных органов со скоростью двигателя; регулирование и реверсирование скорости исполнительного механизма, преобразование вращательного движения двигателя в поступательное движение исполнительного органа машины, приведение в движение нескольких исполнительных механизмов одновременно от одного двигателя. В каждой передаче различают ведущее звено (передающее движение) и

ведомое (приводимое в движение от ведущего). Передача, состоящая из нескольких пар ведущего и ведомого звеньев, называется многоступенчатой.

Механическая передача имеет ряд кинематических и силовых характеристик

К кинематическим характеристикам механической передачи относятся:

- угловая скорость  $\omega$ ,  $\text{с}^{-1}$ ;
- частота вращения  $n$ ,  $\text{мин}^{-1}$ ;
- окружная скорость  $V$ ,  $\text{м/с}$ ;
- передаточное отношение  $u$ .

Передаточное отношение – безразмерная величина, показывающее во сколько раз передача изменяет скорость вращения

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Передача, понижающая скорость ( $u > 1$ ), называется редуктором. Для многоступенчатой передачи

$$u = u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_n$$

где  $u_1 \dots, u_n$  – передаточные отношения отдельных ступеней.

К динамическим характеристикам относятся:

- мощность  $P$ , Вт  $P = M \cdot \omega$
- вращающий момент  $M$ , Нм  $M = P / \omega$
- коэффициент полезного действия,  $\eta \equiv \frac{P_{\text{полез.}}}{P_{\text{затрач}}}$

КПД многоступенчатой передачи

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$$

где  $\eta_1 \dots, \eta_n$  - КПД каждой кинематической пары (зубчатой, ременной, цепной) а также других звеньев привода (подшипников, муфты) и т. д.

### **Задание к практической работе:**

Для заданной схемы привода (табл.1) в соответствии с вариантом выбрать электродвигатель, выполнить кинематический и динамический расчет привода.

Таблица 1. Варианты заданий к практической работе.



№п/п	Мощность на выходе привода, $P_{\text{вых}}$ , кВт	Частота вращения выходного вала привода $n_{\text{вых}}$ , мин <sup>-1</sup>	Кинематическая схема привода
1	4,6	130	
2	3,2	118	
3	1,8	80	
4	3,4	140	
5	2,5	100	
6	4,5	95	
7	2,5	60	
8	1,7	120	
9	2,3	130	
10	3,3	80	
11	4,6	120	
12	3,3	100	
13	4,5	100	
14	1,8	90	
15	2,5	85	
16	1,7	112	
17	3,2	160	
18	4,5	110	
19	4,4	150	
20	5,2	130	
21	4,3	40	
22	3,4	50	
23	4,5	30	
24	6	30	
25	3,5	50	

### Контрольные вопросы.

1. Перечислите кинематические характеристики механической передачи.

2.Поясните физический смысл передаточного отношения и запишите формулы для его определения через кинематические и геометрические параметры ведущего и ведомого элементов.

3.Как определяется передаточное отношение многоступенчатого привода?

4.Выберите соотношение между геометрическими, кинематическими и силовыми параметрами ведущего и ведомого элементами зубчатого редуктора:

а)  $u > 1$       б)  $z_1 > z_2$       в)  $w_1 > w_2$       г)  $P_1 > P_2$       д)  $M_1 > M_2$

$u < 1$        $z_1 < z_2$        $w_1 < w_2$        $P_1 < P_2$        $M_1 < M_2$

5.Перечислите силовые характеристики механической передачи?

6.Поясните физический смысл КПД и запишите формулу его определения для механического привода?

### Ход выполнения работы

1.Выбрать электродвигатель.

1.1.Определить КПД привода  $\eta = \eta_{\text{ц}}^a \cdot \eta_{\text{р}}^b \cdot \eta_{\text{з}}^c \cdot \eta_{\text{п}}^e, (1)$

где  $\eta_{\text{ц}}, \eta_{\text{р}}, \eta_{\text{з}}$  – КПД соответственно цепных, ременных, зубчатых, передач, пар подшипников /табл.2/  
а,б,с,е- количество соответственно цепных, ременных, зубчатых, передач, пар подшипников.

*Примечание:* составляющие формулы (1) определяются в зависимости от кинематической схемы привода.

1.2.Определить требуемую мощность двигателя, кВт  $P_{\text{тр.дв}} = \frac{P_{\text{вых}}}{\eta} (2)$

Таблица2. Значения КПД механических передач

Тип передачи	Закрытая	Открытая
Зубчатая:		
цилиндрическая	0,96...0,97	0,93...0,95
коническая	0,95...0,97	0,92...0,94
Цепная	0,95...0,97	0,90...0,93
Ременная:		
плоским ремнем		0,96...0,98
клиновыми (поликлиновым) ремнями		0,95...0,97

Примечания: 1. Потери в подшипниках на трение оцениваются следующим коэффициентами: для одной пары подшипников скольжения принимаются  $\eta_{\text{вс}}=0,98...0,99$ .  
2. Потери в муфте принимаются  $\eta_{\text{м}} \approx 0,98$

### 1.3. Определить возможное передаточное отношение привода /табл.3/

$$u_{\text{воз}} = u_z \cdot u_p \cdot u_{\text{ц}}, \quad (3)$$

где  $u_z$  - передаточное отношение зубчатой передачи;

$u_p$  – передаточное отношение ременной передачи ;

$u_{\text{ц}}$  – передаточное отношение цепной передачи

*Примечание:* составляющие формулы 3 определяются в зависимости от кинематической схемы привода.

Таблица 3. Рекомендуемые значения передаточных отношений

Закрытые зубчатые передачи (редукторы) одноступенчатые цилиндрические и конические (ГОСТ 2185— 66):					
1-й ряд - 2,0;	2,5;	3,15;	4,0;	5,0;	6,3;
2-й ряд-2,24;	2,8;	3,55;	4,5;	5,6;	7,1.
Значения 1-го ряда следует предпочитать значениям 2-го ряда.					
Закрытые червячные передачи (редукторы) одноступенчатые для червяка с числом витков $z=1; 2; 4$ (ГОСТ 2144-75):					
1-й ряд-10;	12,5;	16;	20;	25;	31,5;
2-й ряд-11,2;	14;	18;	22,4	28;	35,5.
Значения 1-го ряда следует предпочитать значениям 2-го ряда.					
Открытые зубчатые передачи: 3...7, закрытые зубчатые передачи: 3...6.					
Цепные передачи: 2...4					
Ременные передачи (все типы): 2...4					

### 1.4. Определить возможную частоту вращения вала двигателя

$$n_{\text{возм}} = n_{\text{вых}} \cdot u_{\text{возм}} \quad (4)$$

### 1.5. Выбрать стандартный электродвигатель /табл.4 /

*Примечание:* При выборе двигателя необходимо следовать рекомендациям:

