Министерство образования и науки Челябинской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Южно-Уральский государственный технический колледж»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

по учебной дисциплине

«Математика»

для специальности 22.02.03

Литейное производство черных и цветных металлов

(базовая подготовка)

г. Челябинск, 2021г.

Методические рекомендации составлены в соответствии с программой учебной дисциплины «Математика», для специальности 22.02.03. Литейное производство чёрных и цветных металлов (базовая подготовка)	ОДОБРЕНО Предметной (цикловой) комиссией протокол № ______ от «__»__________2021 г. Председатель ПЦК _________О.И.Макаренко	УТВЕРЖДАЮ Заместитель директора по НМР _________ Т.Ю. Крашакова «___»__________2021 г.

Автор: Чернова И.И. - преподаватель ГБПОУ «Южно-Уральский государственный технический колледж»

Актуализация: Трегуб И.К., преподаватель ГБПОУ «Южно-Уральский государственный технический колледж»

АКТ СОГЛАСОВАНИЯ

Методических рекомендаций по выполнению внеаудиторных самостоятельных работ по дисциплине «Математика» для специальности 22.02.03 Литейное производство черных и цветных металлов (базовая подготовка), актуализированных преподавателем Южно-Уральского государственного технического колледжа Трегуб И.К.

Учебная дисциплина «Математика» является частью программы подготовки специалистов среднего звена согласно ФГОС по специальности СПО 22.02.03 Литейное производство черных и цветных металлов (базовая подготовка). Учебная дисциплина «Математика» относится к математическому и общему естественнонаучному циклу и определяет общий объем знаний и умений, составляющих базу профессиональных компетенций.

Практическая направленность учебной дисциплины реализуется через выполнение самостоятельных работ, на проведение которых программой отводится 36 часов.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельных работ разработаны с учетом требований работодателя к подготовке специалистов среднего звена по данной специальности и включают в себя работу с различными источниками информации, выполнение индивидуальных расчётных и графических работ.

Самостоятельные работы составлены с учётом требований работодателей к владению специалистов среднего звена умением использовать методы линейной алгебры.

Самостоятельные работы обеспечивают условия для формирования компетентности специалистов в осуществлении поиска и использования информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития, в использовании информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности, в работе с коллективом, руководством, потребителями.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельных работ могут быть использованы для работы в учреждениях среднего профессионального образования.

Ведущий специалист
кузнечно-литейного дивизиона _____________ В.Н.Федоров

м.п.

ООО «ЧТЗ-УРАЛТРАК» ЛИТЕЙНО-КУЗНЕЧНЫЙ ДИВИЗИОН Челябинск

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов – это учебная деятельность студента, выполняемая во внеаудиторное время без непосредственного участия преподавателя, но по его заданию и под его руководством, направленная на формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствование и самореализацию.

Целью самостоятельной работы студентов является:

-систематизация, закрепление, углубление и расширение полученных теоретических знаний и практическое их применение;

-развитие аналитических способностей и логического мышления;

-овладение навыками работы с нормативной и справочной литературой;

-развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

-овладение практическими навыками применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;

Для успешности организации самостоятельной работы необходимы следующие условия:

– мотивация получения знаний и готовность студентов к самостоятельной деятельности;

– наличие и доступность всего необходимого учебно-методического и справочного материала;

– система регулярного контроля качества выполненной самостоятельной работы;

– консультационная помощь преподавателя.

Для внеаудиторной работы студентов по учебной дисциплине «Математика»следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельная работа с учебной литературой и интернет ресурсами;

- заполнение таблиц и составление схем;
- решение расчетных задач;
- подготовка рефератов;
- выполнение презентаций

В результате выполнения самостоятельной работы студент должен сформировать: *элементы следующих компетенций*:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Ставить цели, мотивировать деятельность подчиненных, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ПК 1.3. Выполнять расчеты, необходимые при разработке технологических процессов изготовления отливок.

ПК 3.3. Рассчитывать по принятой методологии основные технико-экономические показатели работы коллектива.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен ***уметь:***

– анализировать сложные функции и строить их графики;

– выполнять действия над комплексными числами;

– вычислять значения геометрических величин;

– производить операции над матрицами и определителями;

– решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;

– решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;

– решать системы линейных уравнений различными методами.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен ***знать:***

–основные математические методы решения прикладных задач;

–основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теорию комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

–основы интегрального и дифференциального исчисления;

–роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.

Критерии оценивания:

- оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
- оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

- оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Тематический план

Номер темы	Название ВСР	Количество часов
1.1.	Выполнение расчетной работы по теме: «Вычисление определителя 3-го порядка с использованием свойств определителей»	2
1.2.	Выполнение расчётного задания по теме: «Решение систем уравнений различными методами»	2
2.1.	Выполнение расчетной работы по теме: «Погрешность приближенных вычислений»	2
2.2.	Выполнение расчётной работы по теме: «Вычисление пределов. Раскрытие неопределённостей» Подготовить реферат по теме: «Различные варианты использования первого и второго замечательных пределов для решения профессиональных задач».	3
2.3.	Выполнение расчётных заданий по теме: «Вычисление производных сложных функций». Выполнение расчётно-графического задания по теме: «Исследование и построение графиков функций»	4
2.4.	Выполнение расчётной работы по теме: «Вычисление неопределенных интегралов». Выполнение расчетной работы по теме: «Расчет площадей и объемов деталей строительных конструкций».	4
2.5.	Подготовить реферат по теме «Применение обыкновенных дифференциальных уравнений для профессиональных расчетов».	5
3.1.	Выполнение расчётных работ на нахождение высот здания, опор столбов. Выполнение индивидуальных заданий по теме «Использование нахождения элементов треугольника для решения профессиональных задач связанных с измерениями	3
4.1.	Подготовить реферат по теме «Применение математического синтеза и анализа для решения профессиональных задач».	2
4.2.	Выполнение расчетной работы по теме «Применение комбинаторики для решения профессиональных задач».	2
4.3.	Выполнение индивидуального задания по теме «Применение графов для решения профессиональных задач»	2
5.1.	Выполнение расчетной работы по теме: «Решение задач на вычисление количества вариантов событий». Выполнение расчетной работы по теме «Решение профессиональных задач на вычисление вероятностей случайных событий с использованием элементов математической статистики». Реферативная работа на тему «Роль и место математики в сфере профессиональной деятельности»	5
ИТОГО:		36

РАЗДЕЛ 1 ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Тема 1.1 Определители и их свойства.

Цель работы: Совершенствование умений выполнять действия над матрицами, вычислять определители разными способами

Задание: Вычислите определители 3-го порядка с использованием свойств определителей

Ход работы

Краткие теоретические сведения

Сложение матриц

Суммой матриц $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$ одинаковых размеров называется матрица $C = (c_{ij})$ тех же размеров, у которой $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad \forall \ i, \ j$.
Обозначение: $C = A + B$.

Свойства сложения матриц: $A + B = B + A$, $(A + B) + C = A + (B + C)$, $A + 0 = A$, $A + (-A) = 0$, $\forall$ A, B, C.

Вычитание матриц

$$A - B = A + (-B).$$

Умножение матрицы на число

Произведением матрицы $A = (a_{ij})$ на число α называется матрица $C = (c_{ij})$ тех же размеров, у которой $c_{ij} = \alpha a_{ij} \quad \forall \ i, \ j$.
Обозначение: $C = \alpha A$.

Свойства $1 \cdot A = A, \ \alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A, \ \alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B,$, $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A \quad \forall \ A, \ B$ и $\forall \ \alpha, \ \beta \in R$.

Умножение матриц

Произведением матрицы $A=(a_{ik})$ размером $m\times n$ на матрицу $B=(b_{ik})$ размером $n\times p$ называется матрица $C=(c_{ij})$ размером $m\times p,$ у которой $c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+...+a_{in}b_{nj}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj}\quad\forall\ i,\ j.$ Обозначение: *C* = *AB*.

Свойства *AE* = *EA* = *A*, *AO* = *OA* = *O*, *(AB)D* = *A(BD)*, α*(AB)* = *(*α*A)B* = *A(*α*B)*, *(A + B)D=AD + BD*, *D(A + B) = DA + DB* (при условии, что указанные операции имеют смысл).

Для квадратных матриц *A* и *B*, вообще говоря, $AB\neq BA.$

Транспонирование матриц

$$A=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&\dots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\dots&a_{2n}\\\dots&\dots&\dots&\dots\\a_{m1}&a_{m2}&\dots&a_{mn}\end{bmatrix}\Rightarrow A^T=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{21}&\dots&a_{m1}\\a_{12}&a_{22}&\dots&a_{m2}\\\dots&\dots&\dots&\dots\\a_{1n}&a_{2n}&\dots&a_{mn}\end{bmatrix}.$$

Свойства: $(A^T)^T=A,\ (\alpha A)^T=\alpha A^T,\ (A+B)^T=A^T+B^T,$ $(AB)^T=B^TA^T.$

Обратная матрица

Матрица A^{-1} - обратная для матрицы *A*, если $AA^{-1}=A^{-1}A=E.$

Для квадратной матрицы *A* обратная существует тогда и только тогда, когда $\det A\neq 0.$

$$A^{-1}=\frac{1}{\det A}\begin{bmatrix}A_{11}&A_{21}&\dots&A_{n1}\\A_{12}&A_{22}&\dots&A_{n2}\\\dots&\dots&\dots&\dots\\A_{1n}&A_{2n}&\dots&A_{nn}\end{bmatrix},$$

где A_{ij} - алгебраические дополнения элементов a_{ij} матрицы *A*.

Элементарные преобразования матрицы

Элементарными преобразованиями матрицы называют:

1) умножение какой-нибудь строки (столбца) на отличное от нуля число;

2) прибавление к какой-нибудь строке (столбцу) другой ее строки (столбца), умноженной на произвольное число;

3) перестановку местами любых двух строк (столбцов).

Вычисление обратной матрицы

Если с помощью элементарных преобразований строк квадратную матрицу *A* можно привести к единичной матрице *E*, то при таких же элементарных преобразованиях над матрицей *E* получим A^{-1}.

