Министерство образования и науки Челябинской области

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

«Южно-Уральский государственный технический колледж»

Методические рекомендации по выполнению практических работ по учебной общеобразовательной дисциплине «МАТЕМАТИКА»

(часть 2)

Челябинск, 2021

Перечень практических работ

№	Тема	часы
60	Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками.	2
61	Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Вычисление угла между двумя векторами. Вычисление координат вектора.	2
62	Вычисление скалярного произведения векторов.	2
63	Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.	2
64	Координаты в пространстве. Действия над векторами.	2
65	Определение взаимного расположения прямых и угла между ними.	2
66	Определение взаимного расположения прямых и угла между ними.	2
67	Применение признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей.	2
68	Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.	2
69	Определение расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями.	2
70	Вычисление двугранных углов.	2
71	Построение куба, параллелепипеда и их сечений.	2
72	Вычисление основных элементов куба и параллелепипеда.	2
73	Построение прямой и наклонной призмы и их сечений.	2
74	Вычисление основных элементов призмы.	2
75	Построение пирамиды и ее сечений.	2
76	Вычисление основных элементов пирамиды.	2
77	Исследование симметрии в многогранниках.	2
78	Построение правильных многогранников.	2
79	Построение усеченной пирамиды и вычисление ее основных элементов.	2
80	Построение цилиндра и его сечений.	2
81	Вычисление основных элементов цилиндра.	2
82	Построение конуса и его сечений.	2
83	Вычисление основных элементов конуса.	2
84	Построение усеченного конуса, вычисление его основных элементов.	2
85	Построение шара и сферы, их сечений. Уравнение сферы.	2
86	Вычисление площади поверхности и объёма призмы.	2
87	Вычисление площади поверхности и объёма пирамиды.	2
88	Вычисление площади поверхности и объёма цилиндра.	2
89	Вычисление площади поверхности и объёма конуса.	2
90	Вычисление площади сферы и объёма шара.	2
91	Вычисление площади поверхности и объёма усеченной пирамиды и усеченного конуса.	2
92	Подсчет числа размещений.	2
93	Подсчет числа сочетаний.	2
94	Подсчет числа перестановок.	2
95	Решение задач на перебор вариантов.	2
96	Решение задач на применение формулы бинома Ньютона.	2
97	Решение задач с помощью теоремы сложения вероятностей.	2
98	Решение задач с помощью теоремы умножения вероятностей.	2
99	Составление закона распределения дискретной случайной величины и	2

	вычисление ее числовых характеристик.	
100	Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.	2

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 60

Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками.

Цель работы: научиться находить уравнения окружности, сферы, плоскости, вычислять расстояния между точками.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Ознакомление с понятием вектора. Изучение декартовой системы координат в пространстве, построение по заданным координатам точек и плоскостей, нахождение координат точек. Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Запишите уравнение прямой на плоскости xOy по следующим данным:

1) прямая проходит через точку A(2; -1) и параллельна прямой y=2x-7;

2) прямая проходит через точку A(2;5) и перпендикулярна прямой y= x-4;

3) каждая точка прямой равноудалена от прямых y=2x и y=0,5x;

4) прямая содержит точки A(2;1) и B(-5;4);

5) прямая касается окружности с центром (0;0) и радиусом 3 в точке A(3;0).

2. Запишите уравнение плоскости по следующим данным:

1) плоскость проходит через точку P(7; 2;4) и параллельна плоскостиxOy;

2) плоскость проходит через точку P(2; -1;7) и параллельна плоскости xOz;

3) плоскость проходит через три точки O(0;1;2), P(-1;-1;1) и Q(1;-3;2);

4) плоскость перпендикулярна плоскости xOz и содержит точки P(2;7;1) и Q(3;-2;4).

Уровень Б.

Дан треугольник с вершинами A(2;4), B(2;7) и C(6;4)

Найдите:

1) координаты центра вписанной окружности;

2) координаты центра описанной окружности;

3) уравнение высоты (медианы, биссектрисы), опущенной из вершины A.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1) Как записывается уравнение окружности?

2) Как найти расстояние между точками?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 61

Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Вычисление угла между векторами. Вычисление координат вектора.

Цель работы: научиться складывать и вычитать вектора, умножать вектор на число, вычислять угол между векторами, вычислять координаты вектора.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами. Применение теории при решении задач на действия с векторами.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Дан квадрат ABCD; точка M – середина отрезка CD, O – точка пересечения диагоналей, точка K делит отрезок BC в соотношении 1:2. Разложите по векторам a = $\overrightarrow{\mathrm{A}D}$ иb = $\overrightarrow{AB}$ следующие векторы:1) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$; 2)$\overrightarrow{\mathrm{CM}}$; 3) $\overrightarrow{OD}$; 4) $\overrightarrow{DK}$

2. Векторы a, b, c заданы их декартовыми координатами: a (1;2;-1), b (3;-1;7), c (0;2;4). Найдите координаты следующих векторов: 1) a + b+ $\frac{1}{2}$c; 2) 2a – (b + c) 3)$\frac{(b-a)}{2}$

3. Дан правильный треугольник ABC. Постройте точку M такую, что

1) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$; 2) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$; 3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM} = 0$; 4) $4\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$

4. Дана треугольная пирамида с правильным треугольником ABC в основании, с вершиной в точке P, причем ребро PA перпендикулярно плоскости основания, PA=AB. Разложите по векторам c=$\overrightarrow{AP}$, a=$\overrightarrow{AC}$, b=$\overrightarrow{AB}$ следующие векторы:

1) $\overrightarrow{AK}$, где K-середина стороны BC; 2) $\overrightarrow{KP}$; 3) $\overrightarrow{MN}$, где $\overrightarrow{MN}$ – средняя линия треугольника CPB, параллельная BC.

Уровень Б.

1.1) Докажите, что точки A(1;1;2), B(4;5;-8), C(2;-1;0), D(-1;-5;10) являются вершинами параллелограмма.

2). Выразите вектор $\overrightarrow{BC}$ через векторы a=$\overrightarrow{OA}$ и b=$\overrightarrow{OD}$, где O – точка пересечения диагоналей параллелограмма.

3). Вычислите сумму квадратов диагоналей параллелограмма.

2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 2; K – точка пересечения CB_1 и BC_1, точка K_2 – середина ребра DD_1. Вычислите: 1) DB_1; 2) K_1K_2.

3. В правильном шестиугольнике ABCDEF $\overrightarrow{AB}$ = p, $\overrightarrow{BC}$ =q. Выразите через векторы p и q векторы $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AE}$.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1)В чем состоит правило параллелепипеда?
2) Какие векторы называются коллинеарными?
3) Какие векторы называются компланарными?
4) Как вычисляются координаты вектора в пространстве?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 62

Вычисление скалярного произведения векторов.

Цель работы: научиться вычислять скалярное произведение векторов.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Векторы a, b, c заданы их декартовыми координатами: a (1;2;-1), b (3;-1;7), c (0;2;4). Найдите координаты следующих векторов: 1) $(a\cdot c)b - c(a\cdot b)$; 2) $(2b\cdot b)(b - 2c)$.

2. Длины векторов a и b равны соответственно 4 и 5, угол между ними равен $\frac{2\pi}{3}$. Вычислите: 1) a^2; 2) (3a + 5b)·(2a – 3b); 3) $(3a + 5b)^2$.

3. Докажите, что четырехугольник ABCD – квадрат, если вершины имеют координаты

A(-3;5;6), B(1;-5;7), C(8;-3;-1), D(4;7;-2)

Уровень Б.

1. Найдите координаты вектора x, коллинеарного вектору a=(3;0;-2) и удовлетворяющего условию (x·a)=39.

2. Известно, что (a·b) =$\frac{1}{2}$; (b·c) = - $\frac{1}{2}$; (c·a) = $\frac{1}{3}$; |a| = |b| = |c| = 1. Вычислите:

1) (a + 3b)·(-2a-b); 2) (a-b)·(4a – 2c) + (3b + a)·(b – c); 3) $(a – b)^2$((a –b)(a + b));

4) (1,5 – b – c)·(3a + b + c).

3. Найдите косинус угла между диагоналями параллелограмма, если три его вершины находятся в точках A (2;1;3), B (5;2;-1), C (-3;3;-3).

Уровень В.

1. Заданы координаты вершин треугольника A(-1;-2;4), B(-4;-1;2) и C(-5;6;-4). Найдите длину высоты BD.

2. Заданы координаты вершин треугольника A(6;5;-3), B(7;-5;1) и C(-1;-3;8). Докажите, что этот треугольник прямоугольный и найдите косинусы его острых углов.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1. Как определяется скалярное произведение векторов?

2. Как вычисляется скалярное произведение в координатах?

3. Каковы основные свойства скалярного произведения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 63

Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

Цель работы: научиться использовать координаты и вектора при решении математических и прикладных задач.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Отрезок, концы которого расположены в точках А(-4;2), В(8;-4), разделен на четыре части. Найдите координаты точек деления.

2. Определите координаты вершин треугольника АВС, если середины его сторон имеют координаты К(-4;2), L(1;6), М(-3;2). Найдите длину медианы АК.

3. Даны координаты двух смежных вершин параллелограмма А(-2;2) и В(2;5) и точки пересечения диагоналей К(0;6). Найдите координаты остальных вершин параллелограмма.

Уровень Б.

1. Даны координаты трех вершин параллелограмма А(3;-4;7), В(-5;3;-2) и С(1;2;-3). Найдите: 1) координаты четвертой вершины; 2) точку пересечения диагоналей; 3) длины сторон и диагоналей.

2. На оси ординат Оу найдите точку, находящуюся на одинаковом расстоянии от точек А(1;-4;7) и В(5;6;-5).

Уровень В.

1. Могут ли точки А(3;-2;-7), В(5;3;-2) и С(7;8;3) быть вершинами треугольника?

2. Даны координаты двух точек А(4;-2;2) и В(7;-6;4). Через точку В проведена прямая, Параллельная вектору$\overrightarrow{OA}$, где О – начало координат. Найдите координаты точки пересечения этой прямой с координатной плоскостью хОу.

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как используют координаты и векторы при решении математических и прикладных задач?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 64

Координаты в пространстве. Действия над векторами.

Цель работы: научиться использовать координаты в пространстве.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Ознакомление с доказательствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей с использованием векторов

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Даны три точки в пространстве A(1;-2;4), B(3;4;-2) и C(0;-6;2). Найдите:

1) координаты середины отрезка AC; 2)координаты векторов $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$;

3) координаты точки D такой, что ABCD – параллелограмм;

4) расстояние от точки A до точки D.

2. Даны три точки A(1;2;0), B(2;3;0), C(3;4;7). Напишите уравнения:

1) прямой AB; 2) прямой, проходящей через B и параллельной оси Ox; 3) плоскости, содержащей все три данные точки;

Уровень Б.

1. Даны три точки в пространстве A(1;-2;4), B(3;4;-2) и C(0;-6;2). Найдите:

1) координаты точки, делящей отрезок AC на ось Ox в соотношении 1:2;

2) координаты векторов $2\overrightarrow{BC}$ и $3\overrightarrow{BC}-\overline{2AB}$; 3) на прямой AC координаты такой точки D, чтобы треугольник ABD был прямоугольный; 4) расстояние от точки A до прямой BC.

2. Даны три точки A(1;2;0), B(2;3;0), C(3;4;7). Напишите уравнения:

1) прямой, параллельной AB, проходящей через точку C;

2) прямой, проходящей через точку B параллельно оси Ox;

3) плоскости, содержащей точку C и параллельной плоскости ABO, где O – начало координат;

Уровень B.

1. Даны три точки в пространстве A(1;-2;4), B(3;4;-2) и C(0;-6;2). Найдите:

1) координаты точки, делящей проекцию отрезка AC на ось Ox в соотношении 1:2;

2) координаты векторов 3BC + BA и 2BC – BA + AC + 3BC;

3) координаты точки D, равноудаленной от точек A, B, C, координата z которой равна 2; 4) расстояние от точки A до плоскости BCO.

2. Даны три точки A(1;2;0), B(2;3;0), C(3;4;7). Напишите уравнения:

1) прямой, перпендикулярной AB, проходящей через точку C;

2) прямой, проходящей через точку B и перпендикулярной плоскости yOx;

3) плоскости, содержащей точку с координатами (1;1;1) и перпендикулярной плоскости ABO и ABC, где O – начало координат.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1. Как вычисляются координаты вектора в пространстве?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №65

Определение взаимного расположения прямых и угла между ними.

Цель работы: научиться определять расположения прямых в пространстве и находить угол между ними.

Результаты (*метапредметные):*

целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира; владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; ***предметные:***

сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Формулировка и приведение доказательств признаков взаимного расположения прямых и плоскостей. Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений.

Критерии оценивания:

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задание 1.Выполните тест «Прямые в пространстве».

Вариант 1.

1.Прямая а, параллельная прямой b, пересекает плоскость α. Прямая с параллельна прямой b, тогда: а) прямые а и с пересекаются; б) прямая с лежит в плоскости α;в) прямые а и с скрещиваются; г) прямые а и с параллельны.

2. Каким может быть взаимное расположение прямых а и b, если через прямую а можно провести плоскость, параллельную прямой b?

а) скрещиваются или пересекаются; б) скрещиваются или параллельны;

в) только скрещиваются; г) только параллельны.

3. Прямые а и в лежат в параллельных плоскостях, следовательно эти прямые

а)скрещиваются или пересекаются; б) скрещиваются или параллельны;

в) только скрещиваются; г) только параллельны.

4. Каким может быть взаимное расположение двух прямых, если обе они параллельны одной плоскости?

а) только параллельны; б) все случаи взаимного расположения; в) только скрещиваются; г) только пересекаются.

5. Прямая а параллельна плоскости α. Какое из следующих утверждений верно?

а) Прямая а параллельна любой прямой, лежащей в плоскости α; б) прямая а не пересекает ни одну прямую, лежащую в плоскости α; в) прямая а скрещивается со всеми прямыми плоскости α; г) прямая а имеет общую точку с плоскостью .

Задание 2. Ответьте на вопросы:

1)Как пространстве расположены прямые?

2)Что называют углом между двумя скрещивающимися прямыми?

3)Сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №66

Определение взаимного расположения прямых и плоскостей

Цель работы: научиться определять расположения прямых и плоскости, находить угол между ними.

Результаты (*метапредметные):*

- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметные:

- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Формулировка и приведение доказательств признаков взаимного расположения прямых и плоскостей. Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений.

Критерии оценивания:

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

Задание 1.Закончите предложение:

2) прямая называется перпендикулярной к плоскости, если …

3) прямая перпендикулярна плоскости, если она …

4) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они …

5) если плоскость перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она …

6) расстоянием от точки до плоскости называется …

Задание 2.Решите задачу:

Дано: точка M лежит вне плоскости α, а точки A, B, и C лежат в этой плоскости.

Определите: принадлежит ли точка F плоскости α ? 2. Укажите прямую пересечения плоскостей α и (ABM), (ABM) и (BMC); 3. Может ли точка C принадлежать плоскости α? 4. Принадлежит ли прямая AC плоскости (MBC)?

Задание 3.Тест «Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости»
Вариант 1.

1. К плоскости проведены две равные наклонные. Равны ли их проекции?

2. Какое из следующих утверждений верно?

а) Две прямые перпендикулярные третьей перпендикулярны между собой;

б) прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна хотя бы одной прямой, лежащей в этой плоскости;

в) две прямые, перпендикулярные к плоскости, перпендикулярны между собой;

г) прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

3. Прямая m перпендикулярна к прямым a и b, лежащим в плоскости α, но m не перпендикулярна к плоскости α. Выясните взаимное расположение прямых a и b.

а) параллельны; б) пересекаются; в) скрещиваются; г) определить нельзя.

4. Прямая a перпендикулярна к прямым c и b, лежащим в плоскости α, прямая a перпендикулярна к плоскости α. Выясните взаимное расположение прямых c и b.

а) только параллельны; б) только пересекаются; в) параллельны или пересекаются; г) определить нельзя.

5. В треугольнике ABC, AH – высота треугольника. Вне плоскости ABC выбрана точка Д, причем ДB ⊥ BC, ДB ⊥ AB . Плоскости ДBC перпендикулярна прямая

а) AД; б) AB; в) AH; г) AC.

2 уровень

Тест «Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости»

1. Какое из следующих утверждений неверно?

а) Если прямая перпендикулярна к двум прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости;

б) если прямая перпендикулярна к плоскости, то она ее пересекает;

в) если две плоскости перпендикулярны к прямой, то они параллельны;

г) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

2. Две наклонные, проведенные к плоскости, имеют равные проекции. Равны ли сами наклонные?

3. Если одна из двух скрещивающихся прямых перпендикулярна к плоскости, то будет ли перпендикулярна к этой плоскости вторая прямая?

а) Да; б) да, но при определенных условиях; в) определить нельзя; г) нет.

4. Точка Е не принадлежит плоскости прямоугольника ABCD. BE⊥ AB, BE⊥ BC. Тогда прямая CD и плоскость BCE:

а) параллельны; б) перпендикулярны; в) определить их взаимное расположение нельзя ; г) прямая лежит в плоскости.

5. АВСД – квадрат. Вне его плоскости выбрана точка К, причем КА ⊥ АВ. Плоскости АКД перпендикулярна прямая

а) ДС; б) КС; в) ВК; г) ВС.

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №67

Применение признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей.

Цель работы: научиться определять расположения прямых и плоскости, находить угол между ними.

Результаты (*метапредметные):*

- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметные:

- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.

Критерии оценивания:

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: 1 уровень

1. Приведите примеры параллельных плоскостей из окружения.

2.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M – середина A_1B_1, N – середина B_1C_1, K – середина AD, P – середина DC. Определить взаимное расположение плоскостей

а) MNK и MNP;

б) $A_1B_1C_1$ и ADC.

3.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M – середина A_1B_1, N – середина B_1C_1, K – середина AD,P – середина DC. Определить взаимное расположение плоскостей а) MKP и BB_1D;

б) D_1KP и BMN.

4.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка М – середина A_1B_1, К – середина AD, Р – середина DC. Определить взаимное расположение плоскостей

а) A_1DC_1 и AB_1C;

б) AC_1C и MKP.

4.Дано: $ABCDA_1B_1C_1D1$ - куб.

K, M, N - середины ребер B_1C_1, D_1D, D_1C_1 соответственно,

P - точка пересечения диагоналей грани AA_1B_1B.

Определите взаимное расположение:

1. плоскостей: (AA_1B_1B) и (DD_1C_1C), (AB_1C_1D) и (BB_1D_1D), (AA_1D_1D) и (BB_1C_1C) .

2 уровень

Задание 3. Выполните тест.

1. Дано две параллельные плоскости . Точка М не лежит ни на одной из них. Сколько всего существует прямых , которые проходят через точку М и параллельные плоскости .

А) одна; Б) две; В) бесчисленное множество

2. Известно, что две смежные стороны прямоугольника параллельные плоскости . Какое взаимное расположение плоскости прямоугольника и плоскости ?

А)параллельные; Б)пересекаются; В) совпадают или параллельные;

Г) совпадают

3. Какое взаимное расположение диагоналей противолежащих граней AA_1B_1B и DD_1C_1C куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$?

А) параллельные; Б) скрещивающиеся; В) параллельные или скрещивающиеся; Г) пересекаются; Д)) пересекаются или скрещивающиеся

4.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ через середины ребер B_1C_1, C_1D_1 и DC- точки K, L и M соответсвенно, проведена секущая плоскость KLM. Какая из перечисленных плоскостей параллельна плоскость KLM?

А) ABD; Б) ADD_1, В) BDD_1, Г)$A_1B_1C_1$. Д)ABC

Ответьте на вопросы:

1) Как могут располагаться две плоскости в пространстве?

2) Сформулируйте признак параллельности плоскостей.

3) Приведите примеры параллельных плоскостей.

4)Дайте определение параллельных плоскостей.

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №68

Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Теорема “о трех перпендикулярах”.

Цель работы: научиться применить полученные данные при решении простейших задач.

Результаты:
метапредметные:
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметные:
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.

Критерии оценивания :

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

Разберите алгоритм решения задачи и запишите его полное решение:

Задача №1:Дано: ΔABC, BD $\perp$ (ABC), BD = 9 см, AC = 10 см, BC = BA = 13 см.

Найти: а) расстояние от точки D до AC;

Решение: а) 1. DB – перпендикуляр, AC и DA – наклонные, так как BA = BC – проекции, то DA=DC. б) $\Delta DAC - \text{¿}$ равнобедренный, DK – высота, медиана и биссектриса, DK – расстояние от точки D до AC.

3. ΔBKA, $\text{¿}K=90$, BK = $\sqrt{BA^2-AK^2}$, BK = $\sqrt{13^2-5^2}$ = $\sqrt{8\cdot 18}$ = 12 (см).

4. Δ DBK, $\text{¿}B=90$, DK = $\sqrt{BD^2+BK^2}$, DK = $\sqrt{81+12^2}$ = $\sqrt{225}$ = 15 (см).

Задача №2:Через вершину B ромба ABCD проведена прямая BM перпендикулярно к его плоскости. Найти расстояние от точки M до прямых, содержащих стороны ромба, если AB = 25 см; < BAD = 60º; BM = 12,5 см.