- $P_{\text{дв}} > P_{\text{трдв}}$  (допустимая перегрузка до 5%)
- частоту вращения двигателя необходимо принимать таким образом, чтобы передаточные отношения передач привода оказались наиболее рациональными. При этом необходимо учесть, двигатели с большой частотой вращения (синхронной 3000 мин<sup>-1</sup>) имеют низкий рабочий ресурс, а двигатели с частотой 750 мин<sup>-1</sup> весьма металлоемки Поэтому их без особой необходимости применять не рекомендуется;
- необходимо выбрать следующие характеристики двигателя:

-  $P_{\text{дв}}$ , кВт

$$-n_{дв} \text{ мин}^{-1}$$

2. Выполнить кинематический расчет привода

2.1. Определить передаточное отношение привода

$$u = \frac{n_{дв}}{n_{вых}} \quad (5)$$

2.2. Произвести разбивку передаточного отношения по ступеням

2.2.1. Назначить передаточное отношение зубчатой передачи ( $u_{зп}$ ) в соответствии с ГОСТ 2185-66 /табл.3/

2.2.2. Рассчитать передаточное отношение открытой передачи (ременной или цепной)

$$u_{цп} = u / u_{зп} \quad \text{или} \quad u_{рп} = u / u_{зп} \quad (6)$$

2.3. Определить частоту вращения валов привода  $n$ ,  $\text{мин}^{-1}$  с учетом кинематической схемы

2.4. Определить угловые скорости валов привода,  $\text{с}^{-1}$

$$\omega = \pi n / 30 \quad (7)$$

Таблица 4. Двигатели асинхронные короткозамкнутые трехфазные серии 4А общепромышленного применения; закрытые, обдуваемые.

Номинальная мощ- ность	Синхронная частота вращения, об/мин							
	3000		1500		1000		750	
	Тип двигателя	Номинальная частота $n_t$ , об/мин	Тип двигателя	Номинальная частота $n_{10}$ , об/мин	Тип двигателя	Номинальная частота $n_{1110}$ , об/мин	Тип двигателя	Номинальная частота $n_{750}$ , об/мин
0,25	4ААМ56В2У3	2760	4ААМ63А4У3	1370	4ААМ63В6У3	890	4АМ71В8У3	680
0,37	4ААМ63А2У3	2740	4ААМ63В4У3	1365	4АМ71А6У3	910	4АМ80А8У3	675
0,55	4ААМ63В2У3	2710	4АМ71А4У3	1390	4АМ71В6У3	900	4АМ80В8У3	700
0,75	4АМ71А2У3	2840	4АМ71В4У3	1390	4АМ80А6У3	915	4АМ90БА8У3	700
1,1	4АМ71В2У3	2810	4АМ80А4У3	1420	4АМ80В6У3	920	4АМ90БВ8У3	700
1,5	4АМ80А2У3	2850	4АМ80В4У3	1415	4АМ90Б6У3	935	4АМ100Б8У3	700
2,2	4АМ80В2У3	2850	4АМ90Б4У3	1425	4АМ100Б6У3	950	4АМ112МА8У3	700
3,0	4АМ90Б2У3	2840	4АМ100S4y3	1435	4АМ112МА6У3	955	4АМ112МВ8У3	700
4,0	4АМ100S2y3	2880	4АМ100Б4У3	1430	4АМ112МВ6У3	950	4АМ132S8y3	720
5,5	4АМГ00Б2У3	2880	4АМ112М4У3	1445	4АМ132S6y3	965	4АМ132М8У3	720
7,5	4АМ112М2У3	2900	4АМ132S4У3	1455	4АМ132М6У3	870	4АМ160S8y3	730

### 3. Выполнить динамический расчет привода

3.1. Определить мощность на валах привода (с учетом величины  $P_{трдв}$  и потерь мощности в тех элементах привода, которые расположены на пути передачи мощности от двигателя до рассматриваемого вала).

$$P = P_{тр} \cdot \eta, \text{ кВт} \quad (8)$$

3.2. Определить величину вращающих моментов на валах привода,

$$M = P \cdot 10^3 / \omega, \text{ нм} \quad (9)$$

4. Ответить на контрольные вопросы.

5. Сформулировать вывод по работе.

## Отчет по работе

### Практическая работа №13.

Кинематический и динамический расчет многоступенчатого привода.

Цель:

1. Кинематическая схема привода.

2. Исходные данные:  $P_{вых} = \quad, \text{ кВт}$   
 $n_{вых} = \quad, \text{ мин}^{-1}$

3. Выбор электродвигателя.

3.1. Определение КПД привода

3.2. Определение требуемой мощности двигателя

3.3. Определение возможного передаточного отношения привода

3.4. Определение возможной частоты вращения вала двигателя

3.5. Выбор стандартного электродвигателя

4. Кинематический расчет привода.

4.1. Определение фактического передаточного отношения привода

4.2. Разбивка передаточного отношения по ступеням

4.3. Определение частоты вращения валов привода,  $\text{мин}^{-1}$

4.4. Определение угловой скорости валов привода,  $\text{с}^{-1}$

5. Динамический расчет привода.

5.1. Определение мощности на валах привода, кВт

5.2. Определение вращающих моментов на валах привода, нм

6. Результаты расчета свести в таблицу 5.

Таблица 5. Результаты расчета

Параметр	Вал			
	зубчатой передачи		открытой передачи	
	ведущий	ведомый	ведущий	ведомый
Передаточное отношение $u$				
Частота вращения $n$ , мин <sup>-1</sup>				
Угловая скорость, $\omega$ , сек <sup>-1</sup>				
Мощность, кВт				
Вращающий момент, нм				

7. Ответы на контрольные вопросы.

8. Вывод по работе.

## Практическая работа № 14.

### Расчёт ременной передачи

**Цель:** освоение методики расчета ременной передачи.

**Умения:** производить расчеты механических передач.

**Знания:** основы расчетов механических передач.

### Теоретический материал

Ременная передача относится к передачам трением с гибкой связью. Состоит из ведущего и ведомого шкивов, огибаемых ремнём (рисунок 1). Нагрузка передаётся силами трения возникающими между шкивом и ремнём вследствие натяжения последнего.

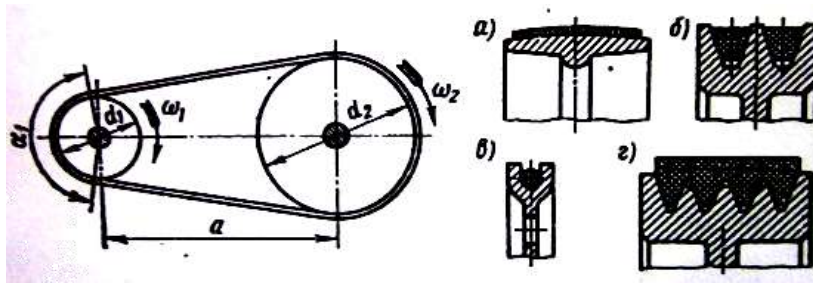


Рисунок 1 - Схема ременной передачи

В зависимости от формы поперечного сечения ремня передачи бывают:

-плоскоременные (рисунок 1а) – применяют при больших межосевых расстояниях и высоких скоростях;

-клиноременные (рисунок 1 б) – используют при малых межосевых расстояниях, больших передаточных числах, вертикальном положении осей валов;

-круглоременные (рисунок 1 в) – применяют только при малых мощностях;

-поликлиноременные (рисунок 1 г) – сочетают достоинства плоскоременных и клиноременных передач;

-зубчато-ремённые – используют при больших нагрузках.