Пример.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$(A \setminus E) = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -3 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Ко второй строке прибавляем первую, умноженную на 2.}} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Вторую строку умножаем на } -1/2.}$$

$$\to \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1/2 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{К первой строке прибавляем вторую, умноженную на 3.}} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -3/2 \\ 0 & 1 & -1 & -1/2 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -3/2 \\ -1 & -1/2 \end{bmatrix}.$$

Определители

В частности *n = 2*

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = (-1)^{I(1,2)} a_{11}a_{22} + (-1)^{I(2,1)} a_{12}a_{21} =$$

$$= (-1)^0 a_{11}a_{22} + (-1)^1 a_{12}a_{21} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21};$$

при *n = 3*

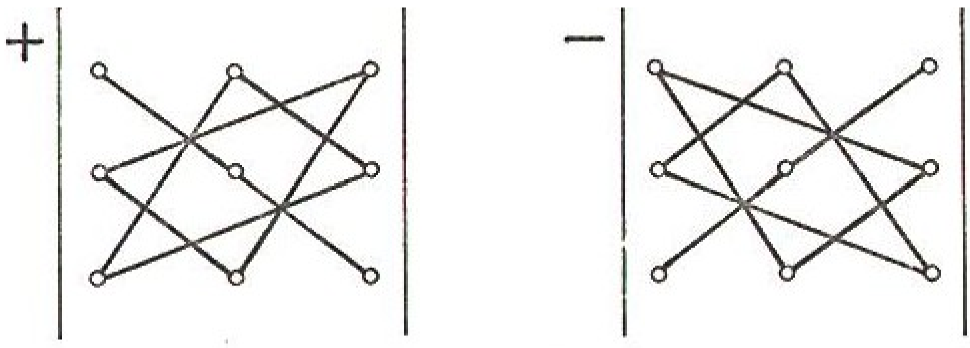
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (-1)^{I(1,2,3)} a_{11}a_{22}a_{33} +$$

$$+ (-1)^{I(2,3,1)} a_{12}a_{23}a_{31} + (-1)^{I(3,1,2)} a_{13}a_{21}a_{32} +$$

$$+ (-1)^{I(1,3,2)} a_{11}a_{23}a_{32} + (-1)^{I(3,2,1)} a_{13}a_{22}a_{31} +$$

$$+ (-1)^{I(1,2,3)} a_{11}a_{22}a_{33} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} +$$

$$+ a_{13}a_{21}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}.$$



Задания для самостоятельной работы

Вычислите определители 3-го порядка с использованием свойств определителей

1.1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ 1.2) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 5 & 4 \\ -1 & 7 & 8 \end{vmatrix}$ 1.3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ 1.4) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -7 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

Вопросы для самопроверки

1. По какой формуле вычисляется определитель второго порядка?
2. По какой формуле вычисляется определитель третьего порядка?

Тема 1.2Системы линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Теорема Крамера.

Цель работы: Совершенствование умений решать системы уравнений методом Крамера.

Задание: Применить метод Крамера для решения систем линейных уравнений

Ход работы

Повторите пройденный на уроке учебный материал по учебнику и прочитайте ниже следующие краткие теоретические сведения

Краткие теоретические сведения:

Если обозначить

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad \Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_n & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & b_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad \ldots, \quad \Delta_{x_n} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & b_n \end{vmatrix}$$

то получаем формулы для нахождения неизвестных переменных по методу Крамера $x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}, \quad \ldots, \quad x_n = \frac{\Delta_{x_n}}{\Delta}$.

Алгоритм решения систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера.

1. Вычисляем определитель основной матрицы системы $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ и убеждаемся, что он отличен от нуля.

2. Находим определители

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_n & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & b_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\Delta_{x_n} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & b_n \end{vmatrix}$$

которые являются определителями матриц, полученных из матрицы A заменой *k-ого* столбца ($k = 1, 2, \dots, n$) на столбец свободных членов.

3. Вычисляем искомые неизвестные переменные $x_1, x_2, \dots, x_n$ по формулам $x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}, \quad \dots, \quad x_n = \frac{\Delta_{x_n}}{\Delta}$.
4. Выполняем проверку результатов, подставляя $x_1, x_2, \dots, x_n$ в исходную СЛАУ. Все уравнения системы должны обратиться в тождества. Можно также вычислить произведение матриц $A \cdot X$, если в результате получилась матрица, равная B, то решение системы найдено верно. В противном случае в ходе решения была допущена ошибка.

Задания для самостоятельной работы.

Решите систему уравнений методом Крамера.

1) $\begin{cases} x+2y+3z=14 \\ 2x+y-z=1 \\ 3x+2y+2z=13 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x-3y+z=8 \\ 5x-y-z=10 \\ x+3y+4z=3 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x-3y+z=0 \\ 5x+y-2z=-1 \\ x-y+z=3 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x+3y+z=6 \\ 3x-y-z=1 \\ 5x+2y+4z=11 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3x-y+2z=13 \\ 2x+y-z=0 \\ 5x+3y+7z=28 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x-y+2z=10 \\ 7x+z=22 \\ -x+3y+2z=2 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x+3y-z=3 \\ 2x-y+4z=5 \\ 3x+2y+5z=10 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 2x-y+4z=7 \\ 7x+3y-z=3 \\ 5x-2y-3z=4 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 2x+3y-4z=1 \\ 3x-y+2z=12 \\ 4x+3y-3z=9 \end{cases}$ 10) $\begin{cases} 4x+4y-3z=-7 \\ 3x-y+2z=7 \\ 5x+3y-z=-2 \end{cases}$

Вопросы для самопроверки

1. В чём заключается метод Крамера?

РАЗДЕЛ 2. ОСНОВЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО И ДИЫЫЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ.

Тема 2.1.Действительные числа. Множества

Цель работы: Совершенствование умений вычислять погрешности приближённых вычислений

Задание :Вычислите погрешности приближённых вычислений

Ход работы

Повторите пройденный на уроке учебный материал по учебнику и прочитайте ниже следующие краткие теоретические сведения

Краткие теоретические сведения

Погрешности

Разница между точным числом x и его приближенным значением a называется погрешностью данного приближенного числа. Если известно, что | x - a | <Δ_a, то величинаΔ_aназывается предельной абсолютной погрешностью приближенной величины a.

Отношение $\frac{\Delta_a}{a}=\delta_a$называется предельной относительной погрешностью; последнюю часто выражают в процентах.

<u>Пример</u>:

3,14 является приближенным значением числа p, погрешность его равна 0,00159..., предельную абсолютную погрешность можно считать равной 0,0016, а предельную относительную погрешность v равной 0.0016/3.14 = 0,00051 = 0,051%. Для краткости обычно слово ?предельная¦ опускается.

Действия над приближенными числами

Результат действий над приближёнными числами представляет собой также приближённое число. Погрешность результата может быть выражена через погрешности первоначальных данных при помощи следующих теорем:

1. Предельная абсолютная погрешность алгебраической суммы равна сумме предельных абсолютных погрешностей слагаемых.

2. Относительная погрешность суммы заключена между наибольшей и наименьшей из относительных погрешностей слагаемых.

3. Относительная погрешность произведения или частного равна сумме относительных погрешностей сомножителей или, соответственно, делимого и делителя.

4. Относительная погрешность n-ой степени приближенного числа в n раз больше относительной погрешности основания (как у целых, так и для дробных n).

Пользуясь этими теоремами, можно определить погрешность результата любой комбинации арифметических действий над приближенными числами.

Предельная абсолютная погрешность заведомо превосходит абсолютную величину истинной погрешности, поскольку предельное значение вычисляется в предположения, что различные погрешности усиливают друг друга; практически это бывает редко. При массовых вычислениях, когда не учитывают погрешность каждого отдельного результата, пользуются следующими правилами подсчета цифр.

При соблюдении этих правил можно считать, что в среднем полученные результаты будут иметь все знаки верными, хотя в отдельных случаях возможна ошибка в несколько единиц последнего знака.

1. При сложении и вычитании приближённых чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в приближённом данном с наименьшим числом десятичных знаков.

2. При умножении и делении в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет приближённое данное с наименьшим числом значащих цифр.

3. При возведении в квадрат или куб в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет возводимое в степень приближённое число (последняя цифра квадрата и особенно куба при этом менее надежна, чем последняя цифра основания).

4. При увеличении квадратного и кубического корней в результате следует брать столько значащих цифр, сколько их имеет приближённое значение подкоренного числа (последняя цифра квадратного и особенно кубического корня при этом более надёжна, чем последняя цифра подкоренного числа).

Во всех промежуточных результатах следует сохранять одной цифрой более, чем рекомендуют предыдущие правила. В окончательном результате эта ? запасная¦ цифра отбрасывается.

Если некоторые данные имеют больше десятичных знаков (при сложении и вычитании) или больше значащих цифр (при умножении, делении, возведении в степень, извлечении корня), чем другие, то их предварительно следует округлить, сохраняя лишь одну лишнюю цифру.

Пользуясь этими теоремами, можно определить погрешность результата любой комбинации арифметических действий над приближенными числами.

Примеры:

V = r2h

Dv = Vd v = V(2d r+d n)

Предельная абсолютная погрешность заведомо превосходит абсолютную величину истинной погрешности, поскольку предельное значение вычисляется в предположения, что различные погрешности усиливают друг друга; практически это бывает редко. При массовых вычислениях, когда не учитывают погрешность каждого отдельного результата, пользуются следующими правилами подсчета цифр. При соблюдении этих правил можно считать, что в среднем полученные результаты будут иметь все знаки верными, хотя в отдельных случаях возможна ошибка в несколько единиц последнего знака.

1. При сложении и вычитании приближённых чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в приближенном, данном с наименьшим числом десятичных знаков.

2. При умножении и делении в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет приближённое данное с наименьшим числом значащих цифр.

3. При возведении в квадрат или куб в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет возводимое в степень приближённое число (последняя цифра квадрата и особенно куба при этом менее надежна, чем последняя цифра основания).

4. При увеличении квадратного и кубического корней в результате следует брать столько значащих цифр, сколько их имеет приближённое значение подкоренного числа (последняя цифра квадратного и особенно кубического корня при этом более надёжна, чем последняя цифра подкоренного числа).

5. Во всех промежуточных результатах следует сохранять одной цифрой более, чем рекомендуют предыдущие правила. В окончательном результате эта запасная цифра отбрасывается.

6. Если некоторые данные имеют больше десятичных знаков (при сложении и вычитании) или больше значащих цифр (при умножении, делении, возведении в степень, извлечении корня), чем другие, то их предварительно следует округлить, сохраняя, лишь одну лишнюю цифру.