Решение: Проведем BK $\perp$ AD. BK – проекция наклонной MK на плоскость ромба; AD $\perp$ BK, то AD $\perp$ MK (по теореме о трех перпендикулярах). Длина MK – расстояние от точки M до прямой AD . ME – расстояние от точки M до прямой DC. Из треугольника ABK: BK = ABsin60º = $\frac{25\sqrt{3}}{2}$. Δ MBK – прямоугольный ($\text{¿}B$ = 90º), так как MB $\perp$ (ABC); MK = $\sqrt{BK^2+MB^2}$ = 25 (см).

ВК = ВЕ (как высоты ромба); $\Delta MBK = \Delta MBE$ (по двум катетам, как прямоугольные); МЕ = МК = 25 (см). Расстояние от точки М до прямых АВ и ВС равны длине перпендикуляра МВ, то есть 12,5 см.

Ответ: 25 см; 25 см; 12,5 см; 12,5 см.

1.Выполните чертежи для задач №1 и №2

2.Решите задачу: 1.Изобразить точку М, не принадлежащую плоскости прямоугольника ABCD и равноудалённую от всех его вершин.

Ответьте на вопросы к чертежу: а) Куда проектируется эта точка ? Назовите отрезок, длина которого равна расстоянию от точки до плоскости прямоугольника? 3.Из точки М, не принадлежащей плоскости, провести две наклонные МА и МВ и перпендикуляр МО.

б)1. Какая точка является проекцией точки М? 2.Назовите отрезок, который равен расстоянию от точки М до плоскости?3. Если МА=9см, а МВ=12см, то проекция которой наклонной будет больше?4. Если АО=3см, а ОВ=1см, то которая наклонная длиннее?5. Если МА : МВ = 5 : 6, то проекция которой наклонной будет больше?

1.Как называется линия, соединяющая основания перпендикуляра и наклонной? а) отрезок; б) угол; в) проекция; г) расстояние.
2. Прямая проведенная в плоскости и перпендикулярная проекции наклонной на эту плоскость, перпендикулярна и...а) самой себе; б) самой наклонной; в) самой проекции;
г) самому перпендикуляру.

3. Расстояние от точки до прямой равно длине...а) наклонной; б) медианы; в) проекции; г)перпендикуляра
4. Из двух наклонных, исходящих из одной точки, не лежащей на данной плоскости, больше та, у которой...а)перпендикуляр больше; б) проекция меньше; в) проекция больше;
г) перпендикуляр меньше.

5. Задача. Точка А не лежит в плоскости, а точка Е - принадлежит этой плоскости. АЕ = 13, проекция этого отрезка на плоскость равна 5. Каково расстояние от точки А до данной плоскости? а) 144;б) 8;в) 18;г) 12.
6.Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №69

Определение расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями.

Цель работы: научиться применить полученные данные при решении простейших задач.

Результаты:
метапредметные:
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметные:
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.

Критерии оценивания :

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задание 1.Решите самостоятельно задачи:

1.Найдите расстояние между точкой А с координатами (2, 3, -1) и плоскостью, заданной уравнением: $7x-6y-6z+20=0$
2.Определите расстояние между параллельными плоскостями, заданными уравнениями:$6x+6y-3z+10=0$ и $6x+6y-3z+28=0$.
3.Найти расстояние от точки К до плоскости равностороннего треугольника со стороной равной 6 см и равноудаленной от его вершин на расстояние равное 8 см.4. Точка М находится на расстоянии 15 см от всех вершин треугольника со сторонами 6 см, 10 см и 8 см. Найти расстояние от точки М до плоскости треугольника.

Задание 2.Ответьте на вопросы: 1)Что является расстоянием от точки до плоскости? 2)Какую теорему применили для решения задач? 3)Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №70

Вычисление двугранных углов.

Цель работы: научиться вычислять двугранные углов при решении простейших задач.

Результаты:
метапредметные:
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметные:
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.Формулирование определений, признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов

Критерии оценивания :

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задание 1.Решите самостоятельно задания: а)Дано: KMPT-тетраэдр;ΔTMK правильный; Q-середина KM,Q-проекция P на TMK Указать: линейный угол для двугранного угла PTMK; б)Выполните чертёж к задаче. в)Решите задачу: Параллельные прямые AB и CD лежат в разных гранях двугранного угла, равного 60°. Точки A и D удалены от ребра двугранного угла соответственно на 8 см и 6,5 см. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

Задание 2.

Ответьте на вопросы: 1.Дайте определение двугранного угла 2.Дайте определение линейного угла для данного двугранного угла. 3.Укажите количество линейных углов для данного двугранного угла.

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 71

Построение куба, параллелепипеда и их сечений.

Цель работы:научиться строить куб, параллелепипед и их сечения.

Результаты (*предметные*):

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников.Построение простейших сечений куба, призмы. Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

Критерии оценивания:

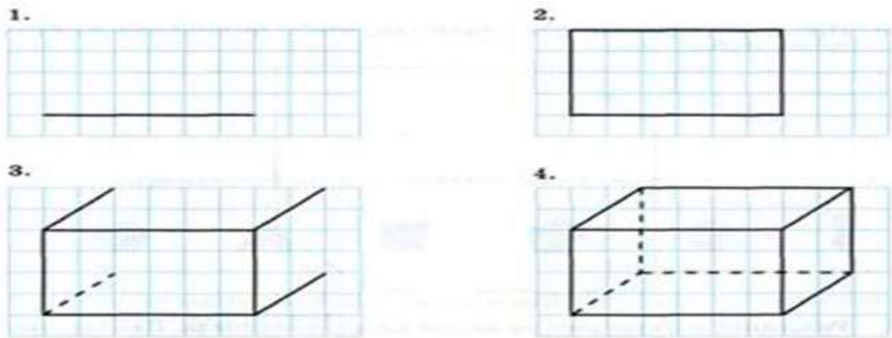
1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1. Подсчитайте число вершин (В), ребер (Р) и граней (Г) следующих многогранников и проверьте справедливость формулы Эйлера: В-Р+Г=2. 1) куб; 2) параллелепипед.

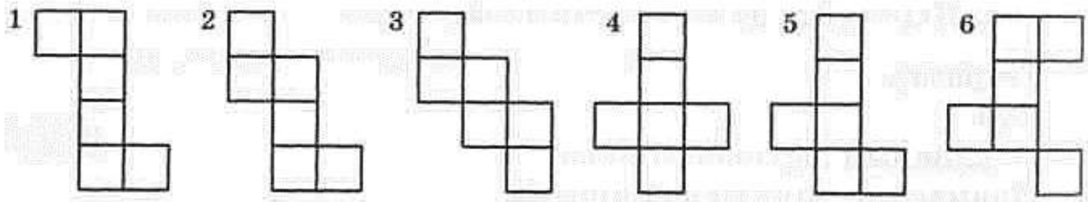
2.Построение параллелепипеда:



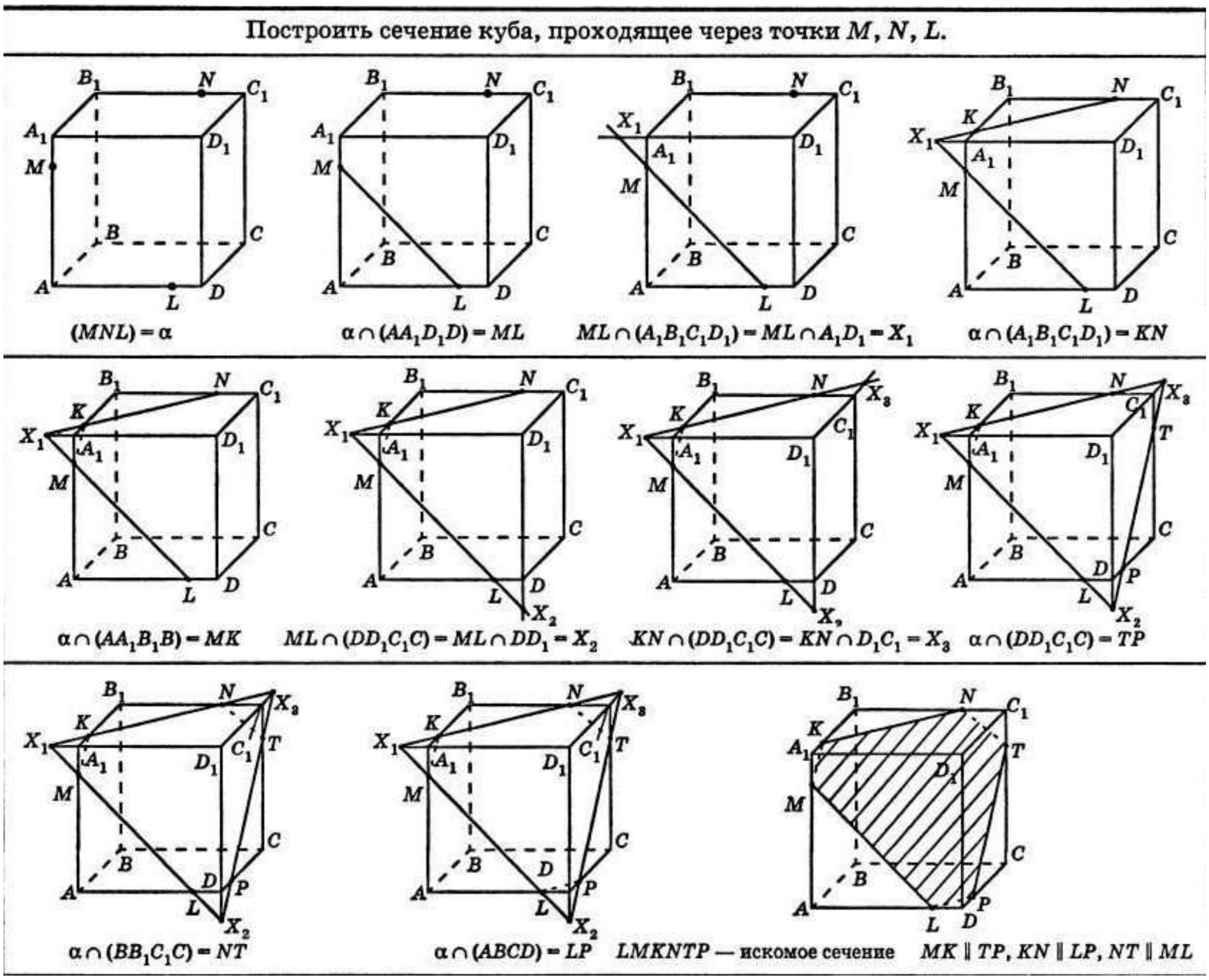
3. Нарисуйте на плоскости 1) куб, 2) наклонный параллелепипед, 3) прямоугольный параллелепипед.

4.

Какие из приведенных фигур могут быть развертками поверхности куба?



Построение сечения куба

5. 

6. Нарисуйте на плоскости сечения тел:

1) сечения куба в форме n – угольника (n=3, 4, 5, 6)

2) сечения куба плоскостью, проведенной через некоторую точку диагонали куба перпендикулярно к ней.

7. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Нарисуйте прямые, которые проходят через указанную точку перпендикулярно указанной прямой:

а) точка C и прямая C_1D_1;

б) точка C_1 и прямая BD;

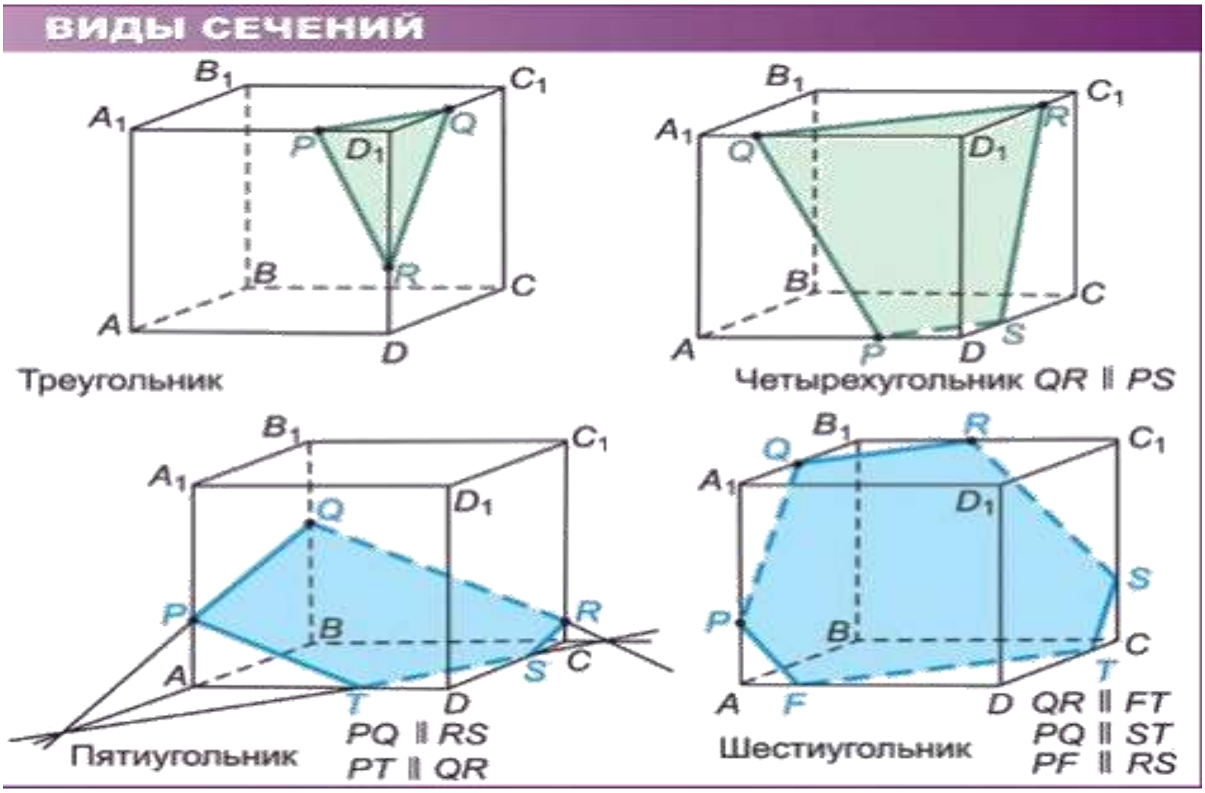
в) точка B_1 и прямая AC;

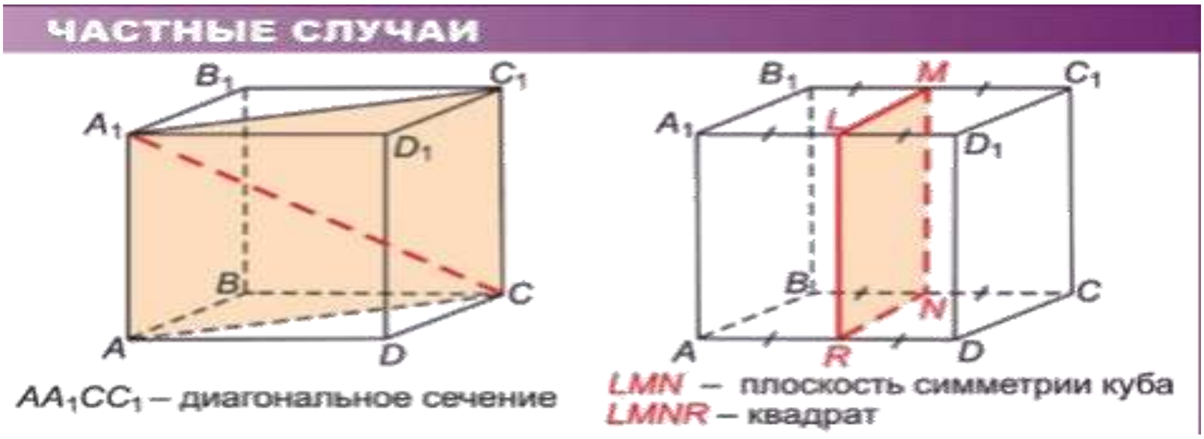
г) точка B и прямая B_1D.

8.

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точку на боковом ребре и две точки на ребрах основания, не смежных с этим боковым ребром.

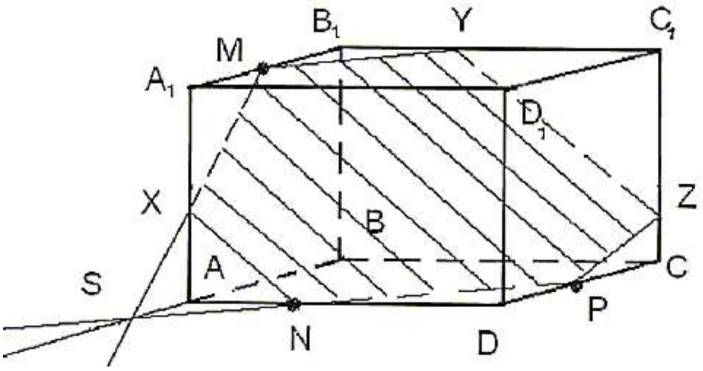
9. Построение сечений параллелепипеда





Задача с ответом: Построить сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки M, N, P (точки указаны на чертеже).

Решение.



1) Точки N и P лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проодящую через эти точки. Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда.

2) Продолжим прямую, на которой лежит сторона AB параллелепипеда. Прямые AB и NP пересекутся в некоторой точке S. Эта точка принадлежит плоскости сечения.

3) Так как точка M также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую AA_1 в некоторой точке X.

4) Точки X и N лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D, соединим их и получим прямую XN.

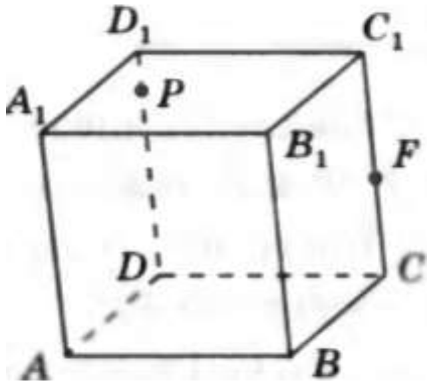
5) Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку M можно провести прямую в грани $A_1B_1C_1D_1$, параллельную прямой NP. Эта прямая пересечет сторону B_1C_1 в точке Y.

6) Аналогично проводим прямую YZ, параллельно прямой XN. Соединяем Z с P и получаем искомое сечение – MYZPNX.

8. На ребрах DD_1 и CC_1 параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отмечены точки P и F. Постройте точку пересечения:

а) прямой PF с плоскостью ABC;

б) прямой BF с плоскостью $A_1B_1C_1$.



9.

В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка F лежит на ребре AD, T – внутренняя точка грани CC_1D_1D.

а) Через точку T проведите плоскость α, параллельную плоскости B_1BF.

б) Постройте линию пересечения плоскости α с плоскостью AA_1D_1.

10. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки F, P и E лежат на ребрах AD, CC_1 и DD_1. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью FPE.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 72

Вычисление основных элементов куба и параллелепипеда.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы куба и параллелепипеда.

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

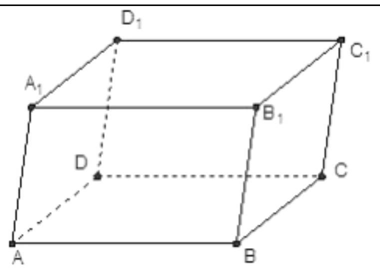
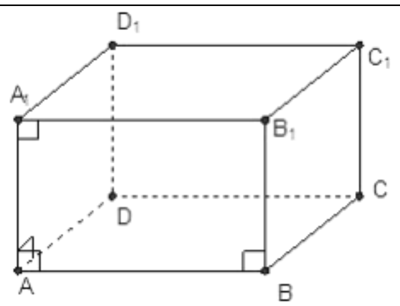
Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

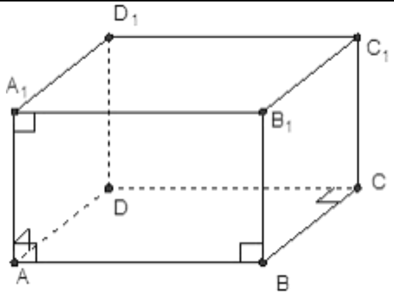
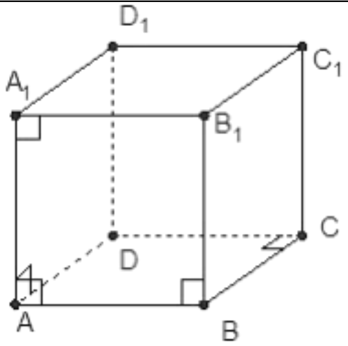
Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Виды параллелепипеда	Рисунок	Свойства
Параллелепипед		Наклонная четырехугольная призма, все грани которой паралллелограммы. Противоположные грани параллелепипеда равны.
Прямой параллелепипед		Прямая четырехугольная призма, основания $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ которой – параллелограммы. Высота прямого параллелепипеда равна длине бокового ребра.

Прямоугольный параллелепипед		Прямая четырехугольная призма, основания $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ которой – прямоугольники. Все грани прямоугольного параллелепипеда являются прямоугольниками.
Куб		Правильный параллелепипед, у которого все грани равные квадраты. У куба все ребра равны и попарно перпендикулярны. Высота куба равна длине ребра.

1. Запишите формулу, связывающую диагональ параллелепипеда и его измерения.

2. Боковое ребро прямого параллелепипеда 5 м, стороны основания 6 м и 8 м, а одна из диагоналей основания 12м. Найдите диагонали параллелепипеда.

3. Ребра и высота прямоугольного параллелепипеда равны 4 см, 4 см и 2 см соответственно. Вычислите диагональ параллелепипеда.