Данные передачи применяются во всех отраслях машиностроения и преимущественно в тех случаях, когда по условиям конструкции валы расположены на значительных расстояниях. Передаваемая мощность  $P$  обычно до 50 кВт при скорости ремня  $v = 5...100$  м/с для плоскоременных передач и  $v = 5...40$  м/с для клино- и поликлиноременных передач.

Ограничение мощности и минимальной скорости вызвано большими габаритами передачи. Верхний предел скоростей ограничивается ухудшением условий работы ремней в связи с ростом действующих на них центробежных сил, нагревом, образованием воздушных подушек между ремнём и шкивами и отсюда резким понижением долговечности и КПД передач.

Ременные передачи применяют для быстрогохода ступени привода как менее нагруженной, так как в этом случае их важнейший недостаток – большие габариты – оказывают наименьшее влияние на габариты и массу привода в целом.

Основными критериями работоспособности ременных передач являются:

-тяговая способность – надёжность сцепления ремня со шкивами,



-долговечность, которая определяется сопротивлением усталости ремня.

Исследуя тяговую способность, строят графики – кривые скольжения и КПД, на их базе разработан современный метод расчёта ременных передач.

Необходимым условием работы ременной передачи является *предварительное натяжение ремня*  $F_0$ : чем выше предварительное натяжение ремня, тем больше тяговая способность и КПД передачи, но меньше долговечность ремня.

*Приводные ремни:* должны обладать достаточными прочностью, долговечностью, гибкостью, износостойкостью, невысокой стоимостью и определённой тяговой способностью.

Основные типы приводных ремней:

-*плоские* (подразделяются на резинотканевые ремни трёх типов А, Б, В, - при скорости 30 м/с и ремни из синтетических материалов – при скорости до 100 м/с);

-*клиновые* (бывают нормального сечения, которые подразделяются на кордотканевые и кордошнуровые семи сечений 0, А, Б, В, Г, Д, Е, отличающихся размерами – используют при скоростях менее 30 м/с и узкие, выпускаемые в четырёх сечениях У0, УА, УБ, УВ, которые полностью заменяют семь сечений нормальных ремней – используются при скорости до 50 м/с);

-*поликлиновые* (бесконечно плоские ремни с продольными выступами на внутренней поверхности, которые входят в кольцевые клиновые канавки на шкивах, выпускают трёх сечений К, Л, М – применяют при скорости до 50 м/с).

*Зубчатые ремни* представляют собой бесконечную ленту с зубьями на внутренней поверхности.

*Шкивы:* материалы и способ изготовления зависят от окружной скорости ремня:

-при окружной скорости до 30 м/с – литые шкивы из чугуна СЧ10 и СЧ15;

-при скоростях порядка 30 – 50 м/с – литые или сварные шкивы из стали не ниже 25Л;

-при скоростях более 50 м/с – шкивы из алюминиевых сплавов.

Для уменьшения массы и повышения коэффициента трения между ремнём и шкивами шкивы изготавливают из пластмасс (текстолит и волокнит). Форма обода

шківів залежить від профіля ремня і регламентована ГОСТ (для плос-коремених передач ГОСТ 17383-80, для клиноремених – ГОСТ 20889-80).

Расчётні діаметри шківів  $d$  (мм) підбирають із стандартного ряду по ГОСТ 17383-73: 40, 45, 50, 56, 63, 71, 80, 90, 100, 112, 125, 140, 160, 180, 200, 224, 250, 280, 315, 355, 400, 450, 560, 630, 710, 800, 900, 1000, 1120, 1250, 1400, 1600, 1800, 2000.

*Натяжніе устройства* передбачені для регулювання міжосевого відстані, що дозволяє вільно надіти нові ремні на шків, створювати попереднє натягнення і періодично відновлювати ремні.

**Задання к практической работе:** Рассчитать клиноремennую передачу от электродвигателя к редуктору привода конвейера. Мощность электродвигателя  $P_1$ , угловая скорость ведущего шків  $\omega_1$ . Передаточное число  $u$ . Угол наклона линии центров шківів к горизонту  $60^\circ$ . (таблица 1)

### Ход выполнения работы

1. Записать условие задачи и исходные данные в соответствии с вариантом (табл. 1).

Таблица 1. Исходные данные к практической работе.

Данные для расчета	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
P <sub>1</sub> , кВт	9.5	5	4	2.3	7.2	13	3	10	7.5	11	13	7	
ω, с <sup>-1</sup>	152	150	380	75	105	152	75	102	153	105	120	108	
u	4	2	4	3	3	4	4	2.5	2	3	3	2	
Нагрузка	Спокойная				Значительные колебания				Умеренные колебания				
Работа	Двухсменная								Односменная				
Ремень	Клиновой ремень нормального сечения												
Данные для расчета	Варианты												
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
P <sub>1</sub> , кВт	10	5.5	4.5	3.8	2.8	5	11	3.6	9	7.5	4	8	2.8
ω, с <sup>-1</sup>	152	150	140	100	80	105	142	85	120	153	107	136	80
u	4	2	3	2	4	3	2	4	3	2	3	4	2
Нагрузка	Ударная и резко неравномерная				Умеренные колебания				Значительные колебания				

Работа	Двухсменная	Трёхсменная
Ремень	Клиновой ремень нормального сечения	

2. Выполнить расчёт ременной передачи по предложенным в данной инструкции алгоритмам в соответствии с выбранным вариантом:

1) Определение частоты вращения малого шкива

$$n_1 = \frac{30 \cdot \omega_1}{\pi}$$

2) Определение вращающего момента

$$M_1 = P_1 / \omega_1$$

3) По передаваемой мощности  $P_1$  и частоте вращения малого шкива  $\omega_1$  выбор сечение клиновидного ремня (рисунок 2)

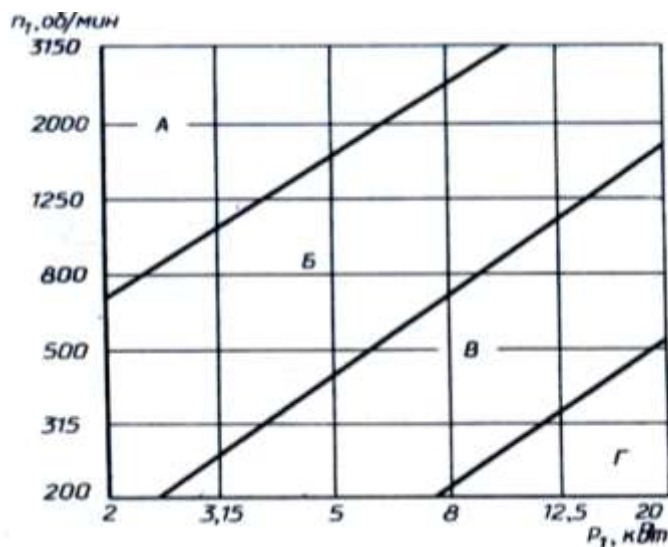


Рисунок 2 - Номограмма для выбора типоразмера клиновых ремней.