Если данные можно брать с произвольной точностью, то для получения результата с К цифрами данные следует брать с таким числом цифр, какое даёт согласно правилам 1-4(К+1) цифру в результате.

Задания для самостоятельной работы.

1. Оцените абсолютную погрешность приближенного значения следующих чисел:

a) 5,56 с точностью до десятых
b) 125,9 с точностью до целых

2. Оцените относительную погрешность приближенного значения следующих чисел:

a) 0,145 с точностью до сотых
b) 2465,9 с точностью до целых

3. Оцените абсолютную и относительную погрешность приближенного значения следующих чисел:

a) 0,145 с точностью до сотых
b) 2465,9 с точностью до целых

4. Найдите сумму и разность приближенных значений:

a) A=45,651, B=13,12
b) A=48,4, B=20,47

5. Найдите сумму, разность, произведение и частное приближенных значений:

a) A=7,41, B=5,146
b) A=78,1, B=45,458

6. Вычислить , если известно, что а = 7,15; в = 1,651; с= 3,3.

Вопросы для самопроверки

1. Какие бывают погрешности?
2. Что такое абсолютная погрешность?
3. Что такое относительная погрешность?
4. Как найти приближенной значение суммы приближенных значений?
5. Как найти приближенной значение разности приближенных значений?
6. Как найти приближенной значение произведения приближенных значений?
7. Как найти приближенной значение частного приближенных значений?

Тема 2.2. Теория пределов и непрерывность функций

Цель работы: Отработка навыков вычисления пределов функций

Задание 1: Раскройте неопределённости неопределённостей $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$

Задание 2: Подготовьте реферат на тему «Различные варианты использования первого и второго замечательных пределов для решения профессиональных задач»

Ход работы:

Краткие теоретические сведения

<u>Определение.</u> Число b называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0, если для всех значений x, достаточно близких к x_0 и отличных от x_0, значения функции $f(x)$ сколь угодно мало отличаются от числа b. Пишут: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = b$.

<u>Свойства пределов</u>. Пусть существуют пределы $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = a$ и $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = b$. Тогда:

1. Предел константы равен самой константе: $\lim\limits_{x \to x_0} c = c$.
2. Предел суммы двух функций равен сумме пределов этих функций: $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) + g(x)] = a + b$.
3. Предел произведения двух функций равен произведению пределов этих функций: $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$.
4. Постоянный множитель выносится за знак предела: $\lim\limits_{x \to x_0} [k \cdot f(x)] = k \cdot a$.
5. Предел частного двух функций равен частному пределов этих функций: $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$, если $g(x) \neq 0$.
6. Показатель степени можно выносить за знак предела: $\lim\limits_{x \to x_0} (f(x))^n = \left(\lim\limits_{x \to x_0} f(x)\right)^n = a^n$.

Задания для самостоятельной работы.

Задание 1: Раскройте неопределённости

1) $\lim\limits_{x\to 3}(3x - 2x^3 + 3)$ 2) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3}$ 3) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{6x^2 - x - 1}{x - \frac{1}{2}}$

4) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2}$ 5) $\lim\limits_{x\to 10}\dfrac{5x^2 - 51x + 10}{x - 10}$ 6) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$

7) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt{x^2 - 1}}$ 8) $\lim\limits_{x\to 16}\dfrac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$ 9) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x - 3)(x + 1)^2}{x^2 + 2x - 15}$

10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{x}$ 11) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x - 1} - \dfrac{2}{x^2 - 1}\right)$ 12) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{4x^5 + 4x^3 + 3}{7x^5 - 4}$

13) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2x^3 + 1}{3x^5 + 7x + 8}$ 14) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{6x^7 - 2}{4x^5 + 7x^6 + 1}$ 15) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2x - 3x^4}{9x^4 + 5}$

Задание 2: Критерии написания реферата указаны в приложении А

Вопросы для самопроверки

2. Что называется функцией одной независимой переменной?
3. Перечислить основные элементарные функции.
4. Какие функции называются элементарными? Приведите примеры.
5. Что такое предел функции y = f(x) при x→ a?
6. Дайте определение правого и левого пределов функции y = f(x)
7. Дайте определение предела последовательности.
8. Какая функция называется бесконечно большой величиной при x→ a и x→ +∞?
9. Какова связь между бесконечно большой и бесконечно малой величинами?

Тема 2.3. Дифференциальное исчисление функций одной независимой переменной

Цель работы: Отработка навыков вычисления производной функций и практического применения производной.
Задание 1: Вычислите производные сложных функций
Задание 2: Исследуйте и постройте график функции

Ход работы
Краткие теоретические сведения

Формулы дифференцирования		Правила дифференцирования	Применение производной
$c'=0$ $x'=1$ $\left(x^n\right)'=nx^{n-1}$ $\left(kx\right)'=k$ $\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$ $\left(a^x\right)'=a^x\ln a$ $\left(e^x\right)'=e^x$ $\left(\log_a x\right)'=\frac{1}{x\ln a}$ $\left(\ln x\right)'=\frac{1}{x}$	$\left(\sin x\right)'=\cos x$ $\left(\cos x\right)'=-\sin x$ $\left(tgx\right)'=\frac{1}{\cos^2 x}$ $\left(ctgx\right)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$ $\left(\arcsin x\right)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\left(\arccos x\right)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\left(arctgx\right)'=\frac{1}{1+x^2}$ $\left(arcctgx\right)'=-\frac{1}{1+x^2}$	$\left(u+v\right)'=u'+v'$ $\left(uv\right)'=u'v+v'u$ $\left(cu\right)'=cu'$ $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$, $v\neq0$ $\left[f\left(g\left(x\right)\right)\right]'=f'\left(g\left(x\right)\right)\cdot g'\left(x\right)$	$f'\left(x\right)=tg\,\alpha=k$ $v\left(t\right)=S'\left(t\right)$ $a\left(t\right)=v'\left(t\right)$ Уравнение касательной: $y=f\left(x_0\right)+f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)$ $f(x)$ возрастает на I, если $f'(x)>0$ на I. $f(x)$ убывает на I, если $f'(x)<0$ на I. Выпуклость графика функции и его перегибы: $y''>0$, выпуклость вниз y'' _> 0, выпуклость вверх

Задания для самостоятельной работы.

Задание 1: Вычислите производные сложных функций

1.1.Вычислить производные следующих функций:

1)$y = 2x^2 - 3x + 5$; 2)$y = 4 - x^4$; 3)$y = x^4 - x^2$; 4)$y = 5x^4 - 7x^2 + x - 3$; 5)$y = x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 9x - 5$; 6) $y=\frac{2x^3}{3}-3x^2+6x-1$; 7) $y=\frac{3x^6}{2}+4x^5-2x^3-\frac{1}{2x}$; 8) $y=2-\frac{x}{2}-5x^2-\frac{3}{x^2}$;

9) $y=(2x-3)(3x^4+5x-8)$; 10) $y=3x^{-2}$; 11) $y=4x^{-3}$; 12) $y=3x^{-\frac{2}{3}}$; 13) $y=5x^{-\frac{3}{5}}$;

14) Найти $f'(-1)$, *если* $f(x)=4x^3-2x^2+x-5$;

15) Найти $f'(0{,}5)$, *если* $f(x)=-x^3+9x^2-x+2$;

1.2.Вычислите производные сложных функций:

1) $y=3\sin 5x$; 2) $y=4\cos\frac{x}{2}$; 3) $y=\arccos 3x$; 4) $y=\ln\sqrt{2x-1}$;

5) $y=(x^4-x-1)^4$; 6). $y=\sqrt{x^3+2x-5}$; 7) $y=\cos^2 x$; 8) $y=\sin^3 x$; 9) $y=\ln\sin 3x$;

10) $y=\ln\sqrt{2x-1}$; 11) $y=3^{\sin x}-2^{2x}+e^{5x}$; 12) $y=3^{\sqrt{x}}-4^{7x}+3e^{2x}$;

1.3. Вычислите производные показательно-степенных функций:

1) $y=x^x$; 2) $y=x^{x^x}$; 3) $y=x^{\frac{1}{x}}$; 4) $y=x^{\ln x}$; 5) $y=x^{tgx}$; 6) $y=(arctgx)^{\ln x}$;

7) $y=(arctgx)^x$; 8) $y=(x+x^2)^x$.

1.4. Геометрический и физический смысл производной.

1) Составьте уравнение касательной к параболе $y=x^2-4x$ в точке с абсциссой а) $x_0=-1$; б)$x_0 = 0$; в)$x_0 = 1$.

2) Дана кривая $y=2x^3-4x^2+5x-1$. Составьте уравнение касательной в точке, абсцисса которой равна а) −1; б) 0; в) 1.

3) В какой точке касательная к кривой $y=\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+4$ параллельна прямой а) $2x+2y-5=0$; б)у – 3х -5 =0; в) у + х =0?

Задание 2: Исследуйте и постройте график функции:

1) $y=8-2x-x^2$; 2) $y=x^3-3x^2+4$; 3) $y=3-3x+x^3$; 4)$y = x^4 + 2x^3 - 5x^2$; 5) $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$; 6) $y=x\sqrt{2-x}$; 7) $y=\ln(x^2+1)$;

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение производной функции y =f(x).
2. Каковы геометрический и механический смыслы производной?
3. Как найти производную сложной функции?
4. Дать определение дифференциала функции y =f(x).
5. Какой геометрический смысл имеет дифференциал?
6. Что называется производной второго порядка от функции y =f(x)?
7. В чём состоит достаточный признак экстремума?
8. Какие точки называются точками перегиба функции y =f(x)?
9. Сформулировать правило Лопиталя и привести примеры его применения.
10. Что называется асимптотой функции y =f(x)?
11. Что называется функцией двух независимых переменных?
12. Что называется графиком функции двух независимыхпеременных?

Тема 2.4. Интегральное исчисление функции одной независимой переменной

Цель работы: Отработка навыков вычисления первообразной функций и практического применения интеграла.
Задание1: Вычислите неопределённые интегралы
Задание 2: Примените формулу Ньютона-Лейбница для вычисления площадей фигур

Ход работы

Теоретический материал

I.Основные формулы интегрирования

$\int dx = x + C$ $\qquad$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$; $\qquad$ $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$;

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$; $\qquad$ $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$; $\qquad$ $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$;

$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$; $\qquad$ $\int e^x dx = e^x + C$; $\qquad$ $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$;

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$; $\int \sin x\, dx = -\cos x + C$; $\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$.