4. В прямоугольном параллелепипеде, измерения которого 8см, 6см, 5см. Найдите: диагональ параллелепипеда.

5. В прямоугольном параллелепипеде, измерения которого 4м, 4м, 3м. Найдите: 1) диагональ параллелепипеда; 2) площадь диагонального сечения.

6. В прямоугольном параллелепипеде, измерения которого 7м, 5м, 2м. Найдите: 1) диагональ параллелепипеда; 2) площадь диагонального сечения.

7. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 33 дм, а его измерения относятся, как 2 : 6 : 9. Найти измерения параллелепипеда.

8. Вычислите угол между диагональю куба и его основанием.

9. Вычислите острый угол между диагоналями куба.

10. Какой длины нужно взять проволоку для изготовления каркаса куба со всеми его диагоналями, если ребро куба равно 10 см?

11. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна 12 см. Диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите боковое ребро призмы.

12. Вычислите диагонали прямого параллелепипеда, каждое ребро которого равно a, а угол в основании равен 60°.

13. В прямоугольном параллелепипеде стороны 5 и 12. Диагональ параллелепипеда образует угол 45°с плоскостью основания. Найти боковое ребро и площадь диагонального сечения.

14. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 15 и 8, площадь диагонального сечения 340. Найти боковое ребро.

15. Основание прямоугольного параллелепипеда ромб с диагоналями 10 и 24. Высота параллелепипеда 10. Найти большую диагональ параллелепипеда.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 73

Построение прямой и наклонной призмы и их сечений.

Цель работы: научиться строить прямую и наклонную призму и их сечения.

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач. Характеристика и изображение сечения. Построение простейших сечений призмы.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго и третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

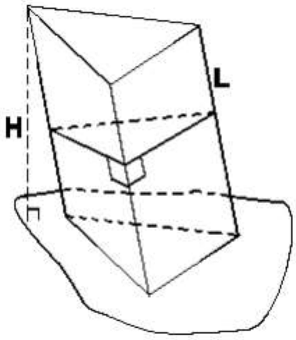
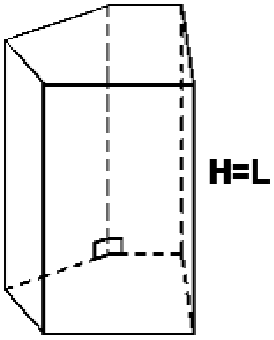
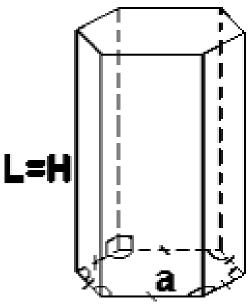
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Примеры призмы:

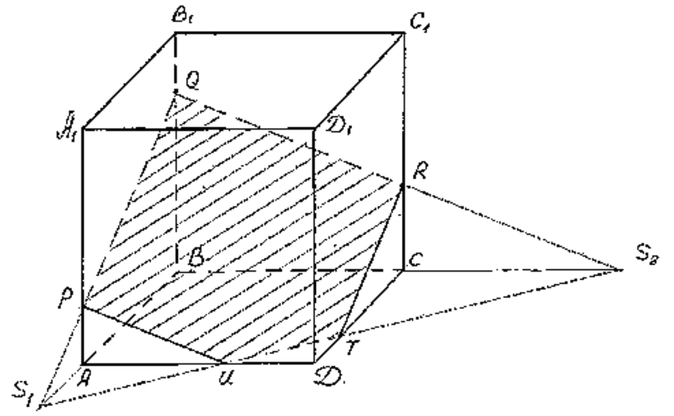
Призма	Рисунок	Свойства

Наклонная призма		Боковые ребра неперпендикулярны плоскостям оснований. Основание – произвольный многоугольник.
Прямая призма		Боковые ребра перпендикулярны плоскостям оснований. Основание – произвольный многоугольник.Боковые грани прямой призмы – прямоугольники.Высота прямой призмыравна длине бокового ребра.
Правильная призма		Боковые ребра перпендикулярны плоскостям оснований. Основание – равносторонний многоугольник.Боковые грани правильной призмы – прямоугольники.Высота правильной призмы равна длине бокового ребра.

1. Нарисуйте на плоскости: 1) треугольную прямую призму, 2) постройте прямую четырехугольную призму, 3) постройте наклонную четырехугольную призму.

2. Задача с решением: Построить сечение призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки P, Q, R (точки указаны на чертеже).

Решение.



1) Построим след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы. Рассмотрим грань AA_1B_1B. В этой грани лежат точки сечения P и Q. Проведем прямую PQ.

2) Продолжим прямую PQ, которая принадлежит сечению, до пересечения с прямой AB. Получим точку S_1, принадлежащую следу.

3) Аналогично получаем точку S_2 пересечением прямых QR и BC.

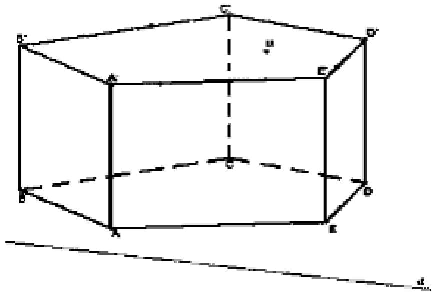
4) Прямая S_1S_2 - след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы.

5) Прямая S_1S_2 пересекает сторону AD в точке U, сторону CD в точке T. Соединим точки P и U, так как они лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D. Аналогично получаем TU и RT.

6) PQRTU – искомое сечение.

3. Построить сечение треугольной призмы призмы $ABCA_1B_1C_1$, проходящее через точки: K – принадлежит ребру AA_1, L – принадлежит грани AA_1B_1B, M – принадлежит грани ABC.

4. Построить сечение призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$. Точка M принадлежит верхнему основанию, прямая d лежит в плоскости нижнего основания



5. Задачи разного уровня:

Группа А

1. Построить сечения призмы ABCA1B1C1 плоскостями, заданными следующими точками P, Q и R: а) P лежит на ребре BB1, Q лежит на ребре AC, R лежит на продолжении ребра CC1 , причем точка C1 лежит между точками C и R; б) P лежит в грани AA1B1B, Q лежит на ребре AC, R лежит в грани BB1C1C; в) P лежит на ребре A1B1, Q — точка отрезка DC1, где точка D лежит на ребре AB, R лежит на продолжении ребра BC, причем C лежит между точками B и R.

2. Построить сечения призмы ABCDA1B1C1D1 плоскостями, заданными следующими точками P, Q и R: а) P лежит на ребре A1B1, Q лежит в грани ABCD, R лежит на ребреDD1 ; б) P лежит в грани AA1B1B, Q лежит в грани AA1D1D, R лежит в грани CC1D1D; в) P лежит на диагонали AC1, Q лежит на диагонали B1D, R лежит на ребре C1D1 .

3. Построить сечения шестиугольной призмы ABC . . . D1E1F1 плоскостями, заданными следующими точками P, Q и R: а) P лежит на ребре DD1, Q лежит на ребре AB, R лежит на ребре AF; б) P лежит в грани BB1C1C, Q лежит на ребре E1F1, R лежит на ребре AF; в)P лежит на диагонали BD1, Q лежит на диагонали AE, R лежит на ребре BC .

5. Построить сечения призмы ABCA1B1C1 плоскостями, проходящими через прямую AQ, где точка Q лежит на ребре CC1, и точку P, заданную следующим образом: а) P лежит в грани A1B1C1; б) P лежит на прямой C1M, где точка M лежит на ребре A1B1 и находится между точками C1 и P; в) P лежит на отрезке C1K, где точка K лежит на ребре AB.

Группа Б

1. На ребрах BB1 и CC1 призмы ABCA1B1C1 заданы соответственно точки P и Q.Построить сечения призмы следующими плоскостями: а) плоскостью, проходящей через прямую BQ, параллельно прямой AP; б) плоскостью, проходящей через прямую C1P, параллельно прямой AQ; в) плоскостью,

проходящей через прямую AQ, параллельно прямой CP и плоскостью, проходящей через прямую CP, параллельно прямой AQ.

2. На ребре BB1 призмы ABCA1B1C1 задана точка P, а в грани ABC — точка Q. Построить сечения призмы следующими плоскостями: а) плоскостью, проходящей через прямую C1Q, параллельно прямой AP и плоскостью, проходящей через прямую AP, параллельно прямой C1Q; б) плоскостью, проходящей через прямую CP, параллельно прямой C1Q и плоскостью, проходящей через прямую C1Q, параллельно прямой CP; в) плоскостью, проходящей через прямую CP, параллельно прямой B1Q и плоскостью, проходящей через прямую B1Q, параллельно прямой CP .

3. В грани ABCD призмы ABCA1B1C1 задана точка P. Построить сечения призмы следующими плоскостями: а) плоскостью, проходящей через прямую D1P, параллельно прямой B1D и плоскостью, проходящей через прямую B1D, параллельно прямой D1P; б) плоскостью, проходящей через прямую A1P, параллельно прямой DB1 и плоскостью, проходящей через прямую DB1 параллельно прямой A1P; в) плоскостью, проходящей через прямую B1P, параллельно прямой A1C и плоскостью, проходящей через прямую A1C параллельно прямой B1P.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 74

Название практической работы: Вычисление основных элементов призмы.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы призмы.

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

Критерии оценивания:

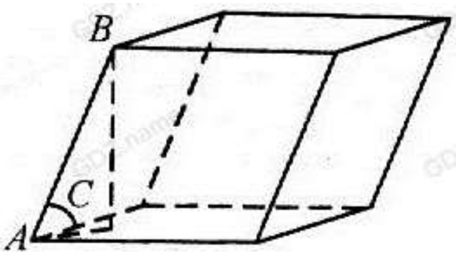
1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1. Задача с решением. Боковое ребро наклонной призмы равно 15 см и наклонено к плоскости основания под углом 30°. Найдите высоту призмы.

Решение:



BO - перпендикуляр в основанию, так что ΔABO- прямоугольный.

Значит $BC=AB\cdot sinBAC$=1,5$\cdot sin30^{o}$ =7,5 (см). Ответ: 7,5 см.

2.Задача с решением.В правильной четырехугольной призме площадь основания равны 144 см^2, а высота рана 14см. Определить диагональ этой призмы.

Решение:

Так как призма правильная, то в основании ее лежит квадрат и его площадь равна :$S=a^2$

Тогда $a= \sqrt{S} = \sqrt{144} = 12$ (см)

Далее, заметим, что правильная четырехугольная призма является прямоугольным параллелепипедом, так что квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений, так что:

$d^2=a^2+a^2+h^2=12^2+12^2+14^2=484$, d= 22(см)

3. Высота наклонной призмы равна $4\sqrt{3}$ см. Найти боковое ребро призмы, если оно образует с плоскостью основания угол 60°.

4. Основанием прямой призмы служит ромб; диагонали призмы и высота соответственно равны 8, 5 и 2 см. Вычислите сторону основания призмы.

5. В треугольной наклонной призме расстояния между боковыми ребрами равны 20, 34 и 42. Найдите расстояния между большей и боковой гранью и противоположным ей боковым ребром.

6. Диагональ правильной четырёхугольной призмы образует с плоскостью боковой грани угол 30°. Найдите угол между диагональю и плоскостью основания.
7. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция с основаниями *a* и b и высотой h. Найдите острый угол, образованный двумя соседними боковыми гранями.
8. В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит правильный треугольник со стороной 4. Прямые AB_1 и CA_1 перпендикулярны. Найдите высоту призмы.
9. Основание прямой призмы – треугольник ABC, в котором $AB=\sqrt{7}$, AC=2, BC=3. Найдите двугранный угол при боковом ребре CC_1.
10. Диагональ AC основания прямой призмы $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$ равна 6 см, а высота призмы равна $6\sqrt{3}$ см. Найдите угол наклона диагонали A_1C к плоскости основания.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 75

Построение пирамиды и ее сечений.

Цель работы: научиться строить пирамиду и ее сечения

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников..

Характеристика и изображение сечения. Построение простейших сечений пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

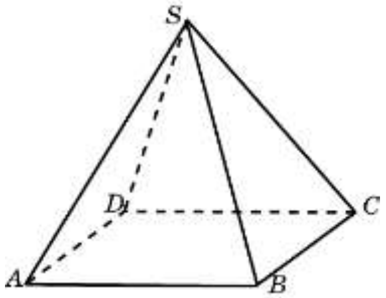
Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

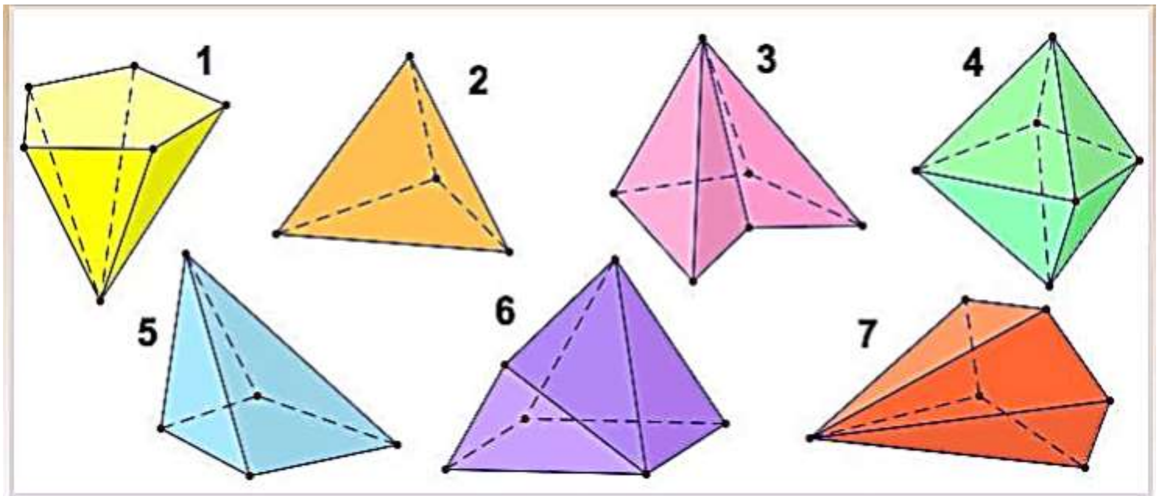
Ход работы:

В соответствии с правилами параллельного проектирования изображение пирамиды строится следующим образом. Сначала строится основание. Это будет некоторый плоский многоугольник. Затем отмечается вершина пирамиды, которая соединяется боковыми ребрами с вершинами основания. На рисунке показано изображение четырехугольной пирамиды.

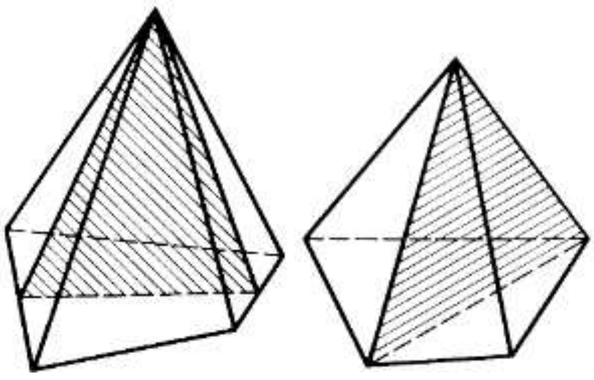


1. Нарисуйте на плоскости: 1) треугольную пирамиду, 2) постройте правильную четырехугольную пирамиду, 3) постройте наклонную треугольную пирамиду; 4) постройте тетраэдр.

2. Среди многогранников выберите те, которые являются пирамидой.



Сечения пирамиды плоскостями, проходящими через ее вершину,

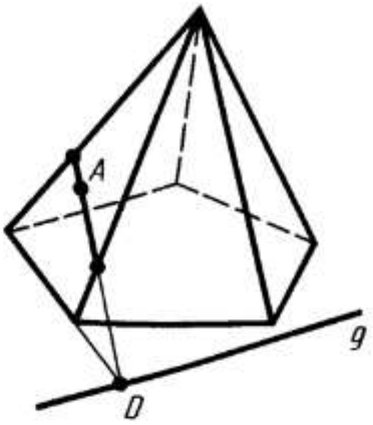


представляют собой треугольники.

В частности, треугольниками являются диагональные сечения. Это сечения плоскостями, проходящими через два несоседних боковых ребра пирамиды.

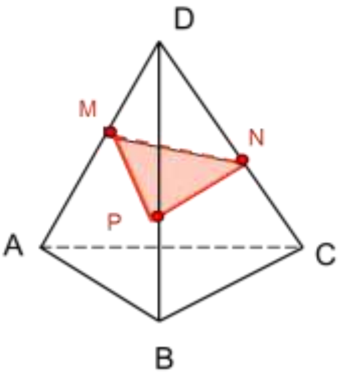
Сечение пирамиды плоскостью с заданным следом g на плоскости основания строится так же, как и сечение призмы. Для построения сечения пирамиды плоскостью достаточно построить пересечения ее боковых граней с секущей плоскостью.

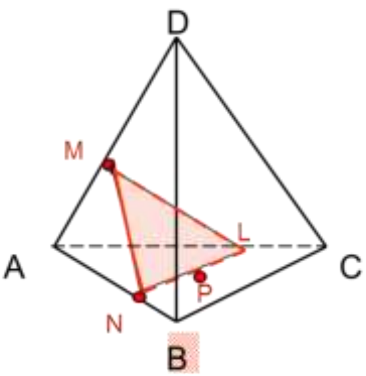
Если на грани, не параллельной следу g, известна какая-нибудь точка A, принадлежащая сечению, то сначала строится пересечение следа g секущей плоскости с плоскостью этой грани — точка D на рисунке.

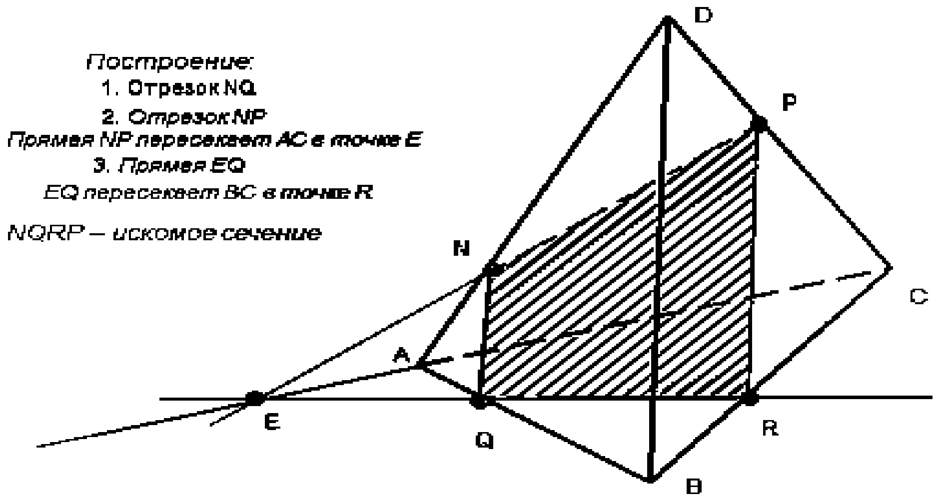


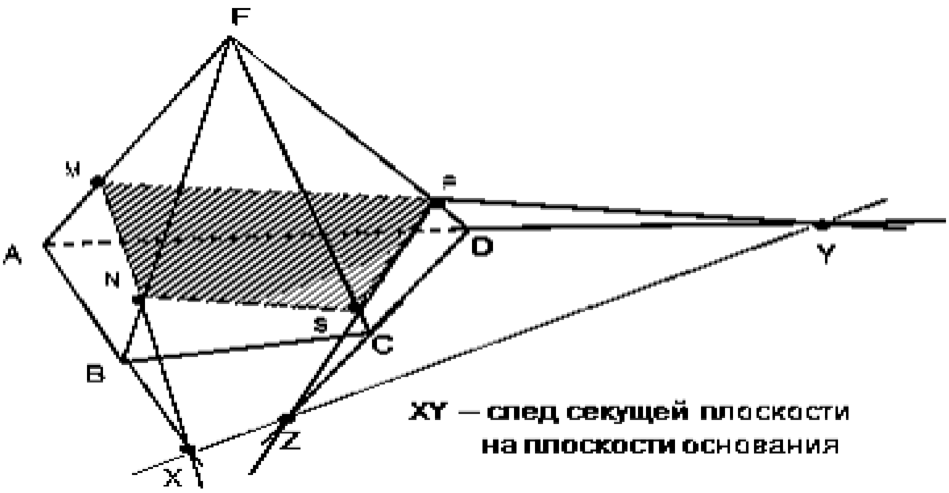
Точка D соединяется с точкой A прямой. Тогда отрезок этой прямой, принадлежащий грани, есть пересечение этой грани с секущей плоскостью. Если точка A лежит на грани, параллельной следу g, то секущая плоскость пересекает эту грань по отрезку, параллельному прямой g. Переходя к соседней боковой грани, строят ее пересечение с секущей плоскостью и т. д. В итоге получается требуемое сечение пирамиды.