4) Определение минимально допустимого диаметра ведущего шкива (табл.

2)

Таблица 2 - Минимальные значения диаметра меньших шкивов

Обозначение сечения ремня	Нормального сечения	
	А	Б
$d_1$ , мм	90	125

5) Определение скорости ремня и сравнение её с максимально допустимой

$$V = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60 \cdot 1000} \leq 25 \text{ м/с.}$$

6) Расчёт диаметра большого шкива

$$d_2 = u \cdot d_1 \cdot (1 - \xi), \quad \text{где } \xi = 0,015.$$

Значение  $d_2$  принять по стандартному ряду чисел: : 40, 45, 50, 63, 71, 80, 90, 100, 112, 125. 140. 160, 180. 200, 224, 250, 280, 315, 355, 400, 450, 500, 630, 710, 800

7) Определение фактического передаточного числа

$$u = \frac{d_2}{d_1 \cdot (1 - \xi)},$$

8) Определение ориентировочного межосевого расстояния

$$a_{\min} = 0,55 \cdot (d_1 + d_2) + h,$$

где  $h$  – высота сечения ремня /таблица 3/.

Таблица 3 - Основные параметры клиновых ремней.

Основные размеры, мм						
	Обозначение сечения ремня					
	Нормальное сечение по ГОСТ 1284–80			Узкое сечение по ТУ 38-40534–75		
	0	A	Б	УО	УА	УБ
$b_i$	8,5	11	14	8,5	11	14
$b_o$	10	13	17	10	13	17
$g_o$	2,1	2,8	4,0	2,0	2,8	3,5
$h$	6	8	10,5	8	10	13
Площадь сечения А, мм <sup>2</sup>	47	81	138	56	95	158

9) Расчёт длины ремня

$$l = 2 \cdot a_{\min} + 0,5 \cdot \pi \cdot (d_1 + d_2) + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4 \cdot a_{\min}},$$

(полученное значение округлить до стандартного)

*Примечание:* Стандартный ряд длин: 400, 450, 500, 560, 630, 710, 800. 900, 1000. 1120. 1250. , 1400, 1800, 2000, 2240, 2500, 2800, 3150, 3550, , 4000, 4500, 5000, 5600, 6300, 7100, 8000, 9000, 10000, 11200, 12500, 14000, 16000, 18000.

$l_{\text{стандарт}} =$

10) Определение фактического межосевого расстояния

$$a = \frac{2 \cdot l_{\text{стандарт}} - \pi(d_2 + d_1) + \sqrt{[2 \cdot l_{\text{стандарт}} - \pi(d_2 + d_1)]^2 - 8(d_2 - d_1)^2}}{8}.$$

11) Проверка долговечности ремня по числу пробегов в секунду

$$U = \frac{v}{l_{\text{стандарт}}} \leq [U] = 30 \text{ с}^{-1},$$

если  $U > [U]$ , то надо увеличить  $l$  и повторить расчёт

12) Определение угла обхвата ремнём малого шкива

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \cdot \left( \frac{d_2 - d_1}{a} \right) \geq 120^\circ$$

13) Расчет допускаемой мощности кВт, передаваемой одним ремнём в условиях эксплуатации

$$[P_n] = [P_0] \cdot C_\alpha \cdot C_p \cdot C_l \cdot C_z,$$

где  $[P_0]$  - допускаемая приведённая мощность, передаваемая одним ремнем /таблица 4/

$C_\alpha$  – коэффициент, учитывающий угол обхвата (таблица 6)

$C_p$  – коэффициент динамичности нагрузки и длительности работы /таблица 5/;

$C_l$  – коэффициент, учитывающий влияние на долговечность длины ремня в зависимости от отношения расчётной длины ремня  $l$  к длине  $l_{\text{стандарт}}$ , выбранной из стандартного ряда  $\left( \frac{l}{l_{\text{стандарт}}} \right)$ . Таблица 7

$C_z$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки, учитывающий число ремней,  $C_z = 0,90$ .

Таблица 4 - Допускаемая приведенная мощность  $[P_0]$ , кВт, передаваемая одним клиновым ремнем.

Тип ремня	Сечение:	Диаметр меньшего шкива $d$ мм	Скорость ремня $v$ , м/с							
			2	3	5	10	15	20	25	30

Клино- вой	А 1700	90	-	0,71	0,84	1,39	1,75	1,88	2,29	—
		100	-	0,72	0,95	1,60	2,07	2,31	2,82	2,50
		112	-	0,74	1,05	1,82	2,39	2,74	3,27	3,14
		125	-	0,80	1,15	2,00	2,66	3,10	3,67	3,64
		140	-	0,87	1,26	2,17	2,91	3,42	4,11	4,17
		160	-	0,97	1,37	2,34	3,20	3,78		
	Б 2240	125	-	0,95	1,39	2,26	2,80	-	-	-
		140	-	1,04	1,61	2,70	3,45	3,83	-	-
		160	-	1,16	1,83	3,15	4,13	4,73	4,88	4,47
		180	-	1,28	2,01	3,51	4,66	5,44	5,76	5,53
		200	-	1,40	2,10	3,73	4,95	5,95	6,32	6,23
		224	-	1,55	2,21	4,00	5,29	6,57	7,00	7,07

Таблица 5 - Коэффициент динамичности нагрузки и длительности работы  $C_p$

Характер нагрузки	спокойная	с умеренными колебаниями	со значительными колебаниями	ударная и резко неравномерная
$C_p$	1	0,9	0,8	0,7

Примечание. При двухсменной работе  $C$  следует понижать на 0,1; при трехсменной — на 0,2.

Таблица 6 - Коэффициент угла обхвата  $\alpha_1$ , на меньшем шкиве  $C_\alpha$

Угол обхвата $\alpha_1$ град		180	170	160	150	140	130	120
$C_\alpha$	для клиновых и поликлиновых ремней	I	0,98	0,95	0,92	0,89	0,86	0,83

Таблица 7- Коэффициент влияния отношения расчётной длины ремня  $l$  к длине  $l_{\text{стандарт}}$ ,  $C_l$

Отношение		0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
$C_l$	для клинового ремня нормального сечения	0,82	0,89	0,95	1	1,04	1,07

14) Определение числа клиновых ремней в комплекте

$$z = \frac{P_1}{[P_n]} \leq [z],$$

где  $[z] = 5$ —допускаемое число ремней (полученное значение принять целым).