$\int e^x dx = e^x + C$; $\int \cos x dx = \sin x + C$;

II. Основные свойства интегралов

1⁰. Производная неопределенного интеграла равна подынтегральной функции: $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$.

2⁰. Дифференциал неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению:

$$d\int f(x) dx = f(x) dx$$.

3⁰. Интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме интегралов от этих функций: $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$.

4⁰. Постоянный множитель подынтегрального выражения можно выносить за знак интеграла:

$$\int kf(x) dx = k\int f(x) dx$$.

5⁰. Неопределенный интеграл от дифференциала некоторой функции равен сумме этой функции и произвольной постоянной *C*: $\int df(x) = f(x) + C$.

6⁰. Интеграл от сложной функции с линейным аргументом вычисляется по формуле:

$$\int f(kx+b)\, dx = \frac{1}{k} F(kx+b) + C$$.

III. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенных интегралов:

$\int_a^b f(x)\, dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Методы интегрирования

1. Непосредственное интегрирование. Используется таблица интегралов, свойства неопределённых интегралов и различные преобразования подынтегрального выражения.
2. Интегрирование по частям. Данный способ состоит в том, подынтегральное выражение представляется в виде произведения двух

множителей u и dv и заменяется двумя интегрированиями: 1) отыскание v из выражения для dv; 2) отыскание интеграла для vdu:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$.

3. Метод замены переменной. Его применяют в том случае, если исходный интеграл сложно или невозможно с помощью алгебраических и иных преобразований свести к одному или нескольким табличным интегралам. Способ заключается в том, что заменяется новой переменной такая часть подынтегральной функции, при дифференцировании которой получается оставшаяся часть подынтегрального выражения (не считая постоянного множителя).

Задания для самостоятельной работы.

Задание 1: Вычислите неопределённые интегралы

1.1.Вычислите интеграл используя основные формулы интегрирования.

1. $\int x^6 dx$; 2. $\int \frac{dx}{x^2}$; 3. $\int x^{\frac{2}{3}} dx$; 4. $\int \sqrt{x}\,dx$; 5. $\int (5x^3-2x^2+3x-8)\,dx$; 6. $\int (4x^3-15x^2+14x-3)\,dx$;

7. $\int (2x-1)^3 dx$; 8. $\int x^3(1+5x)\,dx$; 9. $\int \frac{3x^3-2x^2+5x}{2x}dx$; 10. $\int \frac{x^3+3x^2+4x}{x}dx$; 11. $\int \frac{4x^4-2x^3+x^2}{x^2}dx$;

1.2. Вычислите интеграл методом подстановки.

1. $\int (7-2t)^3 dt$; 2. $\int (5u-1)^3 du$; 3. $\int (1+x^5)^7 x^4 dx$; 4. $\int (9-2x^3)^4 x^2 dx$; 5. $\int 4(x^4+5)^2 x^3 dx$;

1.3. Вычислите интегралы, используя метод интегрирования по частям.

1. $\int x\cos x\,dx$; 2. $\int xe^x dx$; 3. $\int x^5 \ln x\,dx$; 4. $\int xe^{2x} dx$; 71. $\int x\ln x\,dx$;

1.4. Вычисление определенных интегралов.

1. $\int_3^5 dx$; 2. $\int_0^1 x\,dx$; 3. $\int_0^2 3x^2 dx$; 4. $\int_{-1}^1 (2x+1)\,dx$; 5.92. $\int_0^2 3e^{3x} dx$; 93. $\int_0^{\pi} \cos\frac{x}{2}\,dx$; 94.

Задание 2: Примените формулу Ньютона-Лейбница для вычисления площадей фигур.

Вычислите площади фигур, ограниченных указанными линиями:
1. Осью Ох, прямыми $x=-1,$ $x=2$ и параболой $y=9-x^2$;
2.$y^2 = 9x$, $x = 16$, $x = 25$, $y = 0$;
3. $y = -x^2 + 4$ и $y = 0$; 4. $y = x^2$, $y = 1/x$, $x \in [1; e]$; 5. $y^2 = x$, $y = x^2$;
6. $y = 8+2x-x^2$, $y = x+6$;
7.$xy = 6$ и $x + y – 7 = 0$; 8.$x – 2y + 4 = 0$, $x + y – 5 = 0$, $y = 0$.

Вопросы для самопроверки

1. Какая функция называется первообразной?
2. В чём состоит суть метода интегрирования по частям?
3. В чём состоит суть метода замены переменной?

Тема 2.5. Обыкновенные дифференциальные уравнения

*Цель работы:*узнать где применяются дифференциальные уравнения и в сфере профессиональной деятельности.

Задание:Подготовьте реферат на тему: «Применение обыкновенных дифференциальных уравнений для профессиональных расчетов»

Задания для самостоятельной работы.

Задание: Критерии написания реферата указаны в приложении А

РАЗДЕЛ 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

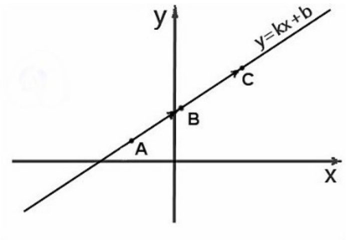
Тема 3.1. Векторы на плоскости и в пространстве.

*Цель работы:*Отработка навыков нахождения элементов треугольника
Задание: Вычислите элементы треугольника

Ход работы
Теоретический материал

Пусть на координатной плоскости построена прямая, проходящая через две заданные точки. Отметим на прямой произвольную точку С, её координаты (*x;y*). Обозначим два вектора:

$\overrightarrow{AC}$ **и** $\overrightarrow{AB}$



Известно, что у векторов, лежащих на параллельных прямых (либо на одной прямой), соответствующие координаты пропорциональны, то есть

$$\frac{x_{\overrightarrow{AC}}}{x_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{y_{\overrightarrow{AC}}}{y_{\overrightarrow{AB}}} \quad \textbf{или} \quad \frac{x_{\overrightarrow{AB}}}{x_{\overrightarrow{AC}}} = \frac{y_{\overrightarrow{AB}}}{y_{\overrightarrow{AC}}} \qquad (1)$$

Отношения координат "x" и координат "y" таких векторов равны.

Теперь остаётся только вспомнить, что для определения координат вектора необходимо из соответствующих координат конца вектора вычесть координаты его начала:

у нас $A(x_1;y_1)$ $B(x_2;y_2)$ $C(x;y)$

Значит координаты векторов имеют вид:

$$x_{\overrightarrow{AC}} = x - x_1 \qquad y_{\overrightarrow{AC}} = y - y_1$$

$$x_{\overrightarrow{AB}} = x_2 - x_1 \qquad y_{\overrightarrow{AB}} = y_2 - y_1$$

Подставляем в (1). Получаем формулу:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Если какой-либо из знаменателей равен нулю, следует приравнять нулю соответствующий числитель. На плоскости записанное выше уравнение прямой упрощается:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

если $x_1 \neq x_2$ и $x = x_1$, если $x_1 = x_2$.

Дробь $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ называется *угловым коэффициентом прямой*.

Пример 1: Найти уравнение прямой, проходящей через точки A(1, 2) и B(3, 4).

Решение. Применяя записанную выше формулу, получаем:

$$y - 2 = \frac{4-2}{3-1}(x-1)$$
$$y - 2 = x - 1$$
$$x - y + 1 = 0$$

Уравнение прямой по точке и угловому коэффициенту.

Если общее уравнение прямой $Ax + By + C = 0$ привести к виду:

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

и обозначить $-\frac{A}{B} = k; \quad -\frac{C}{B} = b; \quad т.е. \quad y = kx + b$, то полученное уравнение называется*уравнением прямой с угловым коэффициентом k.*

Уравнение прямой в отрезках.

Если в общем уравнении прямой Ax + By + C = 0 C≠0, то, разделив на –С, получим:

$-\frac{A}{C}x - \frac{B}{C}y = 1$ или $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, где

$$a = -\frac{C}{A}; \quad b = -\frac{C}{B}$$

Геометрический смысл коэффициентов в том, что коэффициент а является координатой точки пересечения
прямой с осью *Ox,* а *b* – координатой точки пересечения прямой с осью *Oy.*

Пример 2: Задано общее уравнение прямой $x - y + 1 = 0$. Найти уравнение этой прямой в отрезках.

C = 1, $-\frac{x}{1}+\frac{y}{1}=1$, a = -1, b = 1.

Пример 3: Дано общее уравнение прямой $12x - 5y - 65 = 0$. Требуется написать различные типы уравнений этой прямой.

Уравнение этой прямой в отрезках:

$$\frac{12}{65}x - \frac{5}{65}y = 1$$

$$\frac{x}{(65/12)} + \frac{y}{(-13)} = 1$$

Уравнение этой прямой с угловым коэффициентом: (делим на 5)

$$y = \frac{12}{5}x - \frac{65}{5} = \frac{12}{5}x - 13.$$

Угол между прямыми на плоскости.

Определение. Если заданы две прямые $y = k_1 x + b_1$, $y = k_2 x + b_2$, то острый угол между этими прямыми

будет определяться как

$$tg\alpha = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$$

Две прямые параллельны, если $k_1 = k_2$. Две прямые перпендикулярны,

если $k_1 = -1/k_2$.

Формулы координат середины отрезка

Задача деления отрезка на две равные части – это частный случай деления отрезка в данном отношении.

В этом случае отношение выражается пропорцией $\lambda = \frac{AM}{BM} = \frac{1}{1} = 1$. И общие формулы $x_M = \frac{x_A + \lambda \cdot x_B}{1+\lambda}, \quad y_M = \frac{y_A + \lambda \cdot y_B}{1+\lambda}$ чудесным образом преображаются в нечто знакомое и простое: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

Удобным моментом является тот факт, что координаты концов отрезка можно безболезненно переставить: $x_M = \frac{x_B + x_A}{2}, \quad y_M = \frac{y_B + y_A}{2}$

Для пространственного случая справедлива очевидная аналогия. Если даны концы отрезка $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B z_B)$, то координаты его середины M выражаются формулами: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}, \quad z_M = \frac{z_A + z_B}{2}$

Пример 4

Параллелограмм $ABCD$ задан координатами своих вершин $A(-4; 0), B(4; 4), C(7; 2), D(-1; -2)$. Найти точку пересечения его диагоналей.