2. Построение сечения тетраэдра плоскостью, заданной тремя точками:

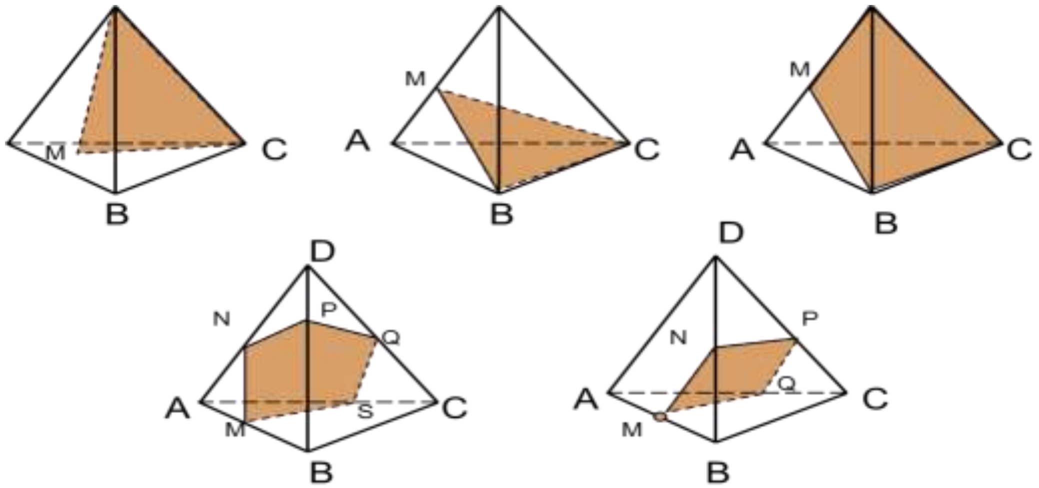








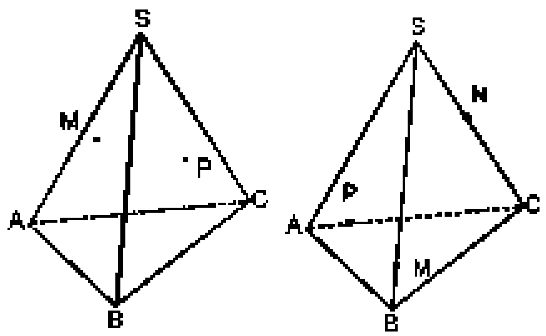
3. На каких рисунках сечение построено не верно?



4. Постройте пирамиду SABCDE и ее сечение плоскостью, проходящей через её вершину и точки A и D.

5. Изобразите тетраэдр DABC и постройте сечения этого тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости грани ABC, если: а) точки M является серединой ребра AD; б) точка M лежит внутри грани ABD.

6. Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки B, M и N, где точки M и N принадлежат, соответственно, граням ABS и BCS.



7. Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки M, N, P.

8. Построить сечение правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками на ее боковых ребрах.

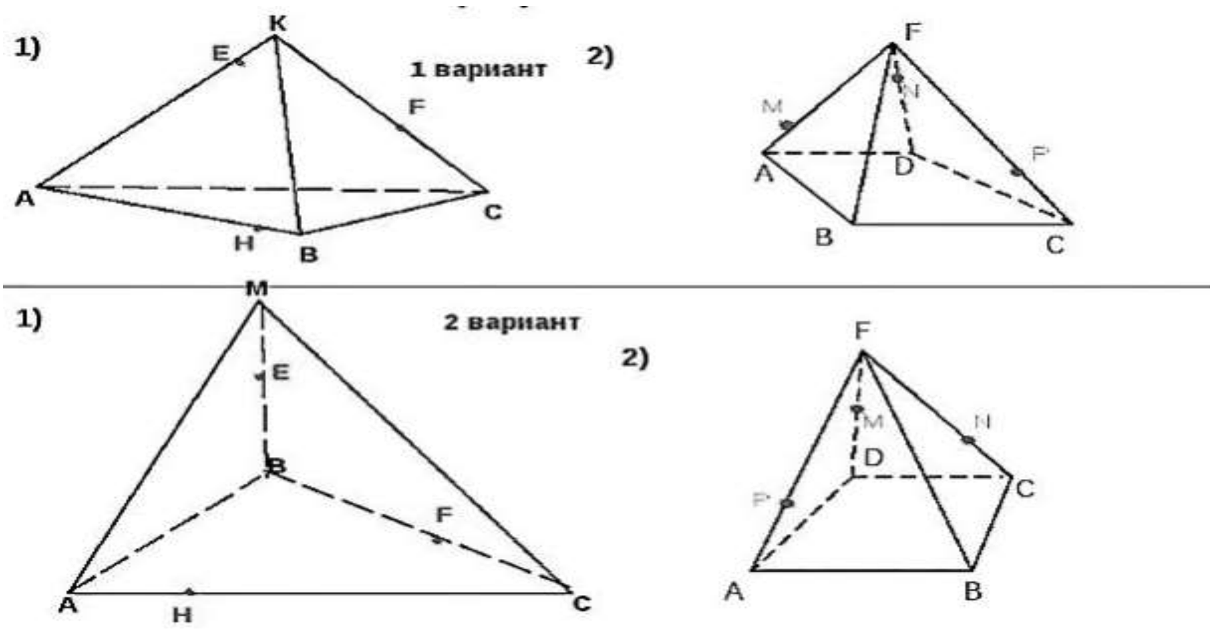
9. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками на ее ребрах.

10. Постройте сечение пятиугольной пирамиды PABCDE плоскостью (KQR), где K, Q - внутренние точки ребер соответственно PA и PC, а точка R лежит внутри грани DPE.

11. Построить сечение четырехугольной пирамиды SABCD плоскостью, проходящей через точки M и N и параллельной прямой SC, если точка M принадлежит ребру AS, точка N - продолжению ребра SD.

12. Построить сечение пятиугольной пирамиды ABCDES плоскостью, проходящей через диагональ BE основания параллельно боковому ребру SC.

Задания для проверки уровня усвоения:



ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 76

Вычисление основных элементов пирамиды.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы пирамиды

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников.Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.Применение фактов и сведений из планиметрии.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1. Что называется пирамидой? Дайте определения граням, ребрам и высоте пирамиды (все элементы указать на фигуре).
2. Какая пирамида называется правильной? (выбрать нужную модель)

3. Что можно сказать о боковых ребрах и боковых гранях правильной пирамиды?

4. Что такое апофема правильной пирамиды?

5. Решить задачи:

Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 10 м, оно наклонено к плоскости основания под углом 30^0.

Вычислите длину:

а) высоты пирамиды;

б) стороны основания пирамиды.

Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 20 см, оно наклонено к плоскости основания под углом 45^0.

Вычислите :

а) длину высоты пирамиды;

б) расстояние от центра основания пирамиды до ее бокового ребра.

Высота правильной четырехугольной пирамиды равна $2\sqrt{3}$ м. Угол между плоскостями боковой грани и основания равен 30^0.

Вычислите длину стороны основания пирамиды.

Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $8\sqrt{2}$ дм, высота пирамиды – 15 дм.

Вычислите длину бокового ребра.

6. Для правильной четырехугольной пирамиды SABCDвыбраны следующие обозначения:

a — ребро основания AB;
h — высота;
l — боковое ребро;
d — апофема (высота боковой грани, опущенная из вершины S);
α — угол наклона бокового ребра к плоскости основания;
β — угол наклона боковой грани к плоскости основания;
R — радиус описанного шара;
r — радиус вписанного шара.

Заполните таблицу.

№ п/п	a	h	l	d	$\cos\alpha$	$\cos\beta$	R	r
1	6	4						
2			6		$\frac{1}{2}$			
3				5		$\frac{4}{5}$		
4					$\frac{3}{5}$		2	
5						$\frac{1}{2}$		1

7. Основанием правильной пирамиды является четырехугольник со стороной 3см. Высота боковой грани 9см. Найдите площадь боковой и полной поверхностей пирамиды. Задача 1 . В треугольной пирамиде стороны основания равны 13 см, 14 см, 15см, все боковые ребра составляют с основанием углы, равны α . Найти высоту пирамиды.

8. В основание треугольника пирамиды лежит равнобедренный треугольник ABC , угол C прямой. Длины боковых ребер пирамиды равны b , длина гипотенузы основания равна C. Найдите углы, которые боковые рёбра образуют с основанием, и двугранный угол при ребре CE.

9. Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 10 см, 10 см и 12 см. Все боковые рёбра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 45°. Найдите высоту пирамиды.

10. Основание пирамиды – трапеция, параллельные стороны которой равны 6 см и 8 см, а высота равна 7 см. Каждое боковое ребро равно 13 см. Найдите высоту пирамиды.
11. Основание пирамиды – треугольниксо сторонами 13 см, 14 см и 15 см. Все двугранные углы при сторонах основания равны 75°. Найдите высоту пирамиды.
12. Основание пирамиды – равнобедренныйпрямоугольный треугольник. Каждый из двугранных углов при основании равен b. Высота пирамиды равна h. Найдите площадь основания.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 77

Исследование симметрии в многогранниках.

Цель работы: научиться исследовать симметрию в многогранниках

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

Виды деятельности:

Ознакомление с видами симметрий в пространстве, формулирование определений и свойств. Характеристика симметрии тел вращения и многогранников.Применение свойств симметрии при решении задач.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1. Что такое симметрия?

2. Что такое центральная симметрия?

3. Даны точки А, В и М. Постройте точку, симметричную точке М относительно середины отрезка АВ.

4. Какие из следующих букв имеют центр симметрии: А, О, М, Х, К?

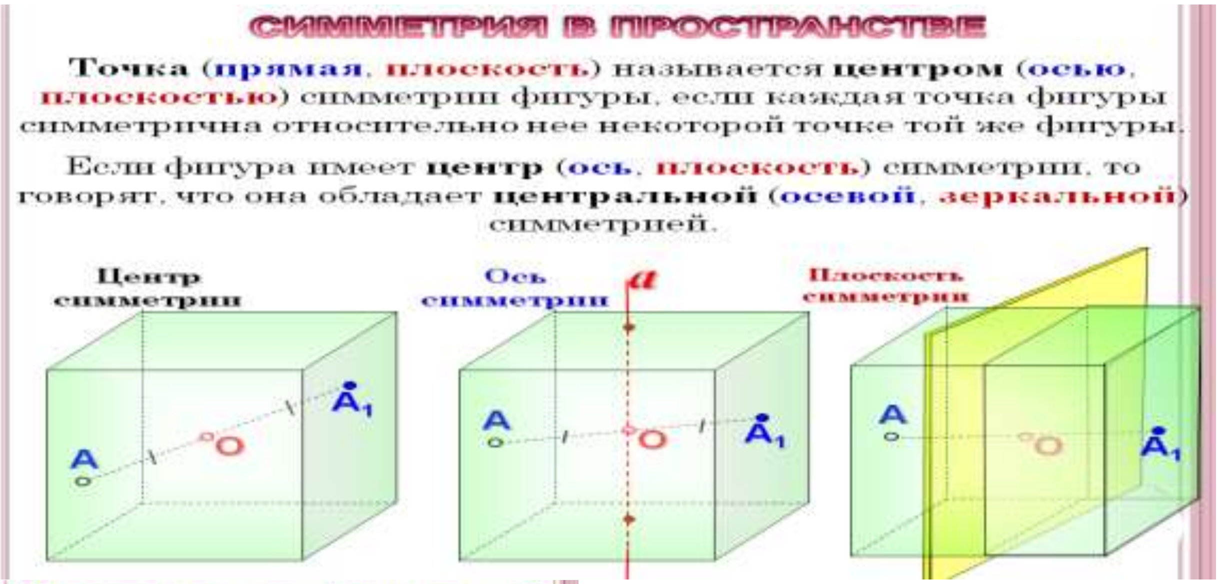
5. Что такое осевая симметрия?

6. Даны две точки А и В, симметричные относительно некоторой прямой, и точка М. Постройте точку, симметричную точке М относительно той же прямой.

7. Какие из следующих букв имеют ось симметрии: А, Б, Г, Е, О?

8. Что такое зеркальная симметрия?

9. В правую или левую перчатку переходит правая перчатка при зеркальной симметрии? осевой симметрии? центральной симметрии?

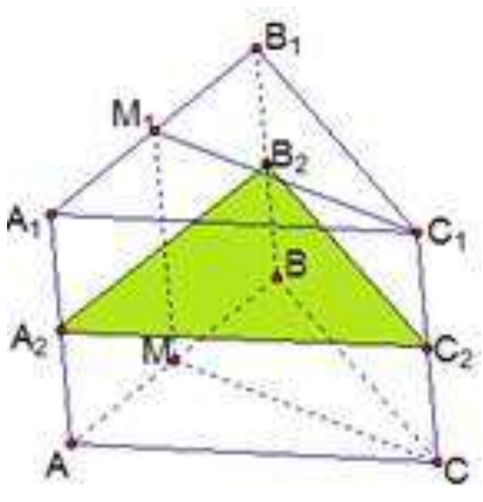


Тело человека построено по принципу двусторонней симметрии.

10. Обладает ли симметрией лицо человека?

–Нет, точной (математической) симметрией оно не обладает.

11. *Задание с решением*: Укажите число плоскостей симметрии у правильной треугольной призмы.Ответ: 4



Решение:

Пусть M_1и M – середины ребер A_1B_1 и AB соответственно (см. рис). Вершине C_1соответствует плоскость симметрии CC_1M_1M. Данная плоскость является плоскостью симметрии, потому что ребро AB перпендикулярно MC по свойствам правильного треугольника и перпендикулярно CC_1 по свойствам прямой призмы. Значит ребро AB перпендикулярно плоскости CC_1M_1M. Аналогично ребро A_1B_1 перпендикулярно той же плоскости. Так, при выполнении симметрии точка A перейдет в точку B и наоборот; точка A_1 перейдет в точкуB_1 и наоборот; точки C_1 и C останутся без изменений. То есть призма переходит сама в себя.

Мы рассмотрели плоскость симметрии относительно вершины C_1, таких вершин три – значит три плоскости симметрии. Четвертая плоскость симметрии проходит через середины боковых ребер

Других плоскостей симметрии рассматриваемая призма не имеет, т. к. наличие плоскостей симметрии связано с количеством осей симметрии в основаниях и боковых гранях фигуры.

Элементы симметрии правильных многогранников:

	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	гексаэдр	додекаэдр
Центры симметрии	-	1	1	1	1
Оси симметрии	3	9	15	9	15
Плоскости симметрии	6	9	15	9	15

12.

Докажите, что куб является правильным многогранником.

Доказательство.

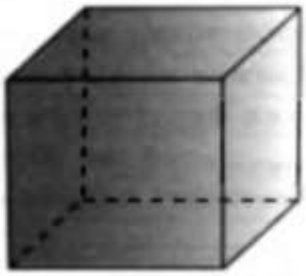
Проверим, обладает ли куб всеми признаками правильного ______________________, указанными в определении.

1) Куб ______________ выпуклым многогранником.

2) Каждая грань куба — ___________, т. е. ____________________ многоугольник, и все грани ____________ между собой.

3) В _________________ вершине куба сходится ______________________ число ребер, а именно ___ ребра.

Итак, у куба ______________ все признаки, указанные в определении ______________________ многогранника. Следовательно, куб ________________ правильным ________________________, что и требовалось доказать.

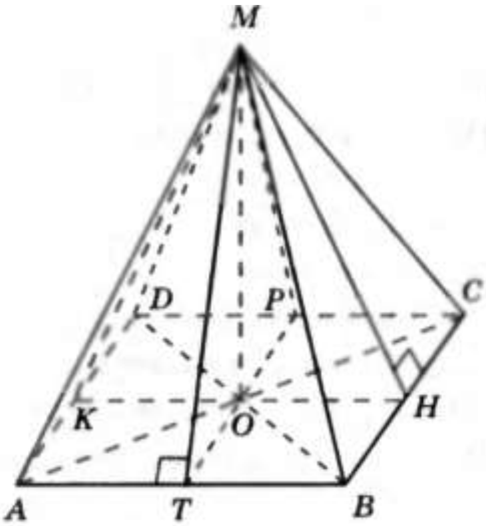


13.

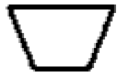
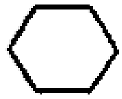
Сколько центров, осей и плоскостей симметрии имеет правильная четырехугольная пирамида?

Ответ.

У правильной четырехугольной пирамиды нет ______________ симметрии; _________ ось _________________ (прямая _____); ___________ плоскости симметрии (KMH, ________, AMC и ________).



14. Укажите какие из нарисованных плоских фигур могут быть изображениями указанных пространственных фигур.

Пространственная фигура	Плоская фигура			
				
Куб				
Треугольная пирамида				
Четырехугольная пирамида с произвольным основанием				
Прямоугольный параллелепипед				
Пятиугольная пирамида				

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 78

Построение правильных многогранников

Цель: научиться строить правильные многогранники

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Правильный многогранник — это выпуклый многогранник, у которого все грани – одинаковыеправильные многоугольники и в каждой вершине сходится однои то же число ребер.

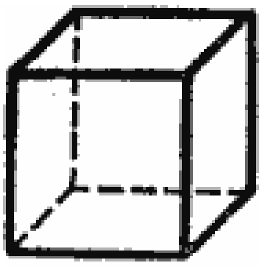
Для любого правильного многогранника: $v + f = e + 2$ - теорема Эйлера, где f обозначает числограней, e — число ребер, v — число вершинвыпуклого многогранника.

1. Почему существует лишь пять правильных многогранников?
2. Нарисуйте развертки правильного тетраэдра, куба и октаэдра.
3. Вычислите радиусы шаров, описанных вокруг правильного тетраэдра, куба иоктаэдра, зная ребро правильного многогранника.
4. Сколько осей симметрии есть у куба, у правильного тетраэдра?
5. Как связаны между собой куб и октаэдр?
6. Что такое Архимедовы тела?

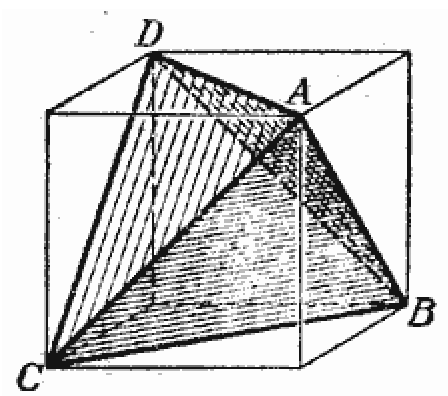
7. Какое из перечисленных геометрических тел не является правильным многогранником?

а) правильный тетраэдр; б) правильный гексаэдр;в) правильная призма; г) правильный додекаэдр; д) правильный октаэдр.

8. Способ построения куба указать весьма легко. Действительно, берём произвольную плоскость P и в ней какой-либо квадрат; через стороны этого квадрата проводим плоскости, перпендикулярные к плоскости P. Таких плоскостей будет четыре. Далее проводим плоскость Q, параллельную P и отстоящую от неё на расстоянии, равном стороне квадрата. Шесть полученных плоскостей образуют грани куба; двенадцать прямых — пересечения каждой пары пересекающихся плоскостей — являются рёбрами куба, а восемь точек пересечения каждой тройки пересекающихся плоскостей служат вершинами куба. В этом легко убедиться, непосредственно рассматривая полученную совокупность точек, прямых и плоскостей. Умея построить куб, легко найти способ построения всех других правильных многогранников.



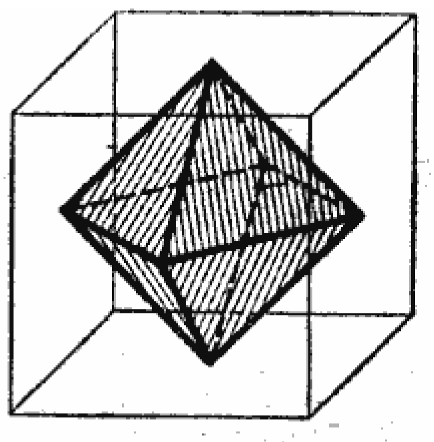
9. Построение правильного тетраэдра**.** Пусть дан куб.



Возьмём какую-нибудь его вершину, например А. В ней сходятся три грани куба, имеющие форму квадратов. В каждом из этих квадратов берём вершину, противоположную точке A. Пусть это будут вершины куба B, C и D. Точки A, B, C и D служат вершинами правильного тетраэдра. Действительно, каждый из отрезков AB, BC, CD, AD, BD и AC, очевидно, служит диагональю одной из граней куба. А потому все эти отрезки равны между собой. Отсюда следует, что в треугольной пирамиде с вершиной A и основанием BCD все грани — правильные треугольники, следовательно, эта пирамида—правильный тетраэдр. Этот тетраэдр вписан в данный куб.

Полезно заметить, что оставшиеся четыре вершины куба служат вершинами второго правильного тетраэдра, равного первому и также вписанного в данный куб.

Построение октаэдра. Если в данном кубе построить центры всех его граней, то шесть полученных точек служат вершинами октаэдра. В этом легко убедиться, рассматривая чертёж 113.



Черт. 113.

Построение додекаэдра и икосаэдра. Если через каждое из 12 ребер куба провести плоскость, не имеющую с поверхностью куба других общих точек, кроме точек того ребра, через которое она проведена, то полученные 12 плоскостей образуют грани некоторого 12-гранника. Более подробное изучение формы этого многогранника показывает, что можно так подобрать наклон этих плоскостей к граням куба, что полученный 12-гранник будет додекаэдром.

Наконец, если мы умеем построить додекаэдр, то построение икосаэдра не представляет затруднений: центры граней додекаэдра служат вершинами икосаэдра.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 79

Построение усеченной пирамиды и вычисление ее основных элементов.

Цель работы: научиться строить усеченную пирамиду и вычислять ее основные элементы

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств. Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1. Что называется усеченной пирамидой?