15) Определение силы предварительного натяжения комплекта ремней

$$F_0 = \frac{0,85 \cdot P_1 \cdot 10^3 \cdot C_l}{u \cdot C_\alpha \cdot C_p}.$$

16) Определение силы, действующей на валы

$$F_b = 2 \cdot F_0 \cdot z \cdot \sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$$

3. Сформулировать вывод по работе.

4. Ответить на контрольные вопросы:

1). Перечислите основные геометрические параметры ременной передачи.

2). Напишите формулу для определения передаточного отношения ременной передачи.

3). Каковы основные критерии работоспособности ременных передач?

### **Отчёт по работе**

Практическая работа №14.

Расчет ременной передачи

Цель:

1.Задание к практической работе

2.Исходные данные

3. Расчёт передачи (по предложенному алгоритму в соответствии с вариантом):

4. Ответы на контрольные вопросы.

5. Вывод по работе.

### **Практическая работа №15**

**Расчёт цилиндрической зубчатой передачи на контактную прочность**

**Цель:** освоение методики проектного и проверочного расчетов зубчатой передачи на контактную и изгибную прочность

**Умения:** производить расчеты механических передач

**Знания:** основы расчетов механических передач.

### **Теоретический материал**

Основными видами разрушения зубчатых передач являются усталостное разрушение боковой рабочей поверхности зубьев.

Сущность усталостного разрушения заключается в выкрашивании с рабочей поверхности зубьев мельчайших частиц металла. Основной причиной данного разрушения являются переменные контактные напряжения  $\sigma_H$ . Снижение вероятности усталостного разрушения возможно при рациональном подборе материала зубчатых колес и проведении расчета геометрических размеров зубчатой передачи на контактную прочность, сущность которого сводится к ограничению величины контактных напряжений.

В современных методиках расчета зубчатых передач за основу принят расчет по контактным напряжениям, который позволяет установить основной параметр передачи - межосевое расстояние. Исходя из этого параметра определяются все остальные геометрические параметры передачи: модуль зацепления, число зубьев шестерни и колеса, делительные диаметры, диаметры выступов и впадин, ширина зубчатых колес

Величина геометрических размеров цилиндрической зубчатой передачи зависит, в первую очередь от выбора марки материала, из которого изготовлены элементы зубчатой пары

Основными конструктивными элементами зубчатых колес являются обод, несущий зубья, ступица, насаживаемая на вал, и диск, соединяющий обод со ступицей (рисунок 1).

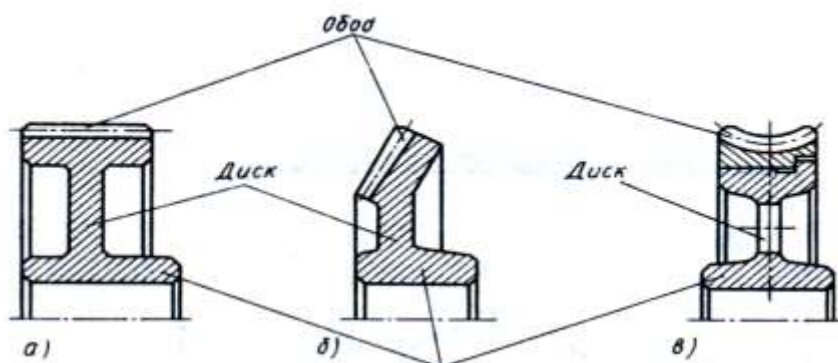


Рисунок 1 - Конструктивные элементы зубчатых колес.

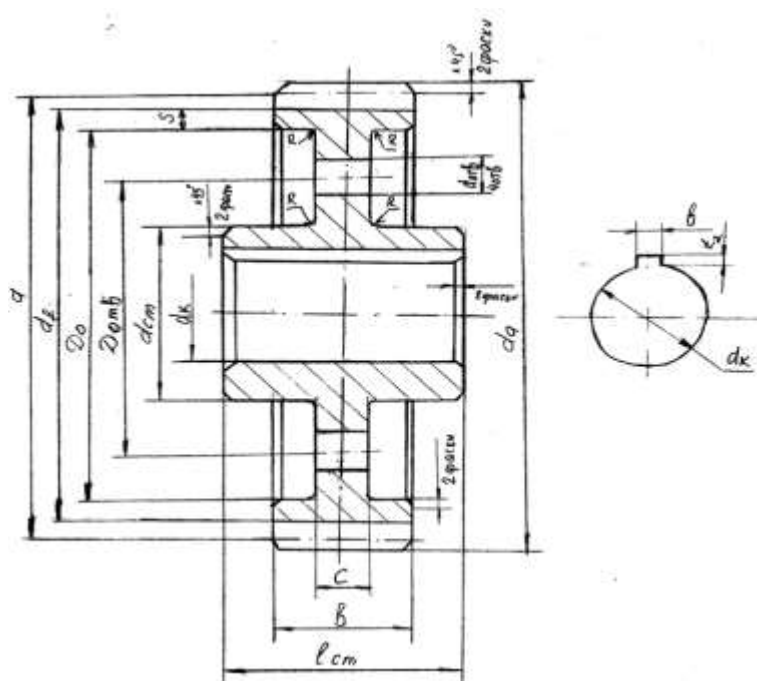


Обод воспринимает нагрузку от зубьев и должен быть достаточно прочным и в тоже время податливым, чтобы способствовать равномерному распределению нагрузки по длине зуба. Жесткость обода обеспечивает его толщина  $S$ .

Ступица служит для соединения колеса с валом и может быть расположена симметрично и несимметрично относительно обода или равна ширине колеса. Это определяется конструктивными или технологическими условиями (*ступицу цилиндрических редукторов располагают симметрично относительно обода*). Длина ступицы  $L_{ст}$  должна быть оптимальной, чтобы обеспечить, с одной стороны, устойчивость колеса на валу, а с другой - получение заготовок ковкой и нарезание шпоночных пазов методом протягивания. Длину ступицы согласуют с расчетами соединения, выбранными для передачи вращающего момента с колеса на вал.

Диск соединяет обод со ступицей. Его толщина  $C$  определяется в зависимости от способа изготовления зубчатого колеса. Иногда в дисках колес делают отверстия, которые используют при транспортировке и обработке колес, а при больших размерах для уменьшения массы (*при диаметре  $d_a < 80$  мм эти отверстия, как правило, не делают.*).

На торцах зубчатого венца выполняют фаски  $f = (0,6 \dots 0,7) \cdot m$ , фаску выполняют под углом  $\alpha = 45^\circ$ . Острые кромки на торцах ступицы, углах обода притупляют также фасками.