Решение:

Желающие могут выполнить чертёж. Граффити особенно рекомендую тем, кто капитально забыл школьный курс геометрии.

По известному свойству, диагонали параллелограмма своей точкой пересечения $O(x_O; y_O)$ делятся пополам, поэтому задачу можно решить двумя способами.

Рассмотрим противоположные вершины $A(-4; 0), C(7; 2)$. По формулам деления отрезка пополам найдём середину диагонали AC:

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-4+7}{2} = \frac{3}{2}, \quad y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$$

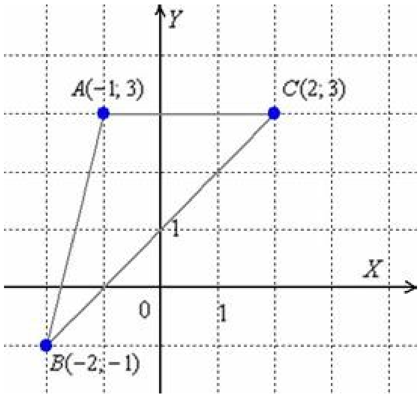
В результате: $O\left(\frac{3}{2}; 1\right)$

Пример 5: Даны вершины треугольника $A(-1; 3), B(-2; -1), C(2; 3)$. Требуется:

1) составить уравнения сторон AB, AC, BC и найти их угловые коэффициенты;

2) найти длину стороны BC;
3) найти $\angle BAC$;
4) составить уравнение прямой l, проходящей через точку C параллельно прямой AB;
5) составить уравнение высоты AH и найти её длину;
6) вычислить площадь треугольника ABC;
7) составить уравнение медианы BM;
8) найти точку пересечения $G = AH \cap BM$.

Решение:



1. Составим уравнения сторон AB, AC, BC и найдём их угловые коэффициенты.

Поскольку известны вершины треугольника, то уравнения каждой стороны составим по двум точкам. Составим уравнение стороны AB по точкам $A(-1;3), B(-2;-1)$:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$
$$\frac{x-(-1)}{-2-(-1)}=\frac{y-3}{-1-3}$$
$$\frac{x+1}{-1}=\frac{y-3}{-4}$$
$$4(x+1)=y-3$$
$$4x+4=y-3$$
$$AB: 4x-y+7=0$$

Для проверки следует мысленно либо на черновике подставить координаты каждой точки в полученное уравнение. Теперь найдём угловой коэффициент. Для этого перепишем общее уравнение в виде уравнения с угловым коэффициентом:
$4x-y+7=0 \Rightarrow y=4x+7$

Таким образом, угловой коэффициент: $k_{AB}=4$

Аналогично находим уравнения сторон AC, BC. Не вижу особого смысла расписывать то же самое, поэтому сразу приведу готовый результат:
$AC: y-3=0 \quad k_{AC}=0;$

$BC: x-y+1=0 \quad k_{BC}=1.$

2) Найдём длину стороны BC. Для точек $B(-2;-1), C(2;3)$ используем формулу:

$$|BC| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2-(-2))^2+(3-(-1))^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ ед.} \approx 5{,}66 \text{ ед.}$$

По этой же формуле легко найти и длины других сторон. Проверка очень быстро выполнятся обычной линейкой.

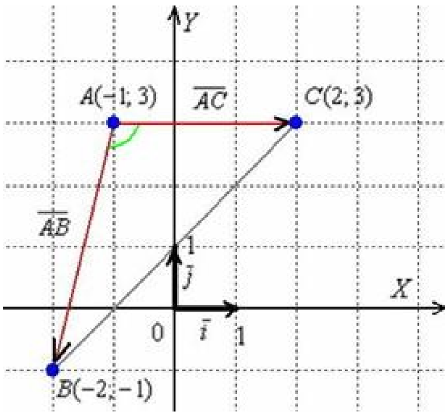
3) Найдём $\angle BAC$. Это угол при вершине A. Есть несколько способов решения, но самый универсальный способ – находить угол при вершине, как угол между векторами.

Используем формулу $\cos\angle(\overline{AB};\overline{AC}) = \dfrac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{|\overline{AB}|\cdot|\overline{AC}|}$.

Найдём векторы:

$A(-1;3), B(-2;-1) \quad \Rightarrow \quad \overline{AB}(-2-(-1);-1-3) = \overline{AB}(-1;-4)$

$A(-1;3), C(2;3) \quad \Rightarrow \quad \overline{AC}(2-(-1);3-3) = \overline{AC}(3;0)$



Таким образом:

$$\cos\angle(\overline{AB};\overline{AC}) = \frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{|\overline{AB}|\cdot|\overline{AC}|} = \frac{-1\cdot3-4\cdot0}{\sqrt{(-1)^2+(-4)^2}\cdot\sqrt{3^2+0^2}} = \frac{-3}{\sqrt{17}\cdot3} = -\frac{1}{\sqrt{17}}$$

Кстати, попутно мы нашли длины сторон AB, AC.

В результате:

$$\angle BAC = \angle(\overline{AB};\overline{AC}) = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) \approx 1{,}82 \text{ рад.} \approx 104^\circ$$

4) Составить уравнение прямой l, проходящей через точку C параллельно прямой AB.

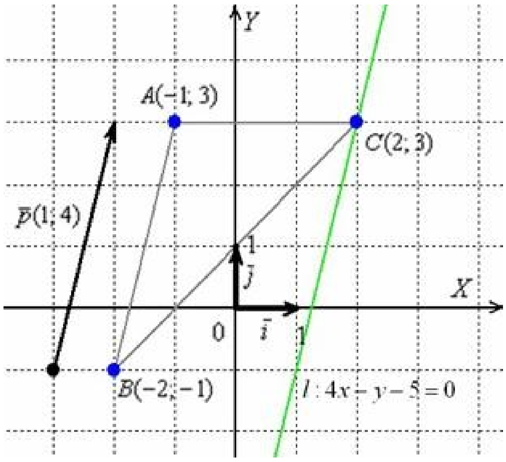
Из общего уравнения прямой $AB: 4x - y + 7 = 0$ вытащим направляющий вектор $\overline{p}(1; 4)$. Составим уравнение прямой l по точке $C(2; 3)$ и направляющему вектору $\overline{p}(1; 4)$:

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4}$$

$$4(x-2) = y-3$$

$$4x - 8 = y - 3$$

$$l: 4x - y - 5 = 0$$



5) Составим уравнение высоты AH и найдём её длину.

Высотой треугольника *называется перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону.*

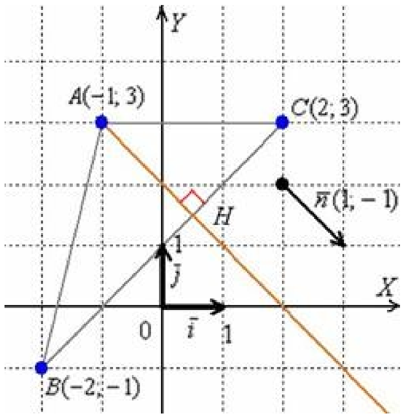
То есть, необходимо составить уравнение перпендикуляра, проведённого из вершины A к стороне BC.. Из уравнения $BC: x - y + 1 = 0$ снимаем вектор нормали $\overline{n}(1; -1)$. Уравнение высоты AH составим по точке $A(-1; 3)$ и направляющему вектору $\overline{n}(1; -1)$:

$$\frac{x-(-1)}{1} = \frac{y-3}{-1}$$

$$-(x+1) = y-3$$

$$-x - 1 = y - 3$$

$$AH: x + y - 2 = 0$$



Обратите внимание, что координаты точки H нам не известны.

Иногда уравнение высоты находят из соотношения угловых коэффициентов перпендикулярных прямых: $k_{AH} = -\frac{1}{k_{BC}}$. В данном случае $k_{BC} = 1$, тогда: $k_{AH} = -\frac{1}{1} = -1$. Уравнение высоты AH составим по точке $A(-1;\,3)$ и угловому коэффициенту $k_{AH} = -1$

$$y-3=-1\cdot(x-(-1))$$
$$y-3=-(x+1)$$
$$y-3=-x-1$$
$$AH:\ x+y-2=0$$

Длину высоты можно найти двумя способами.

а) находим H – точку пересечения высоты и стороны BC; б) находим длину отрезка AH по двум известным точкам.

Точка известна: $A(-1;\,3)$, уравнение прямой тоже известно: $BC:\ x-y+1=0$, Таким образом:

$$|AH| = \rho(A;\,BC) = \frac{|1\cdot(-1)-1\cdot 3+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|-3|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}\ 2{,}2\text{ ед.} \approx 2{,}12\text{ ед.}$$

6) Вычислим площадь треугольника. В пространстве площадь треугольника традиционно рассчитывается с помощью <u>векторного произведения векторов</u>, но здесь дан треугольник на плоскости. Используем школьную формулу: $S_\Delta = \frac{1}{2}ah$ – площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

В данном случае:

$$S_\Delta = \frac{1}{2}\cdot|BC|\cdot|AH| = \frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot\frac{3\sqrt{2}}{2} = 6\ \text{ ед.}^2$$

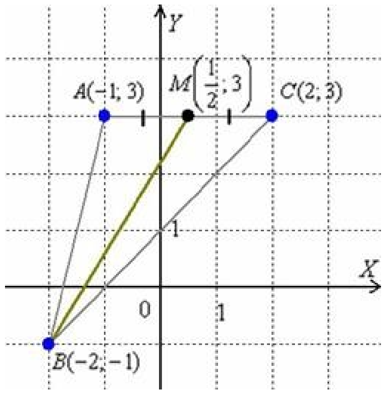
7) Составим уравнение медианы BM.

Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

а) Найдём точку M – середину стороны AC. Используем формулы координат середины отрезка. Известны координаты концов отрезка: $A(-1;3)$, $C(2;3)$, тогда координаты середины:

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$$
$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3+3}{2} = 3$$

Таким образом: $M\left(\frac{1}{2};3\right)$

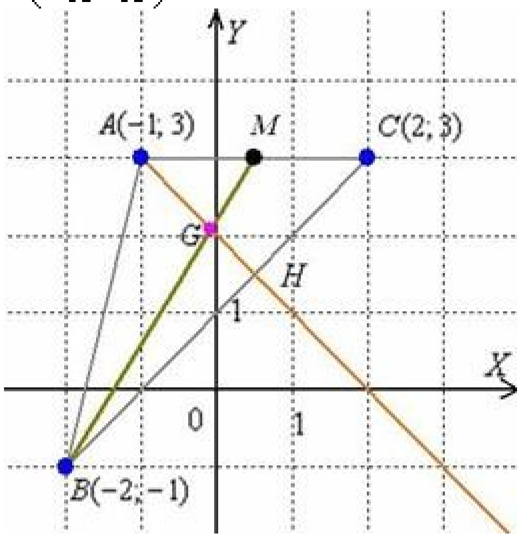


Уравнение медианы BM составим по точкам $B(-2;-1), M\left(\frac{1}{2};3\right)$:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$
$$\frac{x-(-2)}{\frac{1}{2}-(-2)} = \frac{y-(-1)}{3-(-1)}$$
$$\frac{x+2}{\frac{5}{2}} = \frac{y+1}{4}$$
$$4(x+2) = \frac{5}{2}(y+1)$$
$$8(x+2) = 5(y+1)$$
$$8x+16 = 5y+5$$
$$BM: 8x-5y+11=0$$

Чтобы проверить уравнение, в него нужно подставить координаты точек B, M.

8) Найдём точку пересечения $G = AH \cap BM$ высоты и медианы:
$$G:\begin{cases}x+y-2=0\\8x-5y+11=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5x+5y-10=0\\8x-5y+11=0\end{cases}\Rightarrow 13x+1=0\Rightarrow x=-\frac{1}{13}$$
$$-\frac{1}{13}+y-2=0\Rightarrow y=2\frac{1}{13}=\frac{27}{13}$$
$$G\left(-\frac{1}{13};\frac{27}{13}\right)$$



Задания для самостоятельной работы.

Задание: Вычислите элементы треугольника

1. Найти расстояние между точками
   a) A(1;2;3), B(4;5;6);
   b) A(2;2;3), B(1;5;6);
2. Дан треугольник с вершинами A(-2;0), B(2;4) и C(4;0). Написать уравнение медианы AE.
3. Даны вершины треугольника ABC: A(4, 3), B(-3, -3), C(2, 7). Найти уравнение медианы AM.

Вопросы для самопроверки:

1) Запишите уравнение прямой по двум точкам

2) Запишите определение медианы треугольника

РАЗДЕЛ 4: ОСНОВЫ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

Тема 4.1. Основные понятия математического синтеза и анализа.

Цель работы: узнать как применяется математический синтез и анализ для решения профессиональных задач
Задание: Подготовьте реферат на тему: «Применение математического синтеза и анализа для решения профессиональных задач»

Задания для самостоятельной работы.

Задание: Критерии написания реферата указаны в приложении А

Тема 4.2. Основные понятия комбинаторики

Цель работы: Совершенствование умений решать задачи содержащие элементы комбинаторики.
Задание: Решите задачи с элементами комбинаторики

Ход работы

Краткие теоретические сведения

1. Размещения без повторений

Подсчитаем количество способов расположить n различных элементов по k различным позициям ($k < n$). Такие расположения называются размещениями, а их количество, от французского слова *arrangement* обозначается A_n^k. В случае, если $k = n$ количество предметов совпадает с количеством имеющихся мест, и это уже изученная задача о числе перестановок.

Если из n объектов выбирают k штук, то число выборов последнего объекта есть $n - k$невыбранных объектов, что означает наличие $n - k + 1$ возможности выбора последнего выбранного объекта. То же, другими словами: после выбора первых $k - 1$ элемента остается выбрать $n - (k - 1) = n - k + 1$ элемент.

Теорема: число размещений n различных элементов по k различным позициям есть

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1),$$

или, в терминах факториалов,

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

Примечание: заметим, что в случае, когда число мест, по которым размещают предметы, совпадает с количеством самих предметов, т. е. когда $k = n$, рассматриваемая задача становится задачей о числе перестановок. В нашем случае при этом мы получаем в знаменателе дроби ноль факториал, и для того, что бы разные формулы, соответствующие одной и той же задаче, приводили к одинаковым результатам, полагают, что $0! = 1$.

2. Сочетания

Подсчитаем количество способов, которыми можно выбрать k из n различных предметов. Такие выборки называются сочетаниями, а их количество обозначается C_n^k.

При $k < n$, выбрать *k* предметов из n можно A_n^k способами, переставляя их P_k способами:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)!\ \cdot k!}.$$

Рекуррентная формула: $C_m^n = C_m^{n-1} \dfrac{m-n+1}{n}$.

Свойства сочетаний: $C_m^n = C_m^{m-n}$; $C_m^n + C_m^{n+1} = C_{m+1}^{n+1}$.

3. Перестановки с повторениями

Пусть даны n_1 элементов первого типа, n_2 — второго типа, ..., n_k — k-го типа, всего n элементов. Способы разместить их по n различным местам называются перестановками с повторениями. Их количество обозначается $P_n(n_1,\ n_2,\ \ldots,\ n_k)$.

Теорема: число перестановок с повторениями есть

$$P_n(n_1,\ n_2,\ \ldots,\ n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \ldots n_k!}.$$

Размещения с повторениями

Пусть даны n различных видов предметов, которые можно разместить по k различным местам, причем выбирать предметы можно с повторениями (т.е. можно выбрать несколько предметов одного вида). Такие выборки называются размещениями с повторениями, а их количество вычисляется по формуле: $\bar{A}_n^k = n^k$..

4. Сочетания с повторениями

Пусть имеются предметы n различных видов предметов, и из них составляются наборы, содержащие k элементов. Такие выборки называются сочетаниями с повторением. Их число обозначается $\bar{C}_n^k$.

Теорема: число сочетаний с повторениями может быть вычислено по формулам:

$$\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = C_{n+k-1}^{n-1} .$$

Задания для самостоятельной работы.

1) Сколькими способами можно в группе из 21 студентов выбрать старосту, заместителя старосты и физорга?
2) Порядок выступлений 9 участников конкурса определяется жеребьевкой. Сколько вариантов жеребьевки при этом возможно?
3) В семье двое детей. Найдите вероятность, что старший ребенок – мальчик.
4) В урне 4 белых и 6 черных шаров. Из урны по очереди извлекаются 2 шара. Найти вероятность того, что вынутые шары одного цвета.
5) Игральную кость бросают два раза. Найдите вероятность того, что в сумме выпало не менее 10 очков.
6) Игральная кость брошена 6 раз. Найти вероятность того, что ровно 3 раза выпадет «шестерка».
7) Аудитор обнаруживает финансовые нарушения у проверяемой фирмы с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что среди 4 фирм-нарушителей будет выявлено больше половины.

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите основную формулу размещений без повторений.
2. Что значит сочетание событий?
3. Какие события называются случайными?

Тема 4.3. Основные понятия теории групп, теории графов

Цель работы: Совершенствование умений составлять матрица инцинденций и матрица смежности

Задание: Составьте матрицы инцидентности и смежности

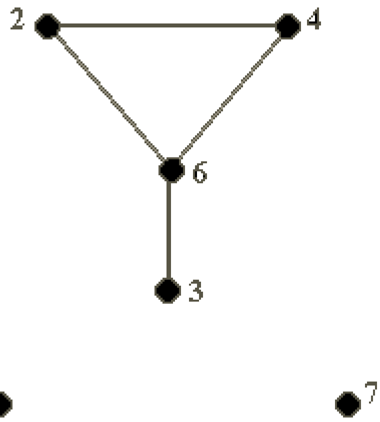
Ход работы

Краткие теоретические сведения

Граф это множество точек или вершин и множество линий или ребер, соединяющих между собой все или часть этих точек. *Вершины*, прилегающие к одному и тому же ребру, называются *смежными*.
Если *ребра* ориентированны, что обычно показывают *стрелками*, то они называются *дугами*, и граф с такими ребрами называется ***ориентированным графом***.
Если *ребра не имеют ориентации*, граф называется ***неориентированным***.

Граф

Графы обычно изображаются в виде геометрических фигур, так что вершины графа изображаются точками, а ребра - линиями, соединяющими точки



Петля это дуга, начальная и конечная вершина которой совпадают.
Простой граф граф без кратных ребер и петель.
Степень вершины это удвоенное количество петель, находящихся у этой вершины плюс количество остальных прилегающих к ней ребер.
Пустым называется граф без ребер. *Полным* называется граф, в котором каждые две вершины смежные.

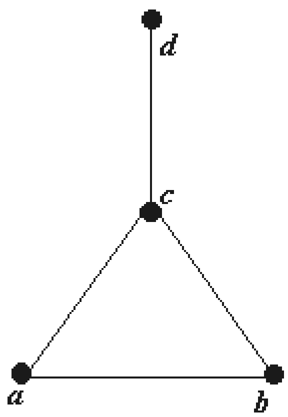
ПУТИ, МАРШРУТЫ, ЦЕПИ и ЦИКЛЫ.

Путь в ориентированном графе — это последовательность дуг, в которой конечная вершина всякой дуги, отличной от последней, является начальной вершиной следующей.
Вершины v0, vn называются *связанными данным путем* (или просто связанными). Вершину v0 называют *началом*, vn - *концом* пути. Если v0 = vn, то путь называют *замкнутым*. Число *n* называется *длиной* пути.
Маршрут в графе путь, ориентацией дуг которого можно пренебречь.
Цепь маршрут, в котором все ребра попарно различны.
Цикл замкнутый маршрут, являющийся цепью.
Маршрут, в котором *все вершины попарно различны*, называют ***простой цепью***. Цикл, в котором *все вершины, кроме первой* и *последней*, *попарно различны*, называются ***простым циклом***.

В теории графов применяются

1. *Матрица инцинденций*. Это матрица ***A*** с ***n*** строками, соответствующими вершинам, и ***m*** столбцами, соответствующнго рёбрам. Для ориентированного графа столбец, соответствующий дуге ***(x,y)*** содержит - ***1*** в строке, соответствующей вершине ***x*** и ***1***, в строке, соответствующей вершине ***y***. Во всех остальных ***0***. Петлю, т.е. дугу ***(x,x)*** можно представлять иным значением в строке ***x***, например, ***2***. Если граф неориентированный, то столбец, соответствуюший ребру ***(x,y)*** содержит ***1***, соответствующие ***x*** и ***y*** и нули во всех остальных строках.
2. *Матрица смежности*. Это матрица $n \times n$ где ***n*** - число вершин, где $b_{ij} = 1$, если существует ребро, идещее из вершины x в вершину y и $b_{ij} = 0$ в противном случае.