2. Высота правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна 7 см, стороны оснований 10 см и 2 см. Найдите: 1) длину бокового ребра; 2) площадь сечения, проходящего через середину высоты параллельно основанию; 3) высоту полной пирамиды, из которой получилась данная усеченная пирамида.

№ 3-8

Площади оснований правильной усеченной четырехугольной пирамиды равны 4 $см^2$ и 64 $см^2$, ее высота равна 4 см.

Вычислите площадь диагонального сечения усеченной пирамиды.

Вычислите длину апофемы правильной усеченной четырехугольной пирамиды, стороны оснований которой 6 дм и 10 дм, а высота – $\sqrt{14}$ дм.

Боковое ребро правильной четырехугольной усеченной пирамиды равно 2 м, стороны оснований – 6 м и 10 м.

Вычислите длину:

а) высоты усеченной пирамиды;

б) апофемы усеченной пирамиды.

Вычислите длину высоты правильной треугольной усеченной пирамиды, стороны оснований которой равны $4\sqrt{3}$ дм и $\sqrt{3}$ дм, а боковое ребро – 5 дм.

Высота правильной четырехугольной усеченной пирамиды равна 16 см, а стороны основания – 24 см и 40 см.

Вычислите длину диагонали усеченной пирамиды.

Высота правильной четырехугольной усеченной пирамиды равна 36 см, апофема – 45 см, а стороны оснований пропорциональны числам 1 и 4.

Вычислите площади оснований усеченной пирамиды.

Задача с решением. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде высота равна 2, а стороны оснований равны 3 и 5. Найдите диагональ усеченной пирамиды.

Проведем сечение через противоположные боковые ребра AA_1 и CC_1 данной усеченной пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основаниями ABCD и $A_1B_1C_1D_1$(AB=5, A_1B_1=3). Пусть O и O_1-центры оснований ABCD и $A_1B_1C_1D_1$ соответственно. Секущая плоскость проходит через высоту OO_1 усеченной пирамиды. В сечении получим равнобедренную трапецию AA_1CC_1 с основаниями AC=$5\sqrt{2}$ и A_1C_1=$3\sqrt{2}$. Пусть A_1K-высота трапеции.

$A_1K=OO_1=2$, $AK=(AC-A_1C_1)=1/2(5\sqrt{2}-3\sqrt{2})=\sqrt{2}$, $CK=AC-AK=5\sqrt{2}-\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.

Из прямоугольного треугольника A_1KC находим, что $A_1C=\sqrt{(A_1K^2+CK^2)}=\sqrt{(4+32)}=6$

Ответ: 6

9. В правильной усечённой четырёхугольной пирамиде стороны оснований равны 36 см и 14 см. Плоскость, проведённая через сторону нижнего основания перпендикулярно противолежащей боковой грани, проходит через сторону верхнего основания. Найдите площадь сечения.
10. Площади оснований правильной усечённой четырёхугольной пирамиды равны Q и q. Угол, образованный боковым ребром со стороной основания, равен 60. Найдите площадь диагонального сечения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 80

Построение цилиндра и его сечений.

Цель работы: научиться строить цилиндр и его сечения.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Нарисуйте на плоскости изображения тела вращения.

1) прямой круговой цилиндр;

2) фигура, получающаяся вращением прямоугольника вокруг оси, параллельной одной из его сторон и не пересекающей прямоугольник.

2. Какие из перечисленных кривых образуются при пересечении поверхности кругового цилиндра плоскостью: окружность, гипербола, отрезки прямых, эллипс, многоугольник?

Уровень Б.

1) Точки А и В цилиндра соединили веревкой, опоясывающей цилиндр и имеющей наименьшую возможную длину. Как изобразится эта веревка на развертке поверхности цилиндра?

2. Ответьте на контрольные вопросы

Дайте определение цилиндра.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 81

Вычисление основных элементов цилиндра.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы цилиндра.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1) Диаметр основания цилиндра равен 12, высота – 20. Рассмотрим точки, находящиеся на поверхности цилиндра на расстоянии 10 от центра нижнего основания цилиндра. На какой высоте от нижнего основания находятся эти точки? Какую фигуру они образуют?

2) Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60˚. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра.

3) Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра.

Уровень Б.

1) При каком отношении высоты цилиндра к его радиусу разверткой боковой поверхности цилиндра будет квадрат?

Ответьте на контрольные вопросы

1) Назовите основные элементы цилиндра?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 82

Построение конуса и его сечений.

Цель работы: научиться строить конус и его сечения.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

Нарисуйте на плоскости изображения тела вращения.

1) прямой круговой конус;

2) фигура, получающаяся вращением треугольника вокруг одной из его сторон. Рассмотрите треугольники разных видов.

Уровень Б.

1) Какие из перечисленных кривых образуются при пересечении поверхности конуса плоскостью: а) окружности; б) гиперболы; в) отрезками прямых; г) эллипса; д) многоугольника.

Ответьте на контрольные вопросы

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 83

Вычисление основных элементов конуса.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы конуса.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Диаметр основания конуса равен 6, а высота равна 4. Вычислите образующую конуса и расстояние от центра основания до образующей конуса.

2. Высота конуса равна 8, а образующая – 10. Определите радиус вписанного шара.

3. Для конуса введены следующие обозначения:

R – радиус основания; l – образующая; h–высота; α – угол наклона образующей к плоскости основания; β – угол сектора, получающегося при развертке конуса; r–радиус шара, вписанного в конус; R_0–радиус шара, описанного около конуса. Заполните таблицу.

№ п/п	R	l	h	cosα	β	r	R_0
1	6	10					
2		5	3				
3		4		3/4	$\frac{8}{5}\pi$		

4		5				1	
5	$\sqrt{3}/3$						
6				1/2			1

Уровень Б.

1) Через вершину прямого конуса проведено сечение максимальной площади. Известно, что площадь этого сечения в два раза больше площади осевого сечения. Найдите угол при вершине осевого сечения конуса.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 84

Построение усеченного конуса, вычисление его основных элементов.

Цель работы:научиться строить усеченный конус и вычислять его основные элементы.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Нарисуйте на плоскости изображения тела вращения.

Уровень А.

1) усеченный прямой круговой конус;

2) фигура, получающаяся вращением равнобедренной трапеции вокруг ее оси симметрии.

2. Решите задачи:

1) В усеченном конусе радиусы оснований равны 1 и 4, а образующая – 5. Найдите: а) высоту конуса; б) косинус угла наклона образующей к основанию.

2) Найдите образующую усеченного конуса, если радиусы оснований равны 3см и 6см, а высота равна 4см.

Уровень Б.

1) развертка поверхности усеченного конуса;

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 85

Построение шара и сферы, их сечений. Уравнение сферы.

Цель работы: научиться строить шар и сферу, их сечения.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Формулирование теорем о сечении шара плоскостью и плоскости, касательной к сфере. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Нарисуйте на плоскости изображения тела вращения.

Фигура, получающаяся вращением кругового сектора вокруг оси, проходящей через центр круга, из которого вырезан сектор.

2. Решите задачи:

1) Для каждого шара радиуса R укажите радиус сечения r шара плоскостью, если она проведена на расстоянии 10 см от центра: 26, $6\sqrt{3}$, $2\sqrt{41}$, 14, $8\sqrt{2}$.

2) На каком расстоянии от центра шара радиуса 5 надо провести плоскость, чтобы в ее сечении получился круг радиуса 4?

Уровень Б.

Отметьте, в какую из сфер радиуса R можно вписать многоугольник.

Многоугольник	Радиус сферы R				
	10	5	12	4	8
Прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8					
Равносторонний треугольник со стороной 6					
Прямоугольник со сторонами 4 и 7					
Квадрат со стороной 8					
Правильный шестиугольник со стороной 5					

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №86

Вычисление площади поверхности и объёма призмы

Цель работы: научиться вычислять площади поверхности и объёма призмы.

Результаты:

метапредметные:
целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность иинтуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;
предметные:
владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
Виды деятельности: Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств. Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников. Характеристика и изображение сечения, вычисление площадей поверхностей. Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии.

Критерии оценивания :

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

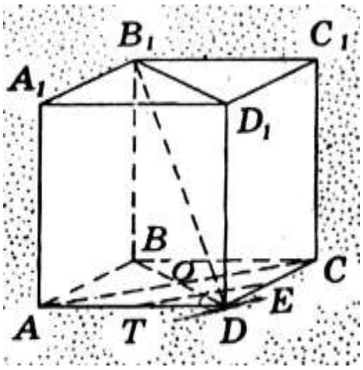
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

С помощью рисунка назовите:

1)боковые ребра призмы; 2)боковую поверхность призмы ; 3)прямую призму; 4)правильную призму ;



Задание 1.Решите самостоятельно задания:

1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна $2\sqrt{3}$, а высота-5. Найдите объем призмы.

1) $15\sqrt{3}$ **2)**45 **3)** $10\sqrt{3}$ **4)** $12\sqrt{3}$ **5)**$18\sqrt{3}$

2. Выберите верное утверждение.

1)Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту.

2) Объем правильной треугольной призмы вычисляется по формуле $V=0,25a^2h\sqrt{3}$ -где a- сторона основания, h-высота призмы.

3)Объем прямой призмы равен половине произведения площади основания на высоту.

4)Объем правильной четырехугольной призмы вычисляется по формуле $V=a^2h$-где a- сторона основания, h-высота призмы.

5)Объем правильной шестиугольной призмы вычисляется по формуле $V=1.5a^2h\sqrt{3}$, где a- сторона основания, h-высота призмы.

3.Сторона основания правильной треугольной призмы равна $\sqrt{3}$. Через сторону нижнего основания и противоположную вершину верхнего основания проведена плоскость, которая проходит под углом 45° к основанию. Найдите объем призмы.

1) $9\sqrt{3}$ **2)**9 **3)** $4,5\sqrt{3}$ **4)** $2,25\sqrt{3}$ **5)**$1,125\sqrt{3}$

4. Основанием прямой призмы является ромб, сторона которого равна 13, а одна из диогоналей-24. Найдите объем призмы, если диагональ боковой грани равна 14.

1) $720\sqrt{3}$ **2)** $360\sqrt{3}$ **3)** $180\sqrt{3}$ **4)** $540\sqrt{3}$ **5)**$60\sqrt{3}$

5.Найдите объем правильной шестиугольной призмы со стороной основания, равной 2, и высотой, равной $\sqrt{3}$.

Задание 2.Ответьте на вопросы:

1) Приведите примеры предметов из окружающего мира, которые имеют вид призм.
2) Как называется фигура, состоящая из двух равных многоугольников, лежащих в параллельных плоскостях, и n параллелограммов?
3) Как называются стороны граней многогранника?
4) Как называется отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани?
5) У какой призмы боковые ребра перпендикулярны к основаниям?
6) Как называется высота боковой грани правильной пирамиды?
7) Какой многоугольник лежит в основании правильной призмы?
8) Какая фигура является боковой гранью призмы?

3.Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №87

Вычисление площади поверхности и объёма пирамиды

Цель работы: научиться вычислять площади поверхности и объёма пирамиды

Результаты:

метапредметные:

целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств. Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников. Характеристика и изображение сечения, вычисление площадей поверхностей. Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии.

Критерии оценивания :

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задание 1.Решите самостоятельно задания:

1.В наклонной призме боковое ребро равно 7 см, перпендикулярное сечение - прямоугольный треугольник с катетами: 4 см и 3 см. найдите объем призмы.

а) 10 см^3, б) 42 см^3, в) 60 см^3, г) 30 см^3.

2. В правильной шестиугольной пирамиде сторона ее основания 2 см. Объем пирамиды равен 6 см^3. Чему равна высота?

а) $\sqrt{3}$ см, б) 3 см, в) $\frac{1}{3}$ см.

3. Объем пирамиды равен 56 см^3, площадь основания 14 см^2. Чему равна высота?

а) 14 см, б) 12 см, в) 16 см.

4. В правильной треугольной пирамиде высота равна 5 см, стороны основания 3 см. Чему равен объем пирамиды?

а) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ см^3, б) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ см^3, в) $\frac{75\sqrt{3}}{4}$ см^3.

5. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 9 см. Сторона основания 4 см. найдите объем пирамиды.

а) 50 см^3, б) 48 см^3, в) 16 см^3.

6. Объем правильной четырехугольной пирамиды равен 27 см^3, высота 9 см. найти сторону основания.

а)12 см, б) 9 см, в) 3 см.

7. Объем усеченной пирамиды равен 210 см^3, площадь нижнего основания 36 см^2, верхнего 9 см^2. Найдите высоту пирамиды.

а) 1см, б) 15 см, в) 10см.

8. Равновеликие призма и правильная четырехугольная пирамида имеют равные высоты. Чему равна сторона основания пирамиды, если площадь основания призмы равна S?

а) $\frac{1}{3}S$, б) $3S$, в) $\sqrt{3S}$.

Задание 2.Ответьте на вопросы:

Пирамида — это... Боковая грань пирамиды — это... Правильная пирамида - это.. Высота правильной пирамиды - это..
Что называют апофемой? В каких пирамидах бывают апофемы? Боковая поверхность пирамиды - это... Формулы площади поверхности и объёма пирамиды. Куда проецируется высота правильной пирамиды?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 88

Вычисление площади поверхности и объема цилиндра.

Цель работы: научиться вычислять площади поверхности и объема цилиндра.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Решите задачи:

1) Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м^2, а площадь основания равна 5 м^2. Найдите высоту цилиндра.

2) Диаметр основания цилиндра равен 1м, а высота цилиндра равна длине окружности основания. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

3) Пусть V, r, hсоответственно объем, радиус и высота цилиндра. Найдите: а) V, если $r=2\sqrt{2}$ см, h=5 см; б) r, если V=100см^3, h = 3,5 см; в) h, если r=h, V=6πсм^3.

Уровень Б.

1. Из множества цилиндров, периметр осевого сечения которых равен 2p, найдите объем цилиндра, имеющего наибольшую боковую поверхность.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 89

Вычисление площади поверхности и объема конуса.

Цель работы: научиться вычислять площади поверхности и объем конуса.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Площадь осевого сечения конуса равна 0,6 см^2. Высота конуса равна 1,2 см. Вычислите площадь полной поверхности конуса.

2. Угол между образующей и осью конуса равен 45˚, образующая равна 6 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

3. Высота конуса равна 5 см. На расстоянии 2 см от вершины его пересекает плоскость, параллельная основанию. Найдите объем исходного конуса, если объем меньшего конуса, отсекаемого от исходного, равен 24 см^3.

Уровень Б.

1. Прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см вращается вокруг меньшего катета. Вычислите площади боковой и полной поверхностей образованного при этом вращении конуса.

2. Найдите объем конуса, если его образующая равна 15 см, а площадь осевого сечения равна 60 см^2.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 90

Вычисление площади сферы и объема шара.

Цель работы: научиться вычислять площадь сферы и объем шара.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы.

Уровень А.

1. Найдите площадь сферы, радиус которой равен а)5 см, б)1 дм, в)$\sqrt{3}$ м, г)$2\sqrt{5}$см.

2. Площадь сечения сферы, проходящего через ее центр, равна 9 м^2. Найдите площадь сферы.

3. Вычислите радиус круга, площадь которого равна площади сферы радиуса 5 м.

4. Вычислите площадь и объем шара радиуса 6 см.

5. Вычислите радиус и объем шара, если его площадь 64 π см^2.

Уровень Б.

1. В шаре проведена плоскость, перпендикулярная к диаметру и делящая его на части 6 см и 12 см. Найдите объемы двух полученных частей шара.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 91

Тема: Вычисление площади поверхности и объема усеченной пирамиды и усеченного конуса

Цель работы: научиться вычислять площади и объем усеченных пирамиды и конуса

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения.Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1.
По боковому ребру l и сторонам основания a и b найдите объем правильной усеченной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.

2.
Стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды составляют 4 и 8, диагональ — 11. Найдите объем пирамиды.

3.
Апофема правильной шестиугольной усеченной пирамиды $a = 10$ см, высота $h = 8$ см. Сумма длин каждой из сторон верхнего и нижнего ее оснований $l_в + l_н = 8\sqrt{3}$ см. Найдите объем пирамиды.

4.
Стороны одного основания усеченной пирамиды равны 27, 29 и 52, периметр другого основания равен 72; высота пирамиды — 10. Найдите объем пирамиды.

6-10.

В прямоугольной трапеции основания равны a и b ($b > a$). Найдите отношение объемов V_a и V_b фигур, образованных вращением трапеции вокруг оснований.

Радиусы оснований усеченного конуса составляют R и r ($R > r$), образующая наклонена к основанию под углом α. Найдите объем усеченного конуса.

В усеченном конусе радиусы оснований составляют 27 см и 11 см. Образующая относится к высоте как 17 : 15. Найдите объем усеченного конуса.

Усеченный конус с радиусами оснований 6 см и 9 см и высотой 12 см пересечен двумя плоскостями, параллельными основаниям, которые делят высоту на три равные части. Найдите объем средней части конуса.

Основания равнобедренной трапеции составляют 11 см и 21 см, а боковая сторона — 13 см. Найдите объем фигуры, образуемой при вращении этой трапеции вокруг ее оси.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №92

Подсчёт числа размещений.

Цель работы: научиться решать простейших задач на подсчёт числа размещений.

Результаты:
метапредметные:
владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
предметные:
сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения. Ознакомление с понятиями комбинаторики:

размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.

Критерии оценивания:

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

1 уровень

Задание 1

Вычислить:

1) A_4^1; 2) A_5^1; 3) A_5^2; 4) A_4^2;
5) A_7^7; 6) A_6^6; 7) A_{10}^3; 8) A_8^3.

Задание 2.Решите самостоятельно задачи:

1. В группе ТД – 21 обучается 24 студентов. Сколькими способами можно составить график дежурства по техникуму, если группа дежурных состоит из трех студентов?

2.Сколькими способами из класса, в котором учатся 30 школьников, можно выбрать капитана команды для математических соревнований и его заместителя?

3.Сколько всего исходов, если друг за другом из колоды вынимают две карты, не возвращая карту обратно (выбор без возвращения).

4.Имеются 3 путевки в санаторий. Сколько вариантов распределения можно составить для 5 претендентов?

5.Расписание одного дня содержит 6 уроков. Определить количество таких расписаний при выборе из 12 дисциплин.

2 уровень.

1.

Найти значение выражения:

1) $\frac{A_{15}^9 - A_{15}^8}{A_{15}^7}$; 2) $\frac{A_{18}^{10} + A_{18}^{11}}{A_{18}^9}$; 3) $\frac{A_9^4 \cdot A_4^4}{A_8^6}$;

2.

Решить относительно m уравнение:

1) $A_m^2 = 72$; 2) $A_m^2 = 56$; 3) $A_m^3 = 12m$;

Ответьте на вопросы:

1.Что называется размещением из n элементов по k?

2.По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №93

Подсчёт числа сочетаний.

Цель работы: научиться решать простейших задач на подсчёт числа сочетаний.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения. Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.

Критерии оценивания:

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: 1 уровень

Задание 1.

Найти значение:

1) C_7^1; 2) C_6^1; 3) C_8^2; 4) C_7^2;
5) C_7^3; 6) C_8^3; 7) C_9^8; 8) C_{10}^9;

Задание 2 .Решите самостоятельно задачи:

1.. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 3 членов, можно образовать из 10 преподавателей?

2.В ящике находится 15 деталей. Сколькими способами можно взять 4 детали?

3.В студенческой столовой продают сосиски в тесте, ватрушки и пончики. Сколькими способами можно приобрести пять пирожков?

4.Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 3 карты?

5.У бармена есть 6 сортов зеленого чая. Для проведения чайной церемонии требуется подать зеленый чай ровно 3 различных сортов. Сколькими способами бармен может выполнить заказ?

2 уровень.

Задание 1.

Найти значение выражения, предварительно его упростив:

1) $C_{13}^{10}+C_{13}^{11}$; 2) $C_{14}^{12}+C_{14}^{13}$; 3) $C_{19}^{4}-C_{18}^{4}$;

Задание2.

Решить уравнение:

1) $C_{x+1}^2+C_{x+1}^3=7x$; 2) $C_{x-1}^3+C_{x-1}^2=4\,(x-1)$;

Ответьте на вопросы:

1.Что называется сочетанием из n элементов по k?

2.По какой формуле вычисляют число сочетаний из n элементов по k?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №94

Подсчёт числа перестановок.

Цель работы: научиться решать простейших задач на подсчёт числа перестановок.

Результаты:
метапредметные:
владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
предметные:
сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения. Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.

Критерии оценивания:

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: 1 уровень

Задание 1.

Найти значение:

1) P_5; **2)** P_7; **3)** P_9; **4)** P_8.

Задание 2.

Найти значение выражения:

1) $\frac{26!}{25!}$; 2) $\frac{32!}{31!}$; 3) $\frac{12!}{10!}$; 4) $\frac{14!}{12!}$;

5) $\frac{5!\cdot 3!}{7!}$; 6) $\frac{6!\cdot 4!}{8!}$; 7) $\frac{10!}{8!\cdot 3!}$; 8) $\frac{11!}{9!\cdot 2!}$.

Задание 3.Решите самостоятельно задачи:

1.Запишите сколькими способами можно переставить комбинацию из яблока, банана, груши?

2.(о квартете). В знаменитой басне Крылова “Квартет” “Проказница Мартышка, Осел, Козел да косолапый Мишка” исследовали влияние взаимного расположения музыкантов на качество исполнения. Вопрос: Сколько существует способов, чтобы рассадить четырех музыкантов?