## Рисунок 2 - Колесо зубчатое цилиндрическое

Таблица 1. Исходные данные к практической работе

<b>№ вари анта</b>	<b>Вращающий момент ведомого вала зубчатой передачи М, Н·м</b>	<b>Передаточное отношение зубчатой передачи и</b>	<b>№ вари анта</b>	<b>Вращающий момент ведомого вала зубчатой передачи М, Н·м</b>	<b>Передаточное отношение зубчатой передачи и</b>
<b>1</b>	600	2,8	<b>14</b>	350	2,8
<b>2</b>	450	2,0	<b>15</b>	290	3,15
<b>3</b>	350	2,5	<b>16</b>	450	2,8
<b>4</b>	460	2,24	<b>17</b>	300	2,5
<b>5</b>	550	3,15	<b>18</b>	350	2,0
<b>6</b>	250	2,0	<b>19</b>	370	3,05
<b>7</b>	380	3,15	<b>20</b>	450	3,45
<b>8</b>	450	2,8	<b>21</b>	400	2,8
<b>9</b>	500	2,35	<b>22</b>	200	2,24
<b>10</b>	590	2,0	<b>23</b>	300	2,8
<b>11</b>	330	2,8	<b>24</b>	320	2,0
<b>12</b>	440	3,0	<b>25</b>	380	3,15
<b>13</b>	390	3,15			

### Задание для практической работы:

1. Выполнить проектный расчет прямозубой цилиндрической передачи на контактную прочность, если величина допускаемых контактных напряжений  $[\sigma_H] = 409$  МПа
2. Выполнить расчет конструктивных размеров ведомого зубчатого колеса.

### Ход выполнения работы

1. Записать задание к практической работе.

2. Исходные данные:

- вращающий момент ведомого вала зубчатой передачи  $M =$
- передаточное отношение зубчатой передачи  $u =$
- величина допускаемых контактных напряжений  $[\sigma_H] = 409$  МПа

3. Определить геометрические размеры зубчатой передачи:

**Приближенный начальный диаметр шестерни, мм:**

$$d_{w1} = K_a \cdot \left( \frac{M \cdot K_{H\beta} \cdot 10^3}{\psi_{BA} \cdot [\sigma_H]^2} \cdot \frac{u+1}{u} \right)^{\frac{1}{3}},$$

где  $K_a$  – вспомогательный коэффициент, для прямозубых  $K_a = 49,5$ ;

$K_{H\beta}$  – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по ширине зубчатого венца, предварительно принять  $K_{H\beta} = 1.15$

$\psi_{BA}$  – коэффициент ширины зубчатого венца по межосевому расстоянию выбирают в интервале,  $\psi_{BA} = 0,125$  – для прямозубых колёс.

**Нормальный модуль зацепления, мм**

$$m = 0,008 \cdot (u+1) \cdot d_{w1} =$$

Окончательно *принять  $m$  по стандартному ряду:*

1-ый ряд: 1; 1,25; 2; 2,5; 3; 4; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 60

2-ой ряд: 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22

**Число зубьев шестерни**

$$z_1 = \frac{d_{w1}}{m} =$$

**Число зубьев колеса**

$$z_2 = z_1 \cdot u =$$

Полученные расчетом числа зубьев округляют до целого значения. При этом следует стремиться к наименьшему отклонению фактического передаточного числа передачи  $u = \frac{z_2}{z_1}$  от заданного значения.

**Делительное межосевое расстояние, мм:**

$$a_w = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2} =$$

Полученное значение  $a_w$  *необходимо согласовать со стандартным рядом:*

1-ый ряд: 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400, 500, 630, , 800, 1000;

2-ой ряд: 71, 90, 112, 140, 180, 224, 280, 355, 450, 560, 710, 900, 1120.

**Начальный диаметр шестерни**

$$d_{w1} = \frac{2 \cdot a_w}{u+1}$$

**колеса**

$$d_{w2} = \frac{2 \cdot a_w \cdot u}{u+1}$$

**Делительные диаметры шестерни, мм:**

$$d_1 = m \cdot z_1 =$$

**колеса**

$$d_2 = m \cdot z_2 =$$

Примечание: округлить с точностью до второго знака после запятой

**Диаметры выступов, мм**

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m =$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m =$$

**Диаметры впадин, мм**

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m =$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5 \cdot m =$$

**Ширина зубчатого венца:**

$$\text{колеса: } b_2 = \psi_{BA} \cdot d_{w1} =$$

$$\text{шестерни: } b_1 = b_2 + 5 =$$

4. Расчет конструктивных размеров ведомого колеса (рисунок 2):

1) Размеры ступицы

**Диаметр ступицы, мм**

$$d_{ст} = 1,55 \cdot d_B$$

( $d_B$  - диаметр ступени вала под колесо

$$d_6 = \left( \frac{M \cdot 10^3}{0,2 \cdot 30} \right)^{\frac{1}{3}} + 10)$$

**Длина ступицы, мм**

$$L_{ст} = 1,2 \cdot d_B$$

2) Размеры обода

**Толщина обода, мм**

$$S = 2,2 \cdot m_n + 0,05 \cdot b_2$$

**Диаметр обода, мм**

$$D_o = d_{f2} - 2 \cdot S$$

3) Размеры диска

**Толщина диска, мм**

$$C = 0,3 \cdot b_2$$

**Диаметр центральной окружности, мм**

$$D_{отв} = 0,5 \cdot (D_o + d_{ст})$$

5. Сформулировать вывод по практической работе.

6. Ответить на контрольные вопросы:

1) Перечислите основные конструктивные элементы зубчатого колеса и их назначение.

2) Что позволяет установить расчет по контактным напряжениям? Как называется такой расчет?

### **Отчет по работе**

#### **Практическая работа №15**

Расчёт цилиндрической зубчатой передачи на контактную прочность

**Цель:**

1. Задание к практической работе.

2. Исходные данные:

- вращающий момент ведомого вала зубчатой передачи  $M =$
- передаточное отношение зубчатой передачи  $u =$
- угловая скорость ведущего вала редуктора  $\omega =$

3. Определение геометрических размеров зубчатой передачи

4. Расчет конструктивных размеров ведомого колеса

5. Ответы на контрольные вопросы.

6. Вывод по работе.

#### **Практическая работа № 16.**

**Подбор подшипников качения для тихоходного вала редуктора.**

**Цель:** формирование умений подбора подшипников качения

**Умения:** производить расчеты простейших сборочных единиц.

**Знания:** основы расчета простейших сборочных единиц (алгоритм подбора подшипников; маркировка подшипников, методика расчета).

### Теоретический материал.

Подшипники качения являются опорой для вращающихся валов и осей.

Подшипники качения состоят из внутренних и наружных колец, тел качения и сепараторов, отделяющих тела качения друг от друга (рисунок 1).