Составим матрицы инциндентности и смежности для следующего непрерывного граф



	u	v	w	x
a	1	1	0	0
b	1	0	1	0
c	0	1	1	1
d	0	0	0	1

Матрица инцидентности

	a	b	c	d
a	0	1	1	0
b	1	0	1	0
c	1	1	0	1
d	0	0	1	0

Матрица смежности

Изображение графов на плоскости

При изображении графов чаще всего используется следующая система обозначений: каждой вершине сопоставляется точка на плоскости, и если между вершинами существует ребро, то соответствующие точки соединяются отрезком. В случае ориентированного графа отрезки заменяют стрелками.

Задания для самостоятельной работы.

Составьте матрицы инцидентности и смежности для следующих графов:

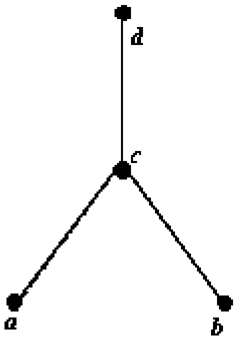


рис. 1

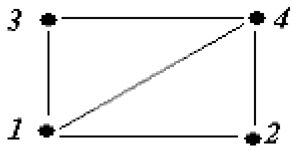


рис.2

РАЗДЕЛ 5. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Тема 5.1. Основы теории вероятностей и математической статистики

Цель работы: Совершенствование умений решать задачи, содержащие элементы теории вероятности и математической статистики

Задание 1: Решите задачи с элементами математической статистики

Задание 2: Подготовьте реферат на тему: «Роль и место математики в сфере профессиональной деятельности»

Ход работы

Краткие теоретические сведения:

1. Теория вероятности

Число, являющееся выражением меры объективной возможности наступления события, называется ***вероятностью*** этого события и обозначается символом *P(A).*

Определение. Вероятностью события *A* называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события *A*, к числу *n* всех исходов (несовместных, единственно возможных и равновозможных), т.е. $P(A) = \frac{m}{n}$.

Следовательно, для нахождения вероятности события необходимо, рассмотрев различные исходы испытания, подсчитать все возможные несовместные исходы *n,* выбрать число интересующих нас исходов m и вычислить отношение *m* к *n*.

Из этого определения вытекают следующие свойства:

Вероятность любого испытания есть неотрицательное число, не превосходящее единицы.

Действительно, число m искомых событий заключено в пределах $0 \le m \le n$. Разделив обе части на *n*, получим

$0 \le P(A) \le 1$.

2. Вероятность достоверного события равна единице, т.к. $n/n = 1$.

3. Вероятность невозможного события равна нулю, поскольку $0/n = 0$.

<u>Пример 1</u>:. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 5 деталей. Найти вероятность того, что из этих 5 деталей две окажутся бракованными.

Решение. Число всех равновозможных независимых исходов *n* равно числу сочетаний из 18 по 5 т.е.

$$n = C_{18}^5 = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 18 \cdot 17 \cdot 28 = 8568$$

Подсчитаем число m, благоприятствующих событию А. Среди 5 взятых наугад деталей должно быть 3 качественных и 2 бракованных. Число способов выборки двух бракованных деталей из 4 имеющихся бракованных равно числу сочетаний из 4 по 2:

$$C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6.$$

Число способов выборки трех качественных деталей из 14 имеющихся качественных равно

$$C_{14}^3 = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 14 \cdot 13 \cdot 2 = 364.$$

Любая группа качественных деталей может комбинироваться с любой группой бракованных деталей, поэтому общее число комбинаций *m* составляет

$$m = C_4^2 \cdot C_{14}^3 = 6 \cdot 364 = 2184.$$

Искомая вероятность события А равна отношению числа исходов m, благоприятствующих этому событию, к числу n всех равновозможных независимых исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2184}{8568} \approx 0{,}255.$$

Теорема сложения вероятностей.

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

$P(A+B) = P(A) + P(B)$ или

$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$

<u>Следствие 1.</u> Если событие A_1, A_2, : ,A_n образуют полную систему, то сумма вероятностей этих событий равна единице.

$P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) = 1$.

<u>Следствие 2</u>**.** Сумма вероятностей противоположных событий A и $\overline{A}$ равна единице.

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$.

2. Математическая статистика

Первая задача математической статистики – указать способы сбора и группировки статистических сведений, полученных в результате наблюдений или в результате специально поставленных экспериментов.

Вторая задача математической статистики – разработать методы анализа статистических данных в зависимости от целей исследования. Сюда относятся:

а)оценка неизвестной вероятности события; оценка неизвестной функции распределения; оценка параметров распределения, вид которого известен;

б)проверка статистических гипотез о виде неизвестного распределения или о величине параметров распределения, вид которого известен.

Итак, задача математической статистики состоит в создании методов сбора и обработки статистических данных для получения научных и практических выводов.

Выборочной совокупностью или просто выборкой называют совокупность случайно отобранных объектов.

Генеральной совокупностью называют совокупность

объектов, из которых производится выборка.

Статистическим рядом распределения называют перечень всех значений x_i из выборки и соответствующих им частот или относительных частот. Статистическое распределение можно задать также в виде интервального статистического ряда, т.е. последовательности интервалов и соответствующих им частот (в качестве частоты, соответствующей интервалу, принимают сумму частот, попавших в этот интервал).

Пример. Пусть объем выборки n = 20 и

x_i	2	6	12
m_i	3	10	7

Найдем относительные частоты:

$P_1^* = \frac{3}{20} = 0{,}15$; $P_2^* = \frac{10}{20} = 0{,}50$; $P_3^* = \frac{7}{20} = 0{,}35$.

Тогда распределение относительных частот:

x_i	2	6	12
P_i^*	0,15	0,50	0,35

Контроль: $0{,}15 + 0{,}50 + 0{,}35 = 1$.

Задания для самостоятельной работы:

Задание 1: Решите задачи с элементами математической статистики.

1. Дискретная случайная величина *X*имеет закон распределения.

x_i	0,2	0,4	0,6	0,8	1
p_i	0,1	0,2	0,4	P_4	0,1

Чему равна вероятность $P_4(X = 0{,}8)$? Построить многоугольник распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию.

2. Дискретная случайная величина *X*имеет закон распределения.

x_i	3	4	5	6	7
p_i	P_1	0,15	P_3	0,25	0,35

Найти вероятность $P_1(x = 3)$ и $P_3(x = 5)$, если известно, что P_3в 4 раза больше P_1. Построить многоугольник распределения. Найти математическое ожидание и дисперсию.

3.Известны значения распределения случайных величин X и Y — число очков выбиваемых первым и вторым стрелками.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

p_i	0,15	0,11	0,04	0,05	0,04	0,10	0,10	0,04	0,05	0,12	0,20

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_i	0,01	0,03	0,05	0,09	0,11	0,24	0,21	0,10	0,10	0,04	0,02

Необходимо выявить, какой из двух стрелков стреляет лучше. Построить многоугольники распределения.

Задание 2: Критерии написания реферата указаны в приложении А

Вопросы для самоконтроля

1. Какая величина называется случайной?
2. Закон распределения случайных величин
3. Что называется плотностью вероятности

Литература

Основная литература:

1. Пехлецкий И.Д. Математика [Текст] : учеб.пособие для студ. Учреждений сред. проф. образования /И.Д. Пехлецкий. - 13-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2018. - 320с.

Дополнительная литература

1. Григорьев В.П. Математика: учебник для студ. Учреждений сред.проф. образования / В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова. – 2-е изд., стер. – М: Издательский центр «Академия», 2018. – 368 с.

Интернет-ресурсы:

1. www.ru.Wikipedia.org
2. www.ru.matformula.ru
3. www.reshebnik.ru
4. www.exponenta.ru

Приложение А

Рекомендации по подготовке презентации

Правила шрифтового оформления:
-Шрифты с засечками читаются легче, чем гротески (шрифты без засечек);
-Для основного текста не рекомендуется использовать прописные буквы.
-Шрифтовой контраст можно создать посредством: размера шрифта, толщины шрифта, начертания, формы, направления и цвета.
-Правила выбора цветовой гаммы.
-Цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов.
-Существуют не сочетаемые комбинации цветов.
-Черный цвет имеет негативный (мрачный) подтекст.
-Белый текст на черном фоне читается плохо (инверсия плохо читается).
Правила общей композиции:
-На полосе не должно быть больше семи значимых объектов, так как человек не в состоянии запомнить за один раз более семи пунктов чего-либо.
-Логотип на полосе должен располагаться справа внизу (слева наверху и т. д.).
-Логотип должен быть простой и лаконичной формы.
-Дизайн должен быть простым, а текст — коротким.
-Изображения домашних животных, детей, женщин и т.д. являются положительными образами.
-Крупные объекты в составе любой композиции смотрятся довольно неважно. Аршинные буквы в заголовках, кнопки навигации высотой в 40 пикселей, верстка в одну колонку шириной в 600 точек, разделитель одного цвета, растянутый на весь экран — все это придает дизайну непрофессиональный вид.
Рекомендации по дизайну презентации:
Чтобы презентация хорошо воспринималась слушателями и не вызывала отрицательных эмоций (подсознательных или вполне осознанных), необходимо соблюдать правила ее оформления.
Презентация предполагает сочетание информации различных типов: текста, графических изображений, музыкальных и звуковых эффектов, анимации и видеофрагментов. Поэтому необходимо учитывать специфику комбинирования фрагментов информации различных типов. Кроме того, оформление и демонстрация каждого из перечисленных типов информации также подчиняется определенным правилам. Так, например, для текстовой информации важен выбор шрифта, для графической — яркость и насыщенность цвета, для наилучшего их совместного восприятия необходимо оптимальное взаиморасположение на слайде.
Рассмотрим рекомендации по оформлению и представлению на экране материалов различного вида.
Оформление текстовой информации:

-размер шрифта: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст);
-цвет шрифта и цвет фона должны контрастировать (текст должен хорошо читаться), но не резать глаза;
-тип шрифта: для основного текста гладкий шрифт без засечек (Arial, Tahoma, Verdana), для заголовка можно использовать декоративный шрифт, если он хорошо читаем;
-курсив, подчеркивание, жирный шрифт, прописные буквы рекомендуется использовать только для смыслового выделения фрагмента текста.