3.Сколько четырёхзначных чисел можно составить из четырёх карточек с цифрами 0, 5, 7, 9?

4.В семье 6 человек. За столом 6 стульев. В семье решили каждый вечер рассаживаться на эти 6 стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?(Одного человека мы можем посадить только один раз.)

5..Сколькими способами 4 вора могут по одному разбежаться на все 4 стороны?

2 уровень

Решить уравнение относительно n**:**

1) $\frac{P_n}{P_{n+1}} = \frac{1}{4}$; 2) $\frac{P_{n+2}}{P_{n+1}} = 5$;

3) $\frac{P_n}{P_{n-2}} = 20$; 4) $\frac{P_{n-1}}{P_{n+1}} = \frac{1}{12}$.

Задание 2.Ответьте на вопросы :а)Что называется перестановкой из n элементов? б) Какой смысл имеет запись n! ? в) По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №95

Решение задач на перебор вариантов.

Цель работы: научиться решать простейших задач на перебор вариантов.

Результаты:
метапредметные:
владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
предметные:
сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения. Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.

Критерии оценивания:

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: 1 уровень

Задание 1. Разберите решение задачи и запишите в тетрадь. Пете на день рождения подарили 7 новых дисков с играми, а Вале папа привез 9 дисков из командировки. Сколькими способами они могут обменять 4 любых диска одного на 4 диска другого?

Вычислим, сколько четверок из 7 дисков можно составить у Пети:
C^4_7=35, число четверок у Вали из 9 дисков - C^4_9 = 126
По правилу умножения находим число обменов **35x126=4410**

Задание 2.Решите самостоятельно задачи всеми известными способами:

1.Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 3, 6, 7, 9?

2.Три друга, Антон, Борис и Виктор, приобрели два билета на футбольный матч. Сколько существует различных вариантов похода на футбол?

3.Мисс Марпл, расследуя убийство, заметила отъезжающее от дома мистера Дэвидсона такси. Она запомнила первую цифру “2”. В городке номера машин были трехзначные и состояли из цифр 1,2,3,4 и 5. Скольких водителей, в худшем случае, ей придется опросить, чтобы найти настоящего убийцу?

2 уровень.

1.В студенческом общежитии в одной комнате живут трое студентов Петя, Вася и Коля. У них есть 6 чашек, 8 блюдец и 10 чайных ложек (все принадлежности отличаются друг от друга). Сколькими способами ребята могут накрыть стол для чаепития (так, что каждый получит чашку, блюдце и ложку)?

2.Пишут одну за другой 4 последовательные цифры, затем первые две меняют местами. Полученное таким образом четырехзначное число является квадратом натурального числа. Найдите его.

Ответьте на вопросы:

1.Что используется для облегчения процесса решения задач методом перебора?

2.Как называется специальная схема для решения комбинаторных задач?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №96

Решение задач на применение формулы бинома Ньютона.

Цель работы: научиться решать простейших задач на применение формулы бинома Ньютона.

Результаты:

метапредметные:
владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля. Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики.

Критерии оценивания:

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: 1 уровень

Задание 1.Записать разложение бинома а) $(x-2)^6$ б)$(1+x)^8$ в) $(a-1)^9$ г)$(2x+1)^5$

2 уровень

1. Написать разложение по формуле бинома Ньютона и упростить :

а) $(b-\sqrt{20})^2$; б) $(a-2b)^5$; в) $(a-\frac{1}{a})^{13}$.

Задание 2.Ответьте на вопросы:

1.Запишите формулу бинома Ньютона.

2.Какие известные формулы можно разложить с помощью бинома Ньютона?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 97

Решение задач с помощью теоремы сложения вероятностей

Цель работы: Научиться вычислять вероятности событий.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях;

метапредметные:

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей.

Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

Пример 1. В ящике лежат 10 шаров: 3 красных, 2 синих и 5 белых. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар цветной (не белый)?

I способ. Пусть событие А — появление красного шара, В — появление синего шара, тогда А+В — появление цветного шара. Очевидно, что $P(A)=\frac{3}{10}$, $P(B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$. Так как события А и В совместны, к ним применима теорема сложения вероятностей: $P(A+B)=P(A)+P(B)=\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$.

II способ. Пусть событие С — появление белого шара, тогда событие $\bar{C}$ — появление не белого (т. е. цветного) шара. Очевидно, Р(С)=$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, а Р($\bar{C}$)=1-Р(С)=1-$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Пример 2. Вероятность попадания в мишень стрелком равна 0,6. Какова вероятность того, что он, выстрелив по мишени, промахнется?

Если событие А — попадание в мишень, то по условию Р(А)=0,6. Промах — противоположное попаданию событие, и его вероятность Р($\bar{A}$) = 1-Р(А) = 1-0,6 = 0,4.

Пример 3. В роте из 100 солдат двое имеют высшее образование. Какова вероятность того, что в случайным образом сформированном взводе из 30 солдат будет хотя бы один человек с высшим образованием?

Пусть событие А — во взводе хотя бы один человек имеет высшее образование, тогда событие $\bar{A}$— ни один человек во взводе не имеет высшего образования. В данной ситуации проще вычислить Р($\bar{A}$), чем Р(А). Найдем Р($\bar{A}$). Число способов составления взвода в количестве 30 человек из 100 солдат роты равно C_{100}^{30}. Число солдат, не имеющих

высшего образования, равно 100 — 2 = 98. Из 98 человек составить взвод в количестве 30 человек можно C_{98}^{30} способами. Найдем вероятность того, что среди отобранных 30 человек нет ни одного с высшим образованием: Р($\bar{A}$)=$\frac{C_{98}^{30}}{C_{100}^{30}}=\frac{\frac{98!}{30!68!}}{\frac{100!}{30!70!}}=\frac{69\cdot 70}{99\cdot 100}=\frac{161}{330}$.

Отсюда находим Р(А) = 1-Р($\bar{A}$)=1-$\frac{161}{330}=\frac{169}{330}$=0,512.

Пример 4.Вероятность попадания в опухолевую клетку «мишень» первого радионуклида равна Р =0,7, а второго –Р =0,8. Найти вероятность попадания в клетку - «мишень», если бы одновременно использовались оба препарата.

Решение: Р(А+В)=Р(А)+Р(В) - Р(А ·В)=0,7+0,8 - 0,56=0,94.

Пример 5. В большой популяции плодовой мушки 25% мух имеют мутацию глаз, 50% - мутацию крыльев, а 40% мух с мутацией глаз и крыльев. Какова вероятность того, что у мухи, наудачу выбранной из этой популяции, окажется хотя бы одна из этих мутаций?

Решение: А – Событие, состоящее в том, что случайно выбранная муха имеет мутации глаз. В - есть событие, состоящее в том, что случайно выбранная муха имеет мутацию крыльев. Вероятность того, что муха имеет одну или обе мутации: $P(A+B)=P(A)+P(B) - P(AB)$. Тогда $P(A+B)=0,25+0,5 - 0,4\cdot 0,25=0,65$.

Задания:

1. Победитель соревнования награждается призом (событие А), денежной премией (событие В), медалью (событие С). Что представляют собой события А+В?

2. Турист имеет возможность посетить 3 города: А, В и С. Обозначаем события: А – турист посетил город А; В - турист посетил город В. С-турист посетил город С. В чем заключается событие А+С?

3. Пусть вероятность того, что забег выигрывает Джим, равна $\frac{1}{3}$, а вероятность того, что забег выиграет Том, равна $\frac{1}{5}$. Какова вероятность того, что забег выиграет один из них?

4. Вероятность того, что у взрослого пациента все зубы сохранились равна 0,67. Вероятность того, что некоторые зубы отсутствуют равна 0,24. Вероятность того, что он беззубый равно 0,09. Вычислить вероятность того, что у пациента несколько зубов.

5. В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем пять из них стандартные. Рабочий берет наудачу три детали. Найти вероятность того, что по крайней мере она из взятых деталей окажется стандартной.

6. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 3, либо 5, либо тому и другому одновременно.

7. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна карта. Какова вероятность того, что будет вынута карта бубновой масти или туз?

8. В колоде 36 карт. Наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта либо туз, либо дама?

9. В пачке находится 12 билетов денежно-вещевой лотереи, 16 билетов спортивной лотереи и 20 билетов художественной лотереи. Какова вероятность того, что наудачу

вынутый один билет будет билетом либо денежно-вещевой, либо художественной лотереи?

10. В ящике лежат 5 белых, 10 черных и 15 красных шаров. Какова вероятность того, что наугад вынутый шар не будет белым? (Решить задачу двумя способами.)

11. Вероятность выигрыша главного приза равна 10^{-8}. Какова вероятность не выиграть главный приз?

12. Найти вероятность того, что наугад вынутая из полного набора домино (28 костей) одна кость домино не будет «дублем».

13. В вазе стоят 4 белых и 7 красных астр. Какова вероятность того, что среди случайным образом вынутых из вазы трех цветков окажется по крайней мере одна белая астра?

14. В студенческой группе 22 человека, среди которых 4 девушки. Какова вероятность того, что среди троих случайным образом выбранных из этой группы студентов для участия в конференции окажется по крайней мере одна девушка?

15. Вероятность поражения мишени при первом выстреле равна 0,7. Вероятность поражения мишени при втором выстреле равна 0,8. Вероятность поражения мишени и при первом, и при втором выстрелах равна 0,56. Найти вероятность того, что:

1) мишень будет поражена хотя бы одним выстрелом;

2) мишень не будет поражена ни одним из выстрелов.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 98

Решение задач с помощью теоремы умножения вероятностей

Цель работы: Научиться вычислять вероятности событий.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях;

метапредметные:

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности.Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

Пример 1.В коробке содержатся 3 белых и 3 желтых таблетки. Из коробки дважды вынимают наугад по одной таблетке, не возвращая их в коробку. Найти вероятность появления белых таблеток при втором испытании (событие В), если при первом испытании была извлечена желтая таблетка (событие А).

Решение: После первого испытания в коробке осталось 5 таблеток, из них 3 белых. Искомое условие вероятности: P(B/A)= 3/5 =0,6.

Пример 2. В коробке находится 8 красных и 6 белых таблеток. Из коробки последовательно без возвращения извлекают 3 таблетки. Найти вероятность того, что все 3 таблетки белые.

Решение: Обозначим; A_1 - первая таблетка белая, A_2 - вторая таблетка белая, A_3 - третья таблетка белая. $P(A_1A_2\,A_3)=P(A_1)P(A_2\,/A_1)\cdot P(A_3\,/A_1\,A_2)$;

$P(A_1)=\frac{6}{14}$; $P(A_2/A_1)=\frac{5}{13}$; $P(A_3/A_1A_2)=\frac{4}{12}$; $P(A)=P(A_1A_2A_3)=\frac{6}{14}\cdot\frac{5}{13}\cdot\frac{4}{12}=\frac{5}{91}$ $= 0,055$.

Пример 3. Пусть имеются следующие события: А – «из колоды карт вынута дама»; В – «из колоды карт вынута карта пиковой масти». Что представляет собой событие АВ? *Решение:* АВ есть событие «вынута дама пик». Событие В называются независимыми от события А, если появление события А не изменяет вероятности появления события В.

Вероятность появления нескольких независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$.

Для зависимых событий: P(AB)=P(A)·P(B/A). Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденную в предположении, что первое событие произошло.

Пример 4.Найти вероятность совместного появления герба при одном бросании двух монет. *Решение*: P(AB)=P(A)·P(B) = $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

Пример 5. В лаборатории работают 7 женщин и 3 мужчины. Случайным образом из числа этих сотрудников для научной конференции выбираются один докладчик и один содокладчик. Какова вероятность того, что докладчиком будет выбрана женщина, а содокладчиком – мужчина?

Пусть событие А – докладчикомвыбрана женщина, событие В – содокладчик – мужчина.

1-й способ. Вероятность того, что сначала выбирался основной докладчик и им оказалась женщина (наступило событие А), равна P(A)=$\frac{7}{10}$. Вероятность того, что вторым выбирался содокладчик и им оказался мужчина (произошло событие В), вычисляется при условии, что первой уже была выбрана женщина, т. е. P(B/A)=$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$. По формуле имеем P(AB) = P(A)·P(B/A)= $\frac{7}{10}\cdot\frac{1}{3}=\frac{7}{30}$.

2-й способ. Вероятность того, что первым выбирался содокладчик и им оказался мужчина (произошло событие В), равна P(B)=A. Вероятность того, что вторым выбирался докладчик и им оказалась женщина (событие А), вычисляется при условии, что первым уже выбран мужчина, т. е. P(A/B) =$\frac{7}{9}$. По формуле получаем P(B/A) = P(B)·P(A/B)=$\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9}=\frac{7}{30}$.

Задания:

1. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна карта. Выяснить, являются ли независимыми события А и Б, если А – появилсякороль, Б – вынутакарта червовой или
пиковой масти.

2. Из колоды, содержащей 36 карт, последовательно вынимаются 2 карты. Рассмотрим события А и Б, где А – вторымвынут туз, Б – первымвынут туз. Зависимы ли события А и Б?

3. На столе лежат 4 синих и 3 красных карандаша. Редактор дважды наугад берет по одному карандашу и обратно их не кладет. Найти вероятность того, что: 1) вторым был взят красный карандаш при условии, что первым был синий; 2) вторым взят синий карандаш при условии, что первым оказался синий; 3) вторым взят синий карандаш при условии, что первым был красный; 4) вторым взят красный карандаш при условии, что первым также оказался красный карандаш.

4. Из ящика, содержащего 4 белых и 5 красных шаров, 2 раза наугад извлекают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность того, что: 1) вторым извлечен красный шар при условии, что первым также оказался красный шар; 2) оба раза извлекались красные шары.

5. Из чисел 1, 2, 3, ..., 11, 12 случайным образом выбирают одно число и рассматривают два события: А – выбраночетное число, В – выбраночисло, кратное трем. Выяснить, являются ли события А и В независимыми.

6. В изготовленной партии детских мячей вероятность появления бракованного мяча равна 0,004. Произвольным образом в красный цвет окрашены $\frac{3}{4}$ всех мячей, а остальные мячи окрашены в синий. Какова вероятность того, что наугад вынутый мяч будет небракованным и красным?

7. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени по одному разу. Вероятности попадания в мишень для них равны соответственно 0,2; 0,5 и 0,4. Найти вероятность того, что все три стрелка попадут в мишень.

8. Вероятность попадания в мишень стрелком равна 0,6. Какова вероятность того, что стрелок попадает в мишень в каждом из двух последовательных выстрелов?

9. Вероятность поражения цели первым орудием равна 0,7, а вторым - 0,6. Найти вероятность поражения цели обоими орудиями, стрелявшими независимо друг от друга.

10. В урне 2 белых, 3 красных и 5 черных шаров. Дважды вынимают по одному шару и возвращают их обратно в урну, Какова вероятность того, что: 1) первым вынут красный шар, а вторым - черный; 2) первым вынут черный шар, а вторым - белый?

11. Бросают три игральные кости. Найти вероятность выпадения четного числа очков на каждой кости.

12. Дважды бросают игральную кость. Событие А – припервом бросании выпало 6 очков, событие В – врезультате второго бросания появилось число очков, кратное трем. Найти вероятность события АВ.

13. Дважды бросают игральную кость. Событие А – первыйраз выпало четное число, событие В –второйраз выпало число, меньшее трех. Найти вероятность события АВ.

14. Вероятность попадания в цель при стрельбе из трех орудий такова: P_1=0,75; P_2=0,8; P_3=0,85. Какова вероятность хотя бы одного попадания (событие А) при одном залпе из всех этих орудий?

15. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один стрелок.

Ответьте на контрольные вопросы

1) дайте классическое определение вероятности

2) приведите примеры областей, где применяется теория вероятности при исследовании каких-либо процессов.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 99

Составление закона распределения дискретной случайной величины и вычисление ее числовых характеристик

Цель работы: Научиться решать задачи с использованием элементов математической статистики.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

метапредметные:

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий.Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

Пример 1. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?

Решение: Пусть X – дискретная случайная величина, равная числу светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки, она может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4.

Случайная величина X принимает значение равное 0, если автомобиль попал на запрещающий сигнал на первом же светофоре, вероятность этого $P(X=0)=0{,}5$.

Случайная величина X принимает значение равное 1, если автомобиль проехал на первом светофоре и попал на запрещающий сигнал на втором светофоре, вероятность этого $P(X=1)= 0{,}5\cdot 0{,}5=0{,}25$.

Случайная величина X принимает значение равное 2, если автомобиль проехал на первом и втором светофоре и попал на запрещающий сигнал на третьем светофоре, вероятность этого $P(X=2)= 0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 0{,}5=0{,}125$.

Случайная величина X принимает значение равное 3, если автомобиль проехал на первом, втором и третьем светофоре и попал на запрещающий сигнал на четвертом светофоре, вероятность этого $P(X=3)=0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 0{,}5=0{,}5^4 =0{,}0625$.

Случайная величина X принимает значение равное 4, если автомобиль проехал на всех 4 светофорах, вероятность этого $P(X=4)=0{,}5^4=0{,}0625$. Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,5	0,25	0,125	0, 0625	0,0625

Расчеты произведены правильно, так как сумма $\sum pi =1$.

Математическое ожидание:

$M(X)=\sum x_i \cdot p_i = 0\cdot0{,}5+1\cdot0{,}25+2\cdot0{,}125+3\cdot0{,}0625+4\cdot0{,}0625=0{,}9375$.

Дисперсия: $D(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot p_i - \left(M(x)\right)^2 ==0^2\cdot0{,}5+1^2\cdot0{,}25+2^2\cdot0{,}125+3^2\cdot0{,}0625+4^2\cdot0{,}0625 - 0{,}9375^2 =1{,}434$.

Пример 2. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте, построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения F(x) и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.

Решение: 1) Дискретная случайная величина X={число отказавших элементов в одном опыте} имеет следующие возможные значения: $x_1=0$ (ни один из элементов устройства не отказал), $x_2=1$ (отказал один элемент), $x_3=2$ (отказало два элемента) и $x_4=3$ (отказали три элемента).

Отказы элементов независимы друг от друга, вероятности отказа каждого элемента равны между собой, поэтому применима формула Бернулли. Учитывая, что, по условию, $n=3$, $p=0{,}1$, $q=1-p=0{,}9$, определим вероятности значений:

$P_3(0)=C_3^0\, p^0\, q^{3-0} =q^3 =0{,}9^3 =0{,}729$;

$P_3(1)=C_3^1\, p^1\, q^{3-1} =3*0{,}1*0{,}9^2 =0{,}243$;

$P_3(2)=C_3^2\, p^2\, q^{3-2} =3*0{,}1^2*0{,}9=0{,}027$;

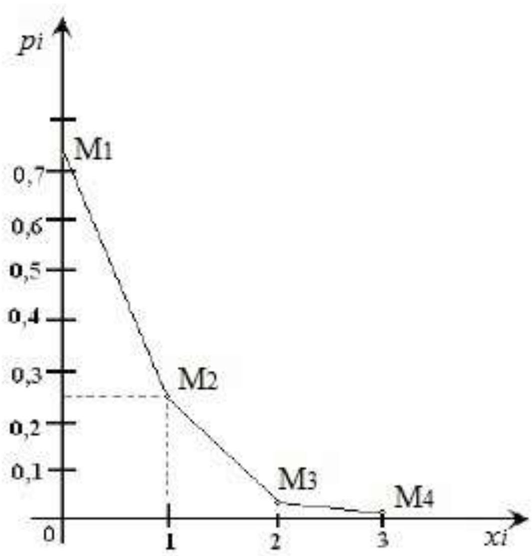
$P_3(3)=C_3^3\, p^3\, q^{3-3} = p^3 = 0{,}1^3 = 0{,}001$;

Проверка: $\sum p_i$ = 0,729+0,243+0,027+0,001=1.

Таким образом, искомый биномиальный закон распределения X имеет вид:

Значения x_i	0	1	2	3
Вероятности p_i	0,729	0,243	0,027	0,001

2) Для построения многоугольника распределения строим прямоугольную систему координат.



По оси абсцисс откладываем возможные значения x_i, а по оси ординат – соответствующие им вероятностиp_i. Построим точки M_1(0;0,729), M_2(1;0,243), M_3(2;0,027), M_4(3;0,001). Соединив эти точки отрезками прямых, получаем искомый многоугольник распределения.