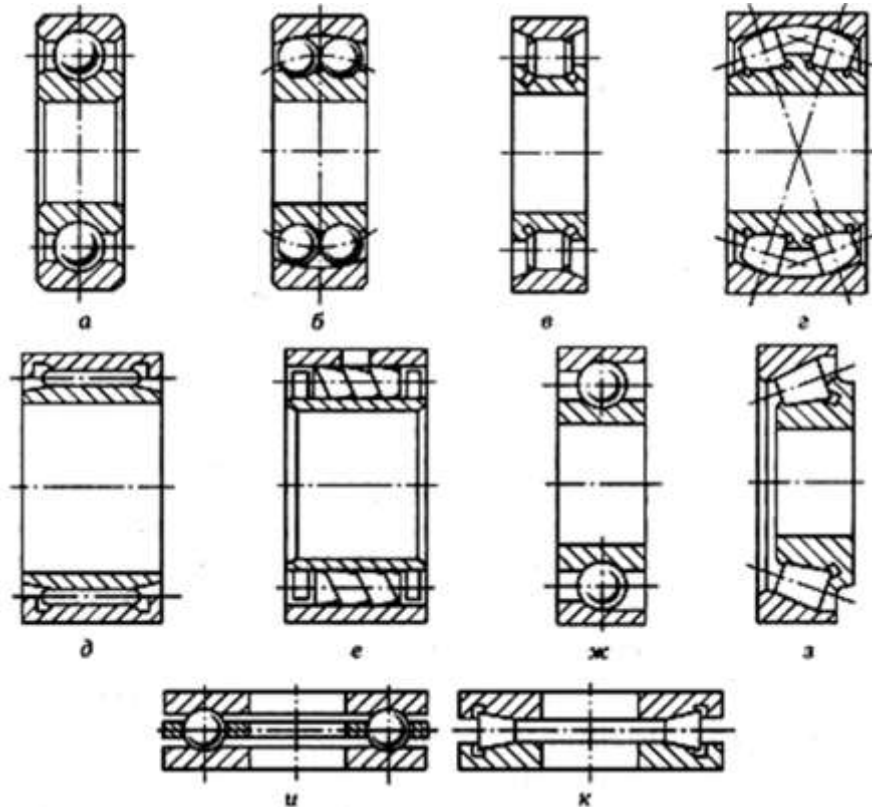


Рисунок 1.

Типы и обозначения радиальных (*а—е*), радиально-упорных (*ж—з*) и упорных (*и—к*) подшипников качения:

- а* — шариковый радиальный;
- б* — шариковый радиальный сферический;
- в* — роликовый радиальный с короткими цилиндрическими роликами;
- г* — роликовый радиальный сферический;
- д* — роликовый радиальный игольчатый;
- е* — радиальные подшипники с витыми роликами;
- ж* — шариковые радиально-упорные подшипники;
- з* — роликовые радиально-упорные подшипники с коническими роликами;
- и* — шариковые упорные подшипники;

к — упорные подшипники.

Подшипники качения классифицируются:

1. по направлению воспринимаемой нагрузки:

- *радиальные подшипники* – воспринимают только радиальную нагрузку (роlikоподшипник с цилиндрическими роликами) или радиальную и некоторую осевую нагрузку (шарикоподшипники однорядные и роlikоподшипники);
- *упорные подшипники* - воспринимают только осевую нагрузку;
- *радиально-упорные и упорно-радиальные подшипники* – воспринимают радиальную и осевую нагрузки, причём обладающей может быть как радиальная (радиально-упорные), так и осевая (упорно-радиальные) нагрузки;

1. по форме тел качения: *шариковые* (тело качения – шарики), *роликовые* (тело качения – ролики: короткие цилиндрические, игольчатые, витые, конические, бочкообразные) (рисунок 2).



Рисунок 2. Разновидности тел качения

2. по габаритам и нагрузочной способности различают подшипники разных серий (рисунок 3).

Серии диаметров и ширин:

особо легкая ... 1;  
легкая ... 2;  
легкая широкая ... 5;  
средняя... 3;  
средняя широкая ... 6;  
тяжелая ... 4.

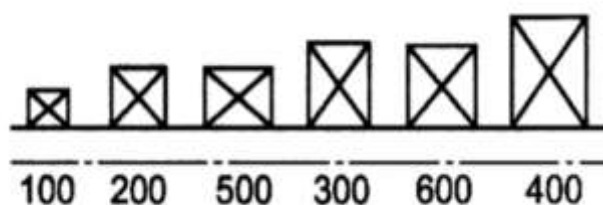


Рисунок 3. Нагрузочная способность подшипников качения

3. по числу рядов тел качения: однорядные, двухрядные, многорядные;

4. по точности изготовления установлены следующие классы точности (в порядке повышения точности): 0, 6, 5, 4 и 2. Наибольшее применение в общем

машиностроении находят подшипники класса 0 (нормальный класс точности) – в условном обозначении не указывают.

### ***Краткие характеристики основных типов подшипников качения***

#### ***Шариковый радиальный подшипник однорядный (рисунок 1, а)***

Может воспринимать не только радиальные, но и осевые нагрузки, действующие в обоих направлениях и не превышают 70% неиспользованной допустимой радиальной нагрузки (т.е. разности между допустимой в данных условиях и действующей радиальными нагрузками). Допускает перекося наружных колец относительно внутренних не более  $10' \dots 15'$ . Наиболее распространённый и дешёвый подшипник, который имеет сравнительно малую и радиальную и осевую жесткость, поэтому не рекомендуется для применения в узлах, требующих точную фиксацию валов.

#### ***Шарикоподшипник радиальный двухрядный сферических (рисунок 1, б).***

Воспринимает в основном радиальную нагрузку, но может воспринимать одновременно в обоих направлениях незначительную (20% от неиспользованной допустимой радиальной) осевую нагрузку. Допускает значительные перекося внутренних колец относительно наружных (до  $2^\circ \dots 3^\circ$ ). Применяется для нежёстких валов и где не обеспечена надлежащая соосность отверстий корпусов.

#### ***Роликовый радиальный подшипник с короткими цилиндрическими роликами (рисунок 1, в).***

Воспринимает радиальную нагрузку. Допускает отдельный монтаж внутреннего (с комплектом роликов) и наружного кольца подшипников. Обладает большей радиальной грузоподъёмностью, чем радиальный шарикоподшипник. Очень чувствителен к перекосям осей колец. Требуется жестких валов и высокой соосности посадочных мест.

#### ***Роликовый радиальный сферический подшипник (рисунок 1, г)***

Подшипники роликовые радиальные сферические предназначены для восприятия тяжелой радиальной нагрузки, но могут одновременно воспринимать и осевую нагрузку, действующую в обоих направлениях и не превышающую 25% величины неиспользованной допустимой радиальной нагрузки. Они способны компенсировать несоосность и прогибы валов (до  $3^\circ$ ), образовавшиеся под действием нагрузки, а также вследствие технических погрешностей при обработке посадочных поверхностей или сборки узла.

#### ***Роликовый радиальный игольчатый подшипник (рисунок 1, д).***

Воспринимает только радиальную нагрузку. Осевое положение вала не фиксирует. Может применяться без внутреннего кольца. Рекомендуется для



применения в узлах, работающих при колебательном движении вала и при малых числах оборота.

Игольчатые подшипники высокой точности могут работать при сравнительно высоких скоростях (окружная скорость вала до 10-12 м/с).

*Радиальный подшипник с витыми роликами (рисунок 1, е).*

Подшипники предназначены для восприятия только радиальной нагрузки, могут также воспринимать ударные нагрузки. Применяют в узлах машин, не требующих точного вращения (узлы в вагонетках внутризаводского транспорта, рабочие и транспортные ролики рольгангов прокатных станов и др.), имеют низкую нагрузочную способность.

