

Министерство образования и науки Челябинской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Южно-Уральский государственный технический колледж»

**Методические рекомендации
по выполнению практических работ
по учебной общеобразовательной дисциплине
«МАТЕМАТИКА**

(часть 1)

Челябинск, 2020

РЕЦЕНЗИЯ

на методические рекомендации по проведению практических работ в средних специальных учебных заведениях со студентами 1 курсов для специальностей технического профиля по дисциплине «Математика», составленные преподавателями ЮУрГТК Мазуриной И.А., Тавхутдиновой Э.Х., Фаизовой Э.Ф.

Настоящие методические рекомендации рассчитаны на 100 часов и предполагают формирование у студентов умений и навыков, основанных на знании важнейших фактов, понятий, математических законов и теорий.

Методические рекомендации включают в себя перечень практических работ, требования к оформлению отчетов, критерии оценивания при выполнении работ, содержание работ.

В содержании практических работ четко прослеживаются цели и ход работы, даны контрольные вопросы.

Большое внимание в методических рекомендациях уделено разработке требований к уровню овладения студентами обязательного минимума содержания образования.

Данный вариант методических рекомендаций по проведению практических работ разработан на должном методическом уровне и может быть рекомендован для подготовки выпускников соответствующих специальностей технического профиля.

Рецензент:
Преподаватель высшей
квалификационной категории
«Южно-Уральского
многопрофильного колледжа»


Н.Р. Белова

*Подпись Беловой Н.Р.
заверено зам. директора
по УР Кук (Беловой Н.Р.)*

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации для практических занятий по учебной дисциплине «Математика» предназначены для студентов 1 курса, обучающихся по специальностям технического профиля.

Практические занятия являются важным элементом учебной дисциплины. В процессе выполнения практических работ обучающиеся систематизируют и закрепляют полученные теоретические знания, развивают интеллектуальные и профессиональные умения, формируют элементы компетенций будущих специалистов.

Программой учебной дисциплины «Математика» предусмотрено 100 практических занятий, направленных **на достижение следующих результатов:**

Личностных:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

Метапредметных:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

Предметных:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире;

применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач. Описание каждого практического занятия содержит номер, тему и цель работы, формируемые в процессе выполнения работы результаты и виды деятельности, при необходимости примеры выполнения заданий, варианты заданий, описание алгоритма выполнения работы и критерии оценивания.

Для получения дополнительной, более подробной информации по основным вопросам учебной дисциплины в конце методических рекомендаций приведен перечень информационных источников.

Отчеты студентов по практическим занятиям должны выполняться в рабочих тетрадях, содержать номер, тему и цель работы, выполненные задания и их результаты.

Задания практических работ направлено на освоение студентами основных видов деятельности:

| Содержание обучения | Характеристика основных видов деятельности студентов (на уровне учебных действий) |
|---------------------|--|
| Введение | Ознакомление с ролью математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Ознакомление с целями и задачами изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО |
| Алгебра | |

| | |
|---|--|
| Развитие понятия о числе | <p>Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы.</p> <p>Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной); сравнение числовых выражений.</p> <p>Нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях (относится ко всем пунктам программы)</p> |
| Корни, степени, логарифмы | <p>Ознакомление с понятием корня n-й степени, свойствами радикалов и правилами сравнения корней.</p> <p>Формулирование определения корня и свойств корней.</p> <p>Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня.</p> <p>Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы.</p> <p>Выполнение расчетов по формулам, содержащим радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.</p> <p>Определение равносильности выражений с радикалами.</p> <p>Решение иррациональных уравнений.</p> <p>Ознакомление с понятием степени с действительным показателем.</p> <p>Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства.</p> <p>Записывание корня n-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот.</p> <p>Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней.</p> <p>Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Решение показательных уравнений.</p> <p>Ознакомление с применением корней и степеней при вычислении средних, делении отрезка в «золотом сечении».</p> <p>Решение прикладных задач на сложные проценты</p> |
| Преобразование алгебраических выражений. | <p>Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов.</p> <p>Определение области допустимых значений логарифмического выражения. Решение логарифмических уравнений.</p> |
| ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ | |
| Основные понятия | <p>Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой. Изображение углов вращения</p> |

| | |
|---|--|
| | <p>на окружности, соотнесение величины угла с его расположением.</p> <p>Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и острых углов прямоугольного треугольника и объяснение их взаимосвязи</p> |
| Основные тригонометрические тождества | Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них. |
| Преобразования простейших тригонометрических выражений | Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его. Ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения. |
| Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства | <p>Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений.</p> <p>Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.</p> <p>Умение отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств.</p> |
| Арксинус, арккосинус, арктангенс числа | <p>Ознакомление с понятием обратных тригонометрических функций.</p> <p>Изучение определений арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа, формулирование их, изображение на единичной окружности, применение при решении уравнений</p> |
| ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ | |
| Функции. Понятие о непрерывности функции. | <p>Ознакомление с понятием переменной, примерами зависимостей между переменными.</p> <p>Ознакомление с понятием графика, определение принадлежности точки графику функции. Определение по формуле простейшей зависимости, вида ее графика.</p> <p>Выражение по формуле одной переменной через другие.</p> <p>Ознакомление с определением функции, формулирование его.</p> <p>Нахождение области определения и области значений</p> |

| | |
|---|---|
| | функции. |
| Свойства функции. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях | <p>Ознакомление с примерами функциональных зависимостей в реальных процессах из смежных дисциплин.</p> <p>Ознакомление с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции.</p> <p>Составление видов функций по данному условию, решение задач на экстремум.</p> |
| Обратные функции | <p>Изучение <i>понятия обратной функции, определение вида и построение графика обратной функции, нахождение ее области определения и области значений.</i></p> <p>Применение свойств функций при исследовании уравнений и решении задач на экстремум.</p> <p>Ознакомление с понятием сложной функции.</p> |
| Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции | <p>Вычисление значений функций по значению аргумента.</p> <p>Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот.</p> <p>Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов.</p> <p>Построение графиков степенных и логарифмических функций.</p> <p>Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.</p> <p>Ознакомление с понятием</p> |