3) Найдем функцию распределения F(x) = P(X<x):

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x \le 0, \\ 0{,}729 & \text{при } 0 < x \le 1, \\ 0{,}972 & \text{при } 1 < x \le 2, \\ 0.999 & \text{при } 2 < x \le 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}.$$

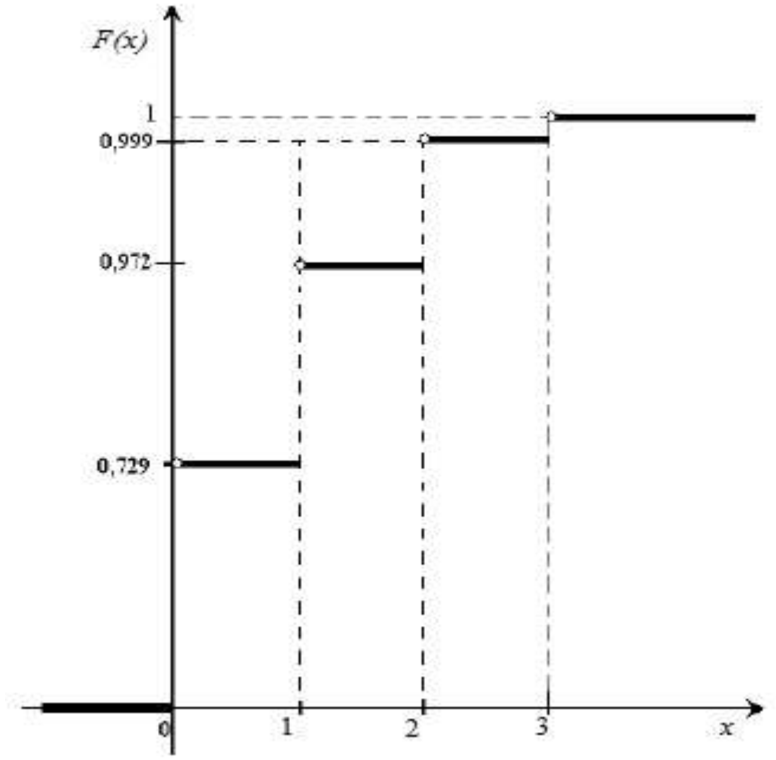
Для x≤0 имеем F(x)=P(X<0)=0;

для 0<x≤1 имеем F(x)=P(X<1)=P(X=0)=0,729;

для $1<x\le 2$ $F(x)=P(X<2)=P(X=0)+P(X=1)=0{,}729+0{,}243=0{,}972$;

для $2<x\le 3$ $F(x)=P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=0{,}972+0{,}027=0{,}999$;

для $x>3$ будет $F(x)=1$, т.к. событие достоверно. Тогда график функции:



4) Для биномиального распределения X: математическое ожидание $M(X)=np=3*0{,}1=0{,}3$; дисперсия $D(X)=npq=3*0{,}1*0{,}9=0{,}27$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{0{,}27}\approx 0{,}52$.

Задания:

1. Задают ли законы распределения дискретной случайной величины следующие таблицы?

А)

x_i	1	2	3	4
P_i	0,1	0,4	0,3	0,2

Б)

x_i	1	2	3	4
P_i	0,1	0,2	0,3	0,5

2. В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывался один выигрыш в 50 у.е. и десять выигрышей по 10 у.е. Найти закон распределения величины X – стоимости возможного выигрыша.

3. Вероятность того, что покупатель ознакомился заранее с рекламой товара равна 0,6 (р=0,6). Осуществляется выборочный контроль качества рекламы путем опроса покупателей до первого, изучившего рекламу заранее. Составить ряд распределения количества опрошенных покупателей.

4. Пусть задан закон распределения случайной величины Х:

X	1	2
P	0,2	0,8

Найти её числовые характеристики.

7.Дискретная случайная величина *X* задана законом распределения

X	1	4	8
P	0,3	0,1	0,6

Найти функцию распределения F(x) и построить ее график.

8. Составить закон распределения случайной величины Х-числа выпадений пятерки при трех бросаниях игральной кости. Вычислить M(X),D(X), σ(X) этой величины.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 100

Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик

Цель работы: Научиться решать практические задачи на обработку числовых данных.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками.

Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Как построить вариационный ряд в Excel

Вариационный ряд может быть:

- дискретным, когда изучаемый признак характеризуется определенным числом (как правило целым).

- интервальным, когда определены границы «от» и «до» для непрерывно варьируемого признака. Интервальный ряд также строят если множество значений дискретно варьируемого признака велико.

Рассмотрим пример построения дискретного вариационного ряда.

Пример 1. Имеются данные о количественном составе 60 семей.

2	4	5	6	5	2	3	4	1	4	3	3
4	3	3	4	4	4	4	5	5	3	4	1
3	4	3	5	4	3	5	3	3	2	3	4
6	5	4	4	4	2	3	4	4	6	5	1
5	2	6	2	3	3	4	5	4	4	6	4

Построить вариационный ряд и полигон распределения

***Решение*.**

Алгоритм построения вариационного ряда:

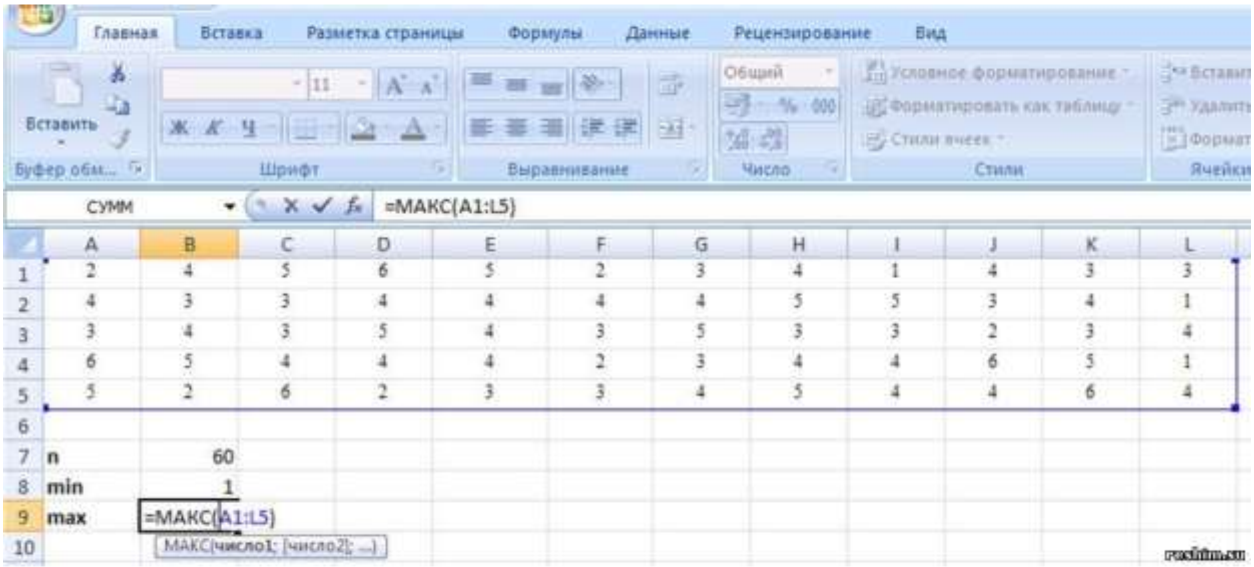
1) Откроем таблицы Excel.

2) Введем массив данных в диапазон A1:L5. Если вы изучаете документ в электронной форме (в формате Word, например), для этого достаточно выделить таблицу с данными и скопировать ее в буфер, затем выделить ячейку A1 и вставить данные – они автоматически займут подходящий диапазон.

3) Подсчитаем объем выборки n – число выборочных данных, для этого в ячейку B7 введем формулу =СЧЁТ(A1:L5). Заметим, что для того, чтобы в формулу ввести нужный диапазон, необязательно вводить его обозначение с клавиатуры, достаточно его выделить.

4) Определим минимальное и максимальное значение в выборке, введя в ячейку B8 формулу =МИН(A1:L5), и в ячейку B9: =МАКС(A1:L5).

Рис.1.1 Пример 1. Первичная обработка статистических данных в таблицах Excel

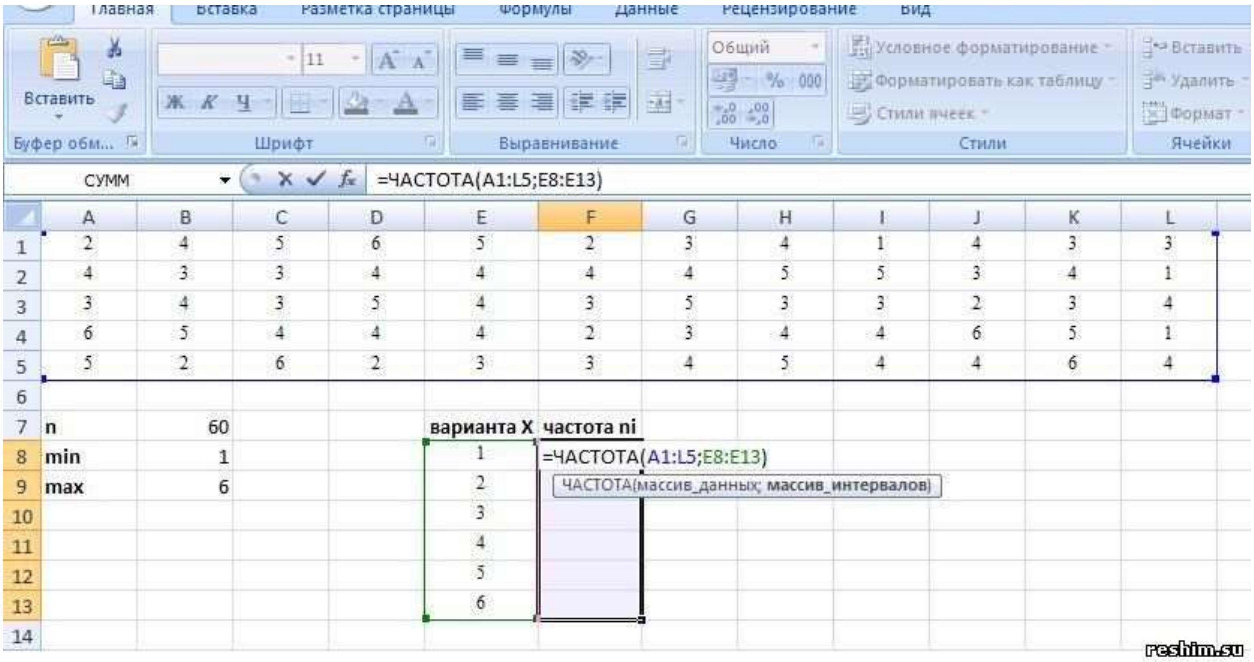


	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	2	4	5	6	5	2	3	4	1	4	3	3
2	4	3	3	4	4	4	4	5	5	3	4	1
3	3	4	3	5	4	3	5	3	3	2	3	4
4	6	5	4	4	4	2	3	4	4	6	5	1
5	5	2	6	2	3	3	4	5	4	4	6	4
6												
7	n	60										
8	min	1										
9	max	=МАКС(A1:L5)										

5) Далее, подготовим таблицу для построения вариационного ряда, введя названия для столбца интервалов (значений варианты) и столбца частот. В столбец интервалов введем значения признака от минимального (1) до максимального (6), заняв диапазон B12:B17.

6) Выделим столбец частот, введем формулу =ЧАСТОТА(A1:L5;B12:B17) и нажмем сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ENTER

Рис.1.2 Пример 1. Построение вариационного ряда



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	2	4	5	6	5	2	3	4	1	4	3	3
2	4	3	3	4	4	4	4	5	5	3	4	1
3	3	4	3	5	4	3	5	3	3	2	3	4
4	6	5	4	4	4	2	3	4	4	6	5	1
5	5	2	6	2	3	3	4	5	4	4	6	4
6												
7	n	60			варианта X	частота ni						
8	min	1			1	=ЧАСТОТА(A1:L5;E8:E13)						
9	max	6			2							
10					3							
11					4							
12					5							
13					6							

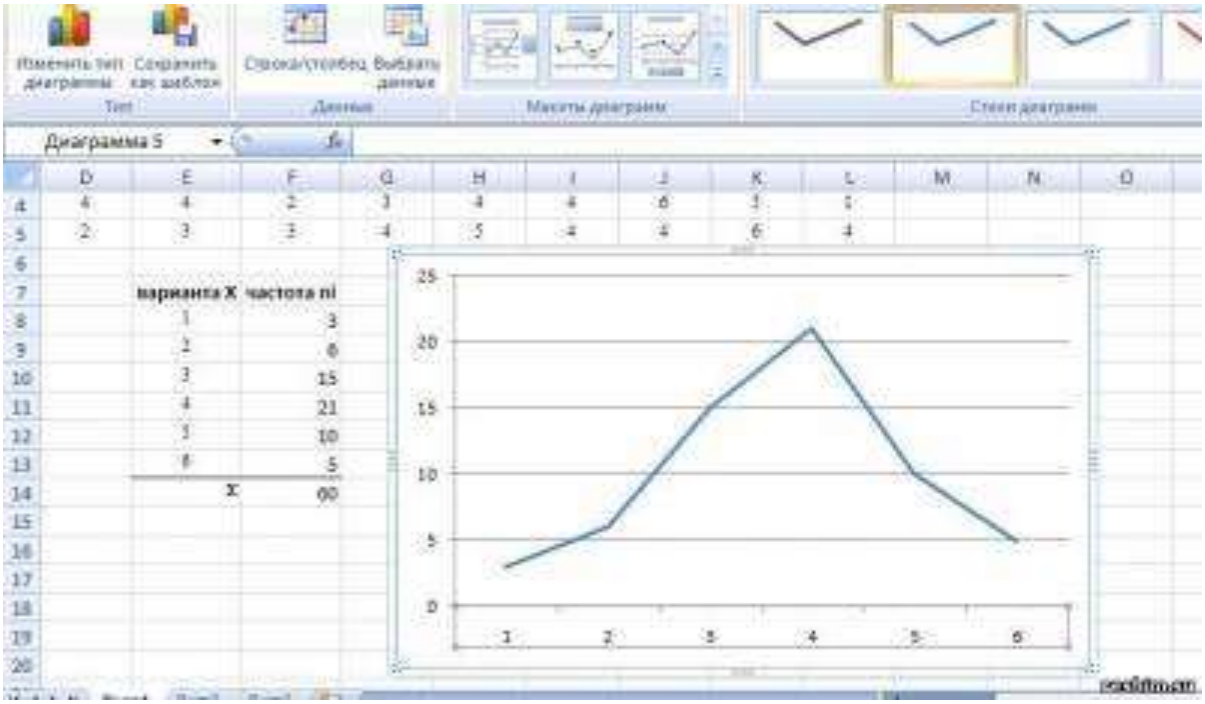
7) Для контроля вычислим сумму частот при помощи функции СУММ (значок функции S в группе «Редактирование» на вкладке «Главная»), вычисленная сумма должна совпасть с ранее вычисленным объемом выборки в ячейке B7.

Построим полигон:

1) выделив полученный диапазон частот, выберем команду «График» на вкладке «Вставка». По умолчанию значениями на горизонтальной оси будут порядковые числа - в нашем случае от 1 до 6, что совпадает со значениями варианты (номерами тарифных разрядов).

2) Название ряда диаграммы «ряд 1» можно либо изменить, воспользовавшись той же опцией «выбрать данные» вкладки «Конструктор», либо просто удалить.

Рис.1.3. Пример 1. Построение полигона частот



Проведите анализ данных годовых уровней прибыли двух компаний.

Найдите среднее значение и стандартное отклонение прибыли для каждой компаний.

Сравните результаты их деятельности за 10 лет. Деятельность какой из компаний, по Вашему мнению, более успешна?

Годы	Computers Comp	Точка.ru
2000	14,2	-6,2
2001	12,3	13,3
2002	-16,2	-8,4
2003	15,4	27,3
2004	17,2	28,2
2005	10,3	14,5
2006	-6,3	-2,4
2007	-7,8	-3,1
2008	3,4	15,6
2009	12,2	18,2

Чтобы выяснить, какие суммы тратят студенты второго курса в течении недели, питаясь в студенческой столовой, был проведён опрос 20 случайно отобранных студентов, который дал следующие результаты:

220, 315, 220, 150, 310, 310, 225, 178, 272, 310, 190, 145, 150, 220, 285, 112,150, 320, 310, 220

(данные условные).

Найдите среднюю арифметическую, моду и среднеквадратическое отклонение ряда данных.

Список рекомендуемой литературы

Основная литература:

1. Башмаков, М. И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 10-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2015. - 256 с

2. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для учреждений сред. проф. образования / М. И. Башмаков. - 5-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2014. - 208 с.

Дополнительные источники:

3. Башмаков М. И. Математика. Электронный учеб.-метод. комплекс для студ. учреждений сред. проф. образования. — М.: 2015.

4. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый уровень/ Алимов А.Ш, Колягин Ю.М. и др. – 18-е изд. – М.: Просвещение. 2015. – 464 с.: ил.

5. Богомолов, Н.В. Математика [Текст]: Учеб. для ссузов /Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. – М.: Дрофа, 2014.-396 с.

6. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике [Текст]: учеб. пособие для средних проф. учеб. заведений / Н.В. Богомолов. – 10-е изд., перераб. – М.: Высшая школа, 2015. – 495 с.: ил.

7. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Задачник (базовый уровень) / Мордкович А.Г. и др. - 14-е изд., стер. — М.: 2013. — 271 с.

8. Алгебра и начала математического анализа.10 класс: учеб. Для образоват. учреждений: базовый и профил. уровни/(Ю.М.Колягин, М.В.Ткачева, Н.Е.Федорова, М.И.Шабунин); под ред.А.Б.Жижченко.-4-е изд.-М.:Просвещение,2015.-368 с.: ил.

9. Алгебра и начала математического анализа.11 класс: учеб. Для образоват. учреждений: базовый и профил.уровни/(Ю.М.Колягин, М.В.Ткачева, Н.Е.Федорова, М.И.Шабунин); под ред.А.Б.Жижченко.-3-е изд.-М.:Просвещение,2015.-368 с.: ил.

10. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровень. - М.:Просвещение,2016

11. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Базовый и углубленный уровни. М.: Просвещение, 2015

12. Акимов, О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы, фракталы. /О.Е. Акимов. – М.: Издатель АКИМОВА, 2014.

Дополнительные источники:

Интернет-ресурсы:

13. www.ru.Wikipedia.org
14. www.ru.matformula.ru
15. www.reshebnik.ru
16. www.PlusPi.org
17. www.exponenta.ru
18. http://www.pedsovet.info/info/pages/referats/info_00002.htm
19. Интернет ресурсы:
20. www. fcior. edu. ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).
21. www. school-collection. edu. ru (Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).

<u>Приложение</u>

Некоторые сведения из элементарной математики

Алгебра

Действия над многочленами

$$(a+b+c)m = am + bm + cm;$$

$$(a+b+c)(m+n) = a(m+n) + b(m+n) + c(m+n) =$$

$$= am + an + bm + bn + cm + cn$$

$$\frac{a+b+c}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m}.$$

Действия над дробями

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd};$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

Формулы сокращённого умножения и деления

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b);$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

Действия со степенями

$$a^m a^n = a^{m+n};$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n};$$

$$(ab)^m = a^m b^m;$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n};$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m};$$

$$a^0 = 1;$$

$$(a \neq 0);$$

$$1^a = 1;$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m};$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Действия с корнями

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m};$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}};$$

$$\frac{b}{\sqrt[n]{a}} = \frac{b\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a};$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}};$$

$$\frac{c}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{c\left(\sqrt{a} \pm \sqrt{b}\right)}{a - b}.$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a};$$

Комплексные числа

Алгебраическая форма

$$a + bi,$$

Где a – действительная часть комплексного числа;

b – мнимая часть;

i – мнимая единица $i = \sqrt{-1};\ i^2 = -1.$

Действия над комплексными числами

$$(a + bi) \pm \left(a^/ + b^/ i\right) = \left(a \pm a^/\right) + \left(b \pm b^/\right)i;$$

$$(a + bi) + (a - bi) = 2a.$$

Решение уравнений

► Уравнение первой степени $ax = b$.

Решение: $x = \frac{b}{a} (a \neq 0)$.

► Система двух уравнений первой степени

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1; \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

Решение;

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}; \\ y &= \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}; \end{aligned}\right\} (a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0)$$

► Квадратные уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ - общего вида.

Решение: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Если $b^2 = 4ac$, то корни действительные и равные, если $b^2 > 4ac$, то действительные и неравные, если $b^2 < 4ac$, то комплексно-сопряжённые.

$x^2 + px + g = 0$ – приведённое уравнение.

Решение: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4}} - g$.

Теорема Виетта

$$x_1 + x_2 = -p = -\frac{b}{a}; \qquad x_1 \cdot x_2 = g = \frac{c}{a}.$$

Прогрессия

► Арифметическая прогрессия:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n;$$

$$a_2 = a_1 + d;$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d;$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

где a_n – n – й – член арифметической прогрессии;

d – разность прогрессии.

► Геометрическая прогрессия:

$$a_1, a_2, a_{3,} \dots, a_{n-1,} a_n;$$

$$a_2 = a_1 \cdot g;$$

$$a_3 = a_2 g = a_1\, g^2;$$

$$a_n = a_1 g^{n-1},$$

где a_n – n – й – член геометрической прогрессии;

g - знаменатель прогрессии.

Логарифмы

Логарифм – это показатель степени, в которую надо возвести данное основание, чтобы получить данное число.

$\log_b N = x \quad b^{\,x} = N$ ($b -$ основание);

$a^{\log_a N} = N -$ основное логарифмическое тождество;

$\log_a a^N = N$;

$\log_a \left(\frac{1}{N}\right) = -\log_a N$;

$\log_a a = 1; \log_a 1 = 0$;

$\log_b(mn) = \log_b m + \log_b n -$ формула для логарифма произведения;

$\log_a \left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n -$ формула для логарифма частного;

$\log_b m^n = n \log_b m -$ формула для логарифма степени;

$\log_b \sqrt[n]{m} = \frac{1}{n} \log_b m$;

$\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b}$;

$$\log_a N = \frac{\log_c N}{\log_c a};$$

$$\log_a nN = \frac{1}{n}\log_a N.$$

Десятичные логарифмы

$$\lg N = x \quad 10^x = N$$

(основание логарифма $b = 10$).