*Шариковый подшипник радиально-упорный (рисунок 1, ж).*

Радиально-упорные шарикоподшипники имеют дорожки качения и бортики на внутреннем и наружном кольцах, смещённые относительно друг друга вдоль оси подшипника. Такая конструкция подшипника позволяет ему воспринимать нагрузки, действующие в радиальном и осевом направлениях.

Осевая грузоподъёмность растёт с увеличением угла контакта  $\alpha$ :

тип 36000 ( $\alpha = 12^\circ$ ); тип 46000 ( $\alpha = 26^\circ$ ); тип 66000 ( $\alpha = 32^\circ$ ).

*Роликовый подшипник радиально-упорный однорядный с коническими роликами (рисунок 1, з).*

Воспринимает радиальную и осевую нагрузку только в одну сторону. Очень чувствителен к перекосам. Применяется в паре. Допускает регулировку осевой игры. Отличается от шарикоподшипника радиально-упорного большей грузоподъёмностью, малыми точностью вращения и предельными числами оборотов. Стоимость его ниже стоимости шарикоподшипника радиально-упорного. Допускается раздельный монтаж наружного кольца и внутреннего с комплектом роликов.

*Шариковый подшипник упорный однорядный (рисунок 1, и).*

Подшипники пригодны для того, чтобы воспринимать односторонние осевые нагрузки, и, соответственно, могут односторонне фиксировать положение вала; радиальную нагрузку они не воспринимают. Применяется при сравнительно малых числах оборотов.

*Упорные роликовый подшипники (рисунок 1, к).*

Предназначены для фиксации детали в пространстве, и обеспечения вращения конструкции с минимальным сопротивлением. Изделие воспринимает и передает динамическую нагрузку на другие детали механизма. Не допускает радиальные нагрузки. Подходит для механических систем с крайне высокими осевыми нагрузками.

## Система условных обозначений подшипников качения



Обозначения подшипников составляется из букв и цифр (максимальное количество цифр 7), условно характеризующих его в отношении размера отверстия, серии, типа и конструктивных особенностей.

### Расшифровку проводят справа налево:

-*первые 2 цифры справа*, умноженные на 5, определяют внутренний посадочный диаметр подшипника;

-*третья цифра справа* определяет серию подшипника по диаметру:

- 1- особо легкая;
- 2 – легкая;
- 3 – средняя;
- 4 – тяжелая
- 5- легкая широкая
- 6 – средняя широкая

-*четвертая цифра справа* определяет тип подшипника

- 0 - радиальный шариковый;
- 1 - радиальный шариковый сферический;
- 2 – радиальный с короткими цилиндрическими роликами;
- 3 – радиальный роликовый сферический;
- 4- радиальный роликовый игольчатый;
- 5 – радиальный с витыми роликами;
- 6 – шариковый радиально-упорный;
- 7 – радиально-упорный с коническими роликами;
- 8 – шариковый упорный;
- 9- роликовый упорный

-*пятая и шестая цифры справа* обозначают конструктивные отклонения данного подшипника от основного типа;

-*седьмая цифра справа* обозначает серию подшипника по ширине;

-*цифра слева через «-»* характеризует класс точности подшипника (0, 6, 5, 4, 2).

**Пример.** Выполнить расшифровку подшипника 36207, дать краткое описание работы, вычертить изображение.

### 1. Расшифровка:

диаметр 35 мм ( $07 \cdot 5 = 35$  мм);

2 – лёгкой серии;

6 – радиально-упорный шариковый;

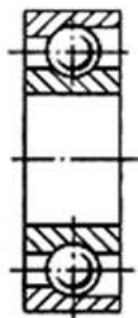
3 – угол контакта  $\alpha = 12^\circ$  (см. информацию про радиально-упорный шариковый подшипник);

0 – класс точности.

## 2. Описание радиально-упорного шарикового подшипника:

Радиально-упорные шарикоподшипники имеют дорожки качения и бортики на внутреннем и наружном кольцах, смещённые относительно друг друга вдоль оси подшипника. Такая конструкция подшипника позволяет ему воспринимать нагрузки, действующие в радиальном и осевом направлениях. Угол контакта  $\alpha=12^\circ$ .

## 3. Схематичное изображение:



**Задание к практической работе:** Описать подшипник качения в соответствии с вариантом.

Таблица. Исходные данные к практической работе

№ варианта		Обозначение подшипника качения
1	17	4-2210
2	18	311
3	19	6-6209
4	20	3613
5	21	4-1217
6	22	5118
7	23	9230
8	24	212
9	25	4109
10	26	6-7108
11	27	2305
12		4106

<b>13</b>		8305
<b>14</b>		66109
<b>15</b>		6-4210
<b>16</b>		46109

### **Контрольные вопросы**

1. Для чего служат подшипник качения?
2. Из каких элементов состоит подшипник качения?
3. Как классифицируют подшипники качения?

### **Ход выполнения работы**

1. Расшифровать маркировку подшипника.
2. Дать краткое описание работы подшипника в соответствии с вариантом.
3. Вычертить схему подшипника в соответствии с вариантом.
4. Ответить на контрольные вопросы.
5. Сделать вывод по работе.

### **Отчет по работе**

#### **Практическая работа № 16.**

#### **Подбор подшипников качения для тихоходного вала редуктора**

**Цель:**

**Задание:**

1. Расшифровка маркировки подшипника.
2. Описание работы подшипника.
3. Схема подшипника.
4. Ответы на контрольные вопросы.
5. Вывод по работе.

### Критерии оценивания выполнения практических работ.

№ п/п	Критерии оценивания	Оценка
1	Выполнение работы в полном соответствии с методическими рекомендациями без помощи преподавателя	5 (отлично)
2	Выполнение работы в полном соответствии с методическими рекомендациями с несущественными ошибками, исправленными самостоятельно	4 (хорошо)
3	Выполнение работы в основном в соответствии с методическими рекомендациями с несущественными ошибками, исправленными с помощью преподавателя.	3 (удовлетворительно)

### Литература

1. Сафонова, Г. Г. Техническая механика: учебник / Г.Г. Сафонова, Т.Ю. Артюховская, Д.А. Ермаков. - Москва : ИНФРА-М, 2022. — 320 с. — (Среднее профессиональное образование).
2. Эрдеди А.А. Техническая механика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования /А.А. Эрдеди, Н. А. Эрдеди.- 7-е изд., стер. – М. :Издательский центр «Академия», 2021. – 528 с. 978-5-4468-9887-9. - Текст: электронный. – URL: <https://academia-moscow.ru/catalogue/3947/538728/>
3. ГОСТ 8239 Двутавры стальные горячекатаные.
4. ГОСТ 8240 – 89 Швеллеры стальные горячекатаные.
5. ГОСТ 8509 – 93 Уголки стальные горячекатаные равнополочные.
6. ГОСТ 23360-78. Соединения шпоночные с призматическими шпонками.