Оформление графической информации:
-рисунки, фотографии, диаграммы призваны дополнить текстовую информацию или передать ее в более наглядном виде;
-желательно избегать в презентации рисунков, не несущих смысловой нагрузки, если они не являются частью стилевого оформления;
-цвет графических изображений не должен резко контрастировать с общим стилевым оформлением слайда;
-иллюстрации рекомендуется сопровождать пояснительным текстом;
-если графическое изображение используется в качестве фона, то текст на этом фоне должен быть хорошо читаем.

Анимация

Анимационные эффекты используются для привлечения внимания слушателей или для демонстрации динамики развития какого-либо процесса. В этих случаях использование анимации оправдано, но не стоит чрезмерно насыщать презентацию такими эффектами, иначе это вызовет негативную реакцию аудитории.

Звук:
-звуковое сопровождение должно отражать суть или подчеркивать особенность темы слайда, презентации;
-необходимо выбрать оптимальную громкость, чтобы звук был слышен всем слушателям, но не был оглушительным;
-если это фоновая музыка, то она должна не отвлекать внимание слушателей и не заглушать слова докладчика. Чтобы все материалы слайда воспринимались целостно, и не возникало диссонанса между отдельными его фрагментами, необходимо учитывать общие правила оформления презентации.

Единое стилевое оформление:
-стиль может включать: определенный шрифт (гарнитура и цвет), цвет фона или фоновый рисунок, декоративный элемент небольшого размера и др.;
-не рекомендуется использовать в стилевом оформлении презентации более 3 цветов и более 3 типов шрифта;
-оформление слайда не должно отвлекать внимание слушателей от его содержательной части;
-все слайды презентации должны быть выдержаны в одном стиле.

Содержание и расположение информационных блоков на слайде:

-информационных блоков не должно быть слишком много (3-6);
-рекомендуемый размер одного информационного блока — не более 1/2 размера слайда;
-желательно присутствие на странице блоков с разнотипной информацией (текст, графики, диаграммы, таблицы, рисунки), дополняющей друг друга;
-ключевые слова в информационном блоке необходимо выделить;
-информационные блоки лучше располагать горизонтально, связанные по смыслу блоки — слева направо;
-наиболее важную информацию следует поместить в центр слайда;
-логика предъявления информации на слайдах и в презентации должна соответствовать логике ее изложения.

Помимо правильного расположения текстовых блоков, нужно не забывать и об их содержании — тексте. В нем ни в коем случае не должно содержаться орфографических ошибок. Также следует учитывать общие правила оформления текста.

После создания презентации и ее оформления, необходимо отрепетировать ее показ и свое выступление, проверить, как будет выглядеть презентация в целом (на экране компьютера или проекционном экране), насколько скоро и адекватно она воспринимается из разных мест аудитории, при разном освещении, шумовом сопровождении, в обстановке, максимально приближенной к реальным условиям выступления.

Правила компьютерного набора текста

При компьютерном наборе текста необходимо соблюдать определенные правила. Это позволит получить тексты, близкие по оформлению к оригинал-макетам, используемым при издании книг. Кроме того, правильно оформленные и структурированные тексты легче перенести с одной платформы на другую (т.е. прочитать в другой операционной системе) или опубликовать в глобальной сети Internet.

Общие правила оформления текста:

-Точка в конце заголовка и подзаголовках, выключенных отдельной строкой, не ставится. Если заголовок состоит из нескольких предложений, то точка не ставится после последнего из них. Порядковый номер всех видов заголовков, набираемый в одной строке с текстом, должен быть отделен пробелом независимо от того, есть ли после номера точка.

-Точка не ставится в конце подрисуночной подписи, в заголовке таблицы и внутри нее. При отделении десятичных долей от целых чисел лучше ставить запятую (0,158), а не точку (0.158).

-Перед знаком препинания пробел не ставится (исключение составляют открывающиеся парные знаки, например, скобки, кавычки). После знака препинания пробел обязателен (если этот знак не стоит в конце абзаца). Тире выделяется пробелами с двух сторон. Дефис пробелами не выделяется.

-Числительные порядковые и количественные выражаются в простом тексте словами (обычно, однозначные при наличии сокращенных наименований), цифрами (многозначные и при наличии сокращенных обозначений) и смешанным способом (после десятков тысяч часто применяются выражения типа 25 тыс.), числительные в косвенных падежах набирают с так называемыми наращениями (6-го). В наборе встречаются арабские и римские цифры.

-Индексы и показатели между собой и от предшествующих и последующих элементов набора не должны быть разделены пробелом (H_2O, $м^3/с$)

-Нельзя набирать в разных строках фамилии и инициалы, к ним относящиеся, а также отделять один инициал от другого.

-Не следует оставлять в конце строки предлоги и союзы (из одной-трех букв), начинающие предложение, а также однобуквенные союзы и предлоги в середине предложений.

-Последняя строка в абзаце не должна быть слишком короткой. Надо стараться избегать оставления в строке или переноса двух букв. Текст концевой строки должен быть в 1,5-2 раза больше размера абзацного отступа, т.е. содержать не менее 5-7 букв. Если этого не получается, необходимо вогнать остаток текста в предыдущие строки или выгнать из них часть текста. Это правило не относится к концевым строкам в математических рассуждениях, когда текст может быть совсем коротким, например "и", "или" и т.п.

-Знаки процента (%) применяют только с относящимися к ним числами, от которых они не отделяются.

-Знаки градуса (°), минуты ('), секунды (") от предыдущих чисел не должны быть отделены пробелом, а от последующих чисел должны быть отделены пробелом (10° 15').

-Формулы в текстовых строках набора научно-технических текстов должны быть отделены от текста на пробел или на двойной пробел. Формулы, следующие в текстовой строке одна за другой, должны быть отделены друг от друга удвоенными пробелами.

-Знаки номера (№) и параграфа (§) применяют только с относящимися к ним числами и отделяются пробелом от них и от остального текста с двух сторон. Сдвоенные знаки набираются вплотную друг к другу. Если к знаку относится несколько чисел, то между собой они отделяются пробелами. Нельзя в разных строках набирать знаки и относящиеся к ним цифры.

-В русском языке различают следующие виды сокращений: буквенная аббревиатура — сокращенное слово, составленное из первых букв слов, входящих в полное название (СССР, НДР, РФ, вуз); сложносокращенные слова, составленные из частей сокращенных слов (колхоз) или усеченных и полных слов (Моссовет), и графические сокращения по начальным буквам (г. — год), по частям слов (см. — смотри), по характерным буквам (млрд — миллиард), а также по начальным и конечным буквам (ф-ка — фабрика). Кроме того, в текстах применяют буквенные обозначения единиц физических величин. Все буквенные аббревиатуры набирают прямым шрифтом без точек и без разбивки между буквами, сложносокращенные слова и графические сокращения набирают как обычный текст. В выделенных шрифтами текстах все эти сокращения набирают тем же, выделительным шрифтом.

Специфические требования при компьютерном наборе текста:

-При наборе текста одного абзаца клавиша «Перевод строки» («Enter») нажимается только в конце этого абзаца.

-Между словами нужно ставить ровно один пробел. Равномерное распределение слов в строке текстовым процессором выполняется автоматически. Абзацный отступ (красную строку) устанавливать с помощью пробелов запрещено; для этого используются возможности текстового процессора (например, можно использовать бегунки на горизонтальной полосе прокрутки или табулятор). Знак неразрывный пробел (Вставка → Символ, вкладка Специальные знаки или комбинация клавиш CTRL+SHIFT+пробел) препятствует символам, между которыми он поставлен, располагаться на разных строчках, и сохраняется фиксированным при любом выравнивании абзаца (не может увеличиваться, в отличие от обычного пробела). Выделением называют особое оформление отдельных слов или частей текста, которое подчеркивает их значение. Все виды выделений делят на три группы:

-Шрифтовые выделения, выполняемые путем замены характера или начертания шрифта, — набор курсивом, полужирным, жирным, полужирным курсивом, прописными или капительными буквами, шрифтами другого кегля или даже другой гарнитуры;

-Комбинированные выделения, выполняемые одновременно двумя способами, например, набор полужирным вразрядку, набор полужирным шрифтом увеличенного кегля с выключкой в «красную строку» и дополнительными отбивками, набор курсивом с заключением текста в рамку и т. п.

-Шрифтовые выделения (курсивом, полужирным, жирным) должны быть выполнены шрифтами той же гарнитуры и кегля, что и основной текст. Знаки препинания, следующие за выделенной частью текста, должны быть набраны шрифтом основного текста.

-В текстовом наборе абзацные отступы должны быть строго одинаковыми во всем документе, независимо от кегля набора отдельных частей текста.

-Знак тире, или длинное тире, может быть набрано с помощью одновременного нажатия комбинации клавиш CTRL+SHIFT+серый минус (серый минус располагается на цифровой клавиатуре, справа) или Вставка → Символ, вкладка Специальные знаки.

Правила оформления презентации:

Правило № 1: Обратите внимание на качество картинок. Картинки должны быть крупными, четкими. Не пытайтесь растягивать мелкие картинки через весь слайд: это приведет к ее пикселизации и значительному ухудшению качества. На одном слайде — не более трех картинок, чтобы не *рассеивать внимание и не перегружать зрение. Картинка должна нести смысловую нагрузку, а не просто занимать место на слайде***.**

Правило № 2. Не перегружайте презентацию текстом. Максимально сжатые тезисы, не более трех на одном слайде. Текст не должен повторять то, что говорят, возможно, лишь краткое изложение сути сказанного.

Правило № 3. Оформление текста. Текст должен быть четким, достаточно крупным, не сливаться с фоном.

Правило № 4. Настройка анимации. Порой составитель презентации, как будто играя в интересную игру, перегружает презентацию анимационными эффектами. Это отвлекает и бывает очень тяжело для глаз. Используйте минимум эффектов, берите только самые простые. Особенно утомляют такие эффекты как вылет, вращение, собирание из элементов, увеличение, изменение шрифта или цвета.

Правило № 5. Смена слайдов. Здесь тоже обращаем внимание, как сменяются слайды. Лучше не использовать здесь эффекты анимации совсем. Когда слайды сменяются, наезжая друг на друга или собираясь из отдельных полос, начинает просто рябить в глазах. Берегите свое зрение и зрения ваших слушателей.