Натуральные логарифмы

$$\ln N = x; \quad e^x = N.$$

Основание логарифма $e = 2{,}718 \ldots \approx 2{,}7.$

На пример, $\ln 6 = 1{,}79.$ Это значит, что $e^{1{,}79} = 6.$

$\ln N = \ln 10 \cdot \lg N \approx 2{,}3 \lg N;$

$\lg N = \lg e \,.\ln \mathrm{N} \approx 0{,}43 \ln \mathrm{N}.$

Геометрия

А. Плоские фигуры

1. Равносторонний треугольник

a – сторона, h – высота, S – площадь

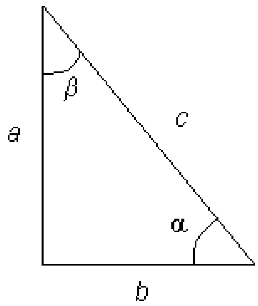
$$a = \frac{2}{3}\sqrt{3h} \approx 1{,}56;$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \approx 0{,}87;$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \approx 0{,}43a^2;$$

$$S = \frac{h^2\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}58h^2.$$

2. Прямоугольный треугольник



a, b − катеты, c − гипотенуза

$c^2 = a^2 + b^2$

$S = \frac{ab}{2}$

3. Квадрат

a – сторона, d – диагональ, S – площадь

$a = \frac{\sqrt{2}}{2} d \approx 0{,}7d;$

$d = a\sqrt{2} \approx 1{,}4a;$

$S = a^2.$

4. Прямоугольник и параллелограмм

a – основание,h – высота, S – площадь;

$$S = a \cdot h.$$

5. Ромб

D – большая диагональ, d – малая диагональ;

$$S = \frac{Dd}{2}.$$

5. Трапеция

b – основание,h – высота;

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h.$$

6. Круг

C – длина окружности, R – радиус,

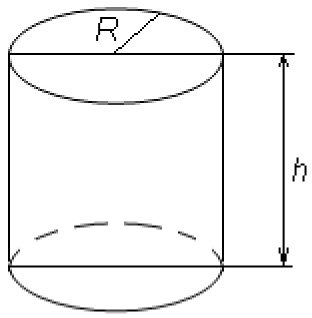
d– диаметр, S – площадь.

$$S = \pi R^2 = 3{,}14R^2; \qquad S = \frac{\pi d^2}{4} = 0{,}79d^2;$$

$$C = \pi d = 3{,}14d; \qquad C = 2\pi R = 6{,}28R.$$

Б. Объёмы и поверхности

1. Цилиндр



h - высота,

R - радиус основания,

$S_{\text{осн}} -$ площадь основания,

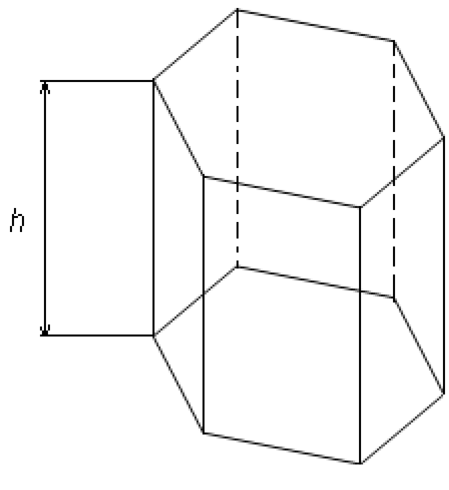
V – объём,

$S_{\text{бок}}$ - площадь боковой поверхности.

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h = \frac{\pi d^2}{4} h,$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi Rh = \pi dh.$$

2. Призма



h - высота,

$S_{осн}$ – площадь основания,

V – объём,

$S_{бок}$ - площадь боковой поверхности.

p- периметр основания.

$$V = S \cdot h;$$

$$S_{бок} = p \cdot h.$$

3. Шар

R – радиус, d – диаметр,

S – площадь поверхности, V – объем.

$S=4\pi R^2 = \pi d^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi}{6} d^3$.

ТРИГОНОМЕТРИЯ.

22. Радианное измерение угла

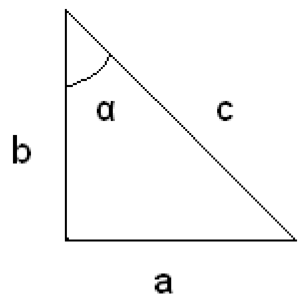
1 радиан $= \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 17$;

$1^\circ = \frac{\pi}{180}$ радиан = 0,0175 радиан;

$1' = \frac{\pi}{180 \cdot 60}$ радиан ≈ 0,00029 радиан.

Углы в градусах α^o	1^o	30^o	45^o	60^o	90^o	180^o	270^o	360^o
Углы в Радиа-нах $\alpha_{1\ рад}$	0,0175	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π

23. Тригонометрические функции



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$;

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$;

$tg\alpha = \frac{a}{b}$;

$ctg\alpha = \frac{b}{a}$.

3. Значение тригонометрических функций

α	0^o	30^o	45^o	60^o	90^o	120^o	180^o	270^o	360^o
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	1

tgα	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	0	∞	0
ctgα	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	∞	0	∞
sesα	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-2	-1	∞	1
cosecα	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	∞	-1	∞

4. Основные тождества

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;$

$1 + ctg^2\,\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} = cosec^2\,\alpha;$

$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1;$

$sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha};$

$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{ctg\alpha};$

$1 + tg^2\,\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} = sec^2\,\alpha.$

$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{tg\alpha};$

$cosec\alpha = \frac{1}{\sin\alpha};$

5. Формулаприведения

sin (90º - α)= +cosα;

cos (90º - α)= +sinα;

sin (90º + α)= +cosα;

cos (90º + α)= -sinα;

sin (180º - α)= +sinα;

cos (180º - α)= -cosα;

sin (180º -+α)= -sinα;

cos (180º + α)= -cosα;

sin (270º - α)= -cosα;

cos (270º - α)= -sinα;

sin (360º + α)= +sinα;

cos (270º + α)= +sinα;

sin (270º + α)= -cosα;

cos (360º - α)= +cosα;

sin (360º - α)= -sinα;

cos (360º + α)= +cosα;

tg (90º- α)= +ctgα;

ctg (90º- α)= +tgα;

tg (90º+ α)= -ctgα;

ctg (90º+ α)= -tgα;

tg (180º- α)= -tgα;

ctg (180º- α)= -ctgα;

tg (180º+ α)= +tgα; ctg (180º+ α)= +ctgα;

tg (270º- α)= +ctgα; ctg (270º- α)= +tgα;

tg (270º+ α)= -ctgα; ctg (270º+ α)= -tgα;

tg (360º- α)= -tgα; ctg (360º- α)= -ctgα;

tg (360º-+α)= +tgα; ctg (360º+ α)= +ctgα.

6. Формула сложения и вычитания

sin (α ± β)= sinα · cosβ ± cosαsinβ**;**

cos (α ± β)= cosα · cosβ ± sinαsinβ**;**

tg (α ± β)= (tgα ± tgβ) ÷ (1 ± tgαtgβ)**;**

ctg (α + β)= (ctgαctgβ ±1) ÷ (ctgβ ± ctgα)**;**

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\mathrm{tg}\alpha \pm \mathrm{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$;

$\mathrm{ctg}\alpha \pm \mathrm{ctg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$;

$\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \cos^2\alpha = \sin(\beta \pm \alpha) \cdot \sin(\alpha - \beta)$;

$\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \sin^2\alpha = \cos(\beta + \alpha) \cdot \cos(\alpha - \beta)$.

7. Формула преобразования произведения

$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)}{2}$;

$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)}{2}$;

$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)}{2}$;

tgα · tgβ = (tgα + tgβ) ÷ (ctgα + ctgβ) = -(tgα – tgβ) ÷ (ctgα – ctgβ);

ctgα · tgβ = (ctgα + tgβ) ÷ (tgα + ctgβ) = -(ctgα – tgβ) ÷ (tgα – ctgβ);

ctgα · tgβ = (ctgα + ctgβ) ÷ (tgα + tgβ) = -(ctgα – ctgβ) ÷ (tgα – tgβ).

8. Формула двойных, тройных и половинных углов

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$;

$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$;

$\sin 3\alpha = 3\sin\beta - 4\sin^3\alpha$;

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1\text{-}2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$;

$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$;

$$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = \frac{2}{ctg\alpha - tg\alpha};$$

$$tg\alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}};$$

$$tg3\alpha = \frac{3tg\alpha - tg^3\alpha}{1-3tg^2\alpha};$$

$$ctg2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha} = \frac{ctg\alpha - tg\alpha}{2};$$

$$ctg\alpha = \frac{ctg^2\frac{\alpha}{2} - 1}{2ctg\frac{\alpha}{2}};$$

$$ctg3\alpha = \frac{ctg^3\alpha - 3ctg\alpha}{3ctg^2\alpha - 1};$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}};$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}};$$

$$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}};$$

$\text{ctg}\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \dfrac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$;

$\sin\alpha = \dfrac{2tg\dfrac{\alpha}{2}}{1+tg^2\dfrac{\alpha}{2}}$;

$\cos\alpha = \dfrac{1-2tg\dfrac{\alpha}{2}}{1+tg^2\dfrac{\alpha}{2}}$;

$\cos\alpha \pm \sin\alpha = \sqrt{1\pm\sin 2\beta\alpha}$.

9. Степени синуса и косинуса

$2\sin^2\alpha = 1 - \cos2\alpha$;

$2\cos^2\alpha = 1 + \cos2\alpha$;

$2\sin^2\dfrac{\alpha}{2} = 1 - \cos2\alpha$;

$2\cos^2\dfrac{\alpha}{2} = 1 + \cos2\alpha$;

$4\sin^3\alpha = 3\sin\alpha - \sin3\alpha$;

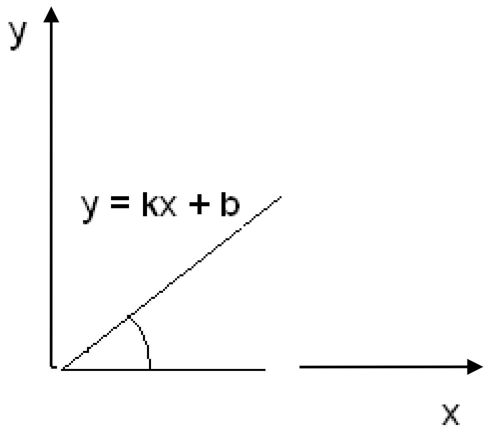
$4\cos^3\alpha = 3\cos\alpha - \cos3\alpha$;

ЭЛЕМЕНРАТНЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

1. Линейная функция

Уравнение прямой $y = kx + b$,

где k и b- некоторые действительные числа.



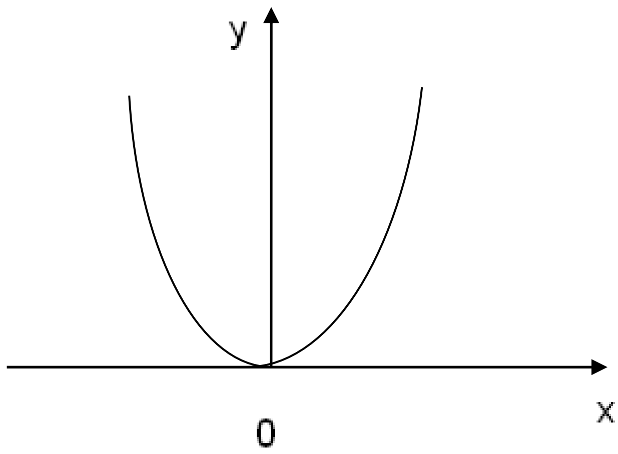
tg α = k- угловой коэффициент

прямой.

2. Квадратная функция

$y = ax^2 + bx + bc$,

где a, b, c, - некоторые действительные числа.



$y = ax^2$. График этой функции – парабола.

24. $y = \frac{k}{x}$. График этой функции – гипербола

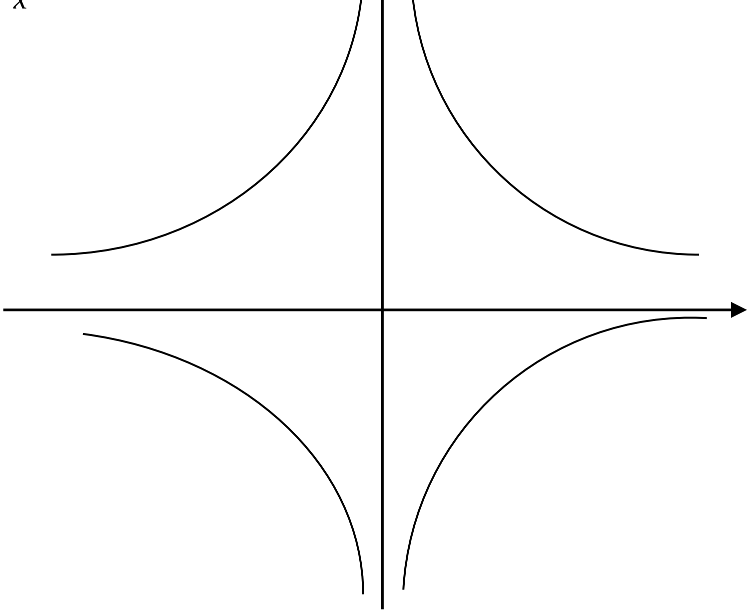


Таблица производных основных элементарных функций и производных сложных функций

$y = f(x)$	$y' = f'(x)$	$y=f(u), u = \varphi(x)$	$y' = f'(u) \cdot u'$
$y = x^a$	$(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$	$y = u^a$	$y' = a \cdot u^{a-1} \cdot u'$
$y = \sqrt{x}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{u}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$
$y = \frac{1}{x}$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$y = \frac{1}{u}$	$y' = -\frac{1}{u^2} \cdot u'$
$y = a^x$	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$y = a^u$	$y' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$
$y = e^x$	$(e^x)' = e^x$	$y = e^u$	$y' = e^u \cdot u'$
$y = \log_a x$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$y = \log_a u$	$y' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$
$y = \ln x$	$(\ln x)'=\frac{1}{x}$	$y = \ln u$	$y' = \frac{1}{u} \cdot u'$
$y = \sin x$	$(\sin x)'=\cos x$	$y = \sin u$	$y' = \cos u \cdot u'$
$y = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$y = \cos u$	$y' = -\sin u \cdot u'$
$y = \mathrm{tg}x$	$(\mathrm{tg}x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$y = \mathrm{tg}u$	$y' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$
$y = \mathrm{ctg}x$	$(\mathrm{ctg}x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$y = \mathrm{ctg}u$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$
$y = \arcsin x$	$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \arcsin u$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
$y = \arccos x$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \arccos u$	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$
$y = \mathrm{arctg}x$	$(\mathrm{arctg}x)' = \frac{1}{1+x^2}$	$y = \mathrm{arctg}u$	$y' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$
$y = \mathrm{arcctg}x$	$(\mathrm{arcctg}x)' = -\frac{1}{1+x^2}$	$y = \mathrm{arcctg}u$	$y' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$

∫f(x)dx= F(x)+c   F'(x)= f(x)   ∫f(u)du= F(u) + C

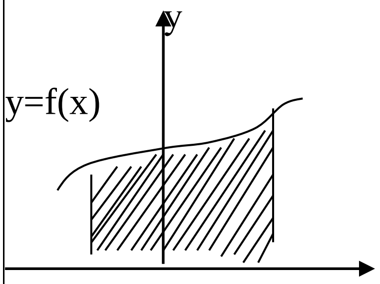
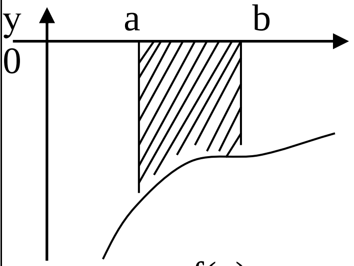
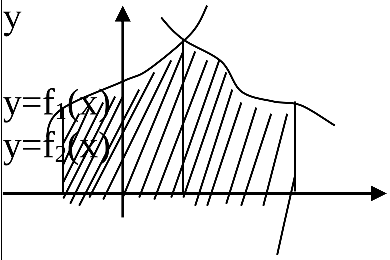
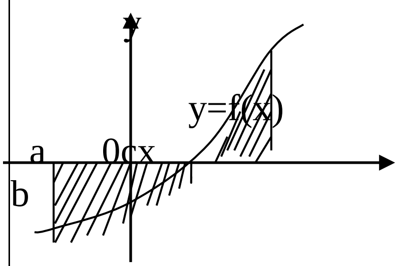
Таблица основных дифференциалов функции

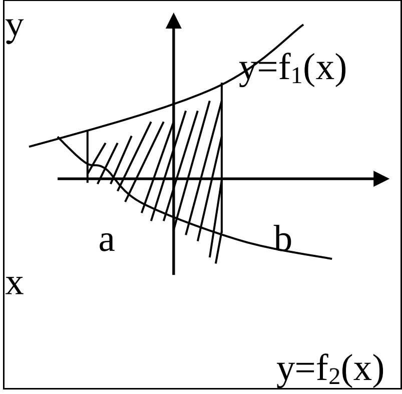
$\boldsymbol{df(x) = f^{/}(x)dx}$	$\boldsymbol{f^{/}(x)dx = df(x)}$
$dx = \frac{1}{a} d(ax+b)$	$dx = d(x+b)$
$dx = \frac{1}{a} d(ax)$	$\frac{1}{x} dx = d \ln x$
$\cos x\, dx = d \sin x$	$\sin x\, dx = -d \cos x$
$xdx = d\left(\frac{x^2}{2}\right) = \frac{1}{2} dx^2$	$\frac{1}{\cos^2 x} dx = d\, \mathrm{tg}x$
$x^a dx = d\left(\frac{x^{a+1}}{a+1}\right) = \frac{1}{a+1} dx^{a+1}$	$a^x\, \mathrm{d}x = d \frac{a^x}{\ln a} = \frac{1}{\ln a} da^x$
$\frac{1}{x^2} dx = d\left(-\frac{1}{x}\right) = -d\left(\frac{1}{x}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx =$darcsin$x$
$\frac{1}{\sin^2 x} dx = d(-\mathrm{ctg}x) = -d\mathrm{ctg}x$	$\frac{1}{1+x^2} dx = d\, \mathrm{arctg}x$
$e^x dx = de^x$	$adx = d(ax)$

Таблицаинтегралов

1.	$\int 0dx = C$	$C' = 0$	$\int 0du = C$
2.	$\int dx = x + C$	$(x + C)' = 1$	$\int du = x + C$
3.	$\int xdx = \frac{x^2}{2} - C$	$\left(\frac{x^2}{2}\right)' = x$	$\int udu = \frac{u^2}{2} + C$
4.	$\int x^a dx = \frac{x^{a \cdot 1}}{a+1} + C$	$\left(\frac{x^{a \cdot 1}}{x+1}\right) = \frac{1}{a+1}\left(x^{a \cdot 1}\right) = x^a$	$\int ц^a du = \frac{u^{a \cdot 1}}{a+1} + C$
5.	$\int a' dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\left(\frac{a^x}{\ln a}\right)' = \frac{a^x \ln a}{\ln a} = a^x$	$\int a^n du = \frac{a^n}{\ln a} + C$
6.	$\int a' dx = c' + C$	$(e')' = c'$	$\int e' du = e' + C$
7.	$\int \sin xdx = -\cos x + C$	$(-\cos x)' = \sin x$	$\int \sin udu = -\cos u + C$
8.	$\int \cos xdx = \sin x + C$	$(\sin x)' = \cos x$	$\int \cos udu = \sin u + C$
9.	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctg + C$	$(-ctgx)' = \frac{1}{\sin^2 x}$	$\int \frac{dx}{\sin^2 u} = -ctgu + C$
10.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = lgx + C$	$(lgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\int \frac{du}{\cos^2 x} = lgu + C$
11.	$\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x \rvert + C$	$(\ln\lvert x \rvert)' = \frac{1}{x}$	$\int \frac{du}{u} = \ln\lvert u \rvert + C$
12.	$\int \frac{вч}{\sqrt{1-x^2}} =$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} =$
		$(-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	
13.	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$	$\left(\arcsin \frac{x}{a}\right)' = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$

Площадь криволинейной трапеции

Вид фигуры	Условия	Формула для нахождения площади
 y y=f(x) a 0 b x криволинейная трапеция	y= f(x)b – непрерывна u f(x) ≥ 0 на [a ; b]	$S=\int_a^b f(x)dx= F(x)\Big/_a^b= F(b) – F(a)$
 y a b x 0 y=f(x)	y=f(x)- непрерывна u f(x) ≤ 0 на [a ; b]	$S=-\int_a^b f(x)dx=-F(x)\Big/_a^b = - (F(b)-F(a))$ (правило 1)
 y $y=f_1(x)$ $y=f_2(x)$ a c b x	f1(x)- непрерывна u f1(x) ≥ 0 на: [a ; c] u f2(x) – непрерывна u f2(x) ≥ 0 на [c ; b]	$S=\int_a^c f1(x)dx + \int_c^b f2(x)dx$ (правило 2)
 y y=f(x) a 0cx b	y=f(x)- непрерывна на [a ; b] f(x) ≤ 0 на: [a ; c] f(x) ≥ 0 на [c ; b]	$S=-\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ (правило 3)

	$y=f(x)$- непрерывна на $[a ; b]$ $y=f(x)$- непрерывна на $[a ;b]$ u $F_1(x) \geq f_2(x)$ на $[a ; b]$	$S=\int_a^b(f_1(x) - f_2(x))dx$ (правило 4)