| | |
|---------------------------------------|---|
| | <p>непрерывной периодической функции, формулирование свойств синуса и косинуса, построение их графиков.</p> <p>Ознакомление с понятием гармонических колебаний и примерами гармонических колебаний для описания процессов в физике и других областях знания.</p> <p>Ознакомление с понятием разрывной периодической функции, формулирование свойств тангенса и котангенса, построение их графиков.</p> <p>Применение свойств функций для сравнения значений тригонометрических функций, решения тригонометрических уравнений.</p> <p><i>Построение графиков обратных тригонометрических функций и определение по графикам их свойств.</i></p> |
| НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА | |
| Последовательности | <p>Ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов.</p> <p><i>Ознакомление с понятием предела последовательности.</i></p> <p>Ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> <p>Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.</p> |
| Производная и ее применение | <p>Ознакомление с понятием производной.</p> <p>Изучение и формулирование ее механического и геометрического смысла, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.</p> <p>Составление уравнения касательной в общем виде.</p> <p>Усвоение правил дифференцирования, таблицы</p> |

| | |
|---|--|
| | <p>производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций, составления уравнения касательной.</p> <p>Изучение теорем о связи свойств функции и производной, формулировка их.</p> <p>Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой.</p> <p>Установление связи свойств функции и производной по их графикам.</p> <p>Применение производной для решения задач на нахождение.</p> |
| Первообразная и интеграл | <p>О з н а к о м л е н и е с п о н я т и е м интеграла и первообразной.</p> <p>И з у ч е н и е п р а в и л а в ы ч и с л е н и я первообразной и теоремы Ньютона – Лейбница.</p> <p>Р е ш е н и е з а д а ч н а с в я з ь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции.</p> <p>Р е ш е н и е з а d а ч н а п р и м е н е н и е интеграла для вычисления физических величин и площадей</p> |
| УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА | |
| Уравнения и системы уравнений Неравенства и системы неравенств с двумя переменными | <p>О з н а к о м л е н и е с п р о с т е й ш и м и сведениями о корнях алгебраических уравнений, понятиями исследования уравнений и систем уравнений.</p> <p>И з у ч е н и е т е о р и и равносильности уравнений и ее применения. Повторение записи решения стандартных уравнений, приемов преобразования уравнений для сведения к стандартному</p> |

| | |
|---|--|
| | <p>у р а в н е н и ю.</p> <p>Р е ш е н и е р а ц и о н а л ь н ы х, и р р а ц и о н а л ь н ы х, п о к а з а т е л ь н ы х и т р и г о н о м е т р и ч е с к и х у р а в н е н и й и с и с т е м.</p> <p>И с п о л ь з о в а н и е с в о й с т в и г р а ф и к о в ф у н к ц и й д л я р е ш е н и я у р а в н е н и й.</p> <p>П о в т о р е н и е о с н о в н ы х п р и е м о в р е ш e н и я с и с т e м.</p> <p>Р е ш e н и e у р а в н e н и й с п р и м e н e н и e м в с e х п р и e м o в (р а з л о ж e н и я н а м н о ж и т e л и, в в e д e н и я н о в ы х н e и з в e с т н ы х, п o д с т а н o в к и, г р a ф и ч e с к o г o м e т o д a).</p> <p>Р e ш e н и e с и с т e м у р a в н e н и й с п р и м e н e н и e м р a з л и ч н ы х с п o с o б o в.</p> <p>О з н a к o м л e н и e с o б щ и м и в o п р o с a м и р e ш e н и я н e р a в e н с т в и и с п o л ь з o в a н и e с в o й с т в и г р a ф и к o в ф у н к ц и й п р и р e ш e н и и н e р a в e н с т в.</p> <p>Р e ш e н и e н e р a в e н с т в и с и с т e м н e р a в e н с т в с п р и м e н e н и e м р a з л и ч н ы х с п o с o б o в.</p> <p>П р и м e н e н и e м a т e м a т и ч e с к и х м e т o д o в д л я р e ш e н и я c o д e р ж a т e л ь н ы х з a д a ч и з р a з л и ч н ы х o б л a c т e й н a y к и и п р a к т и к и. И н т e р п р e т и р o в a н и e р e з y л ь т a т o в c y ч e т o м р e a л ь н ы х o г р a н и ч e н и й</p> |
| ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ | |
| Основные понятия | И з y ч e н и e п р a в и л a |

| | |
|---|--|
| комбинаторики | <p>комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач.</p> <p>Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения.</p> <p>Ознакомление с понятиями комбинаторики:</p> <p>размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления.</p> <p>Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.</p> <p>Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля.</p> <p>Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики.</p> |
| Элементы теории вероятностей | <p>Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей.</p> <p>Рассмотрение примеров вычисления вероятностей.</p> <p>Решение задач на вычисление вероятностей событий.</p> |
| Представление данных (таблицы, диаграммы, графики) | <p>Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками.</p> <p>Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик</p> |

ГЕОМЕТРИЯ

| | |
|---|---|
| <p>Прямые и плоскости в пространстве</p> | <p>Ф о р м у л и р о в к а и п р и в е д е н и е д о к а з а т е л ь с т в п р и з н а к о в в з а и м н о г о р а с п о л о ж е н и я п р я м ы х и п л о с к о с т е й .</p> <p>Р а с п о з н а в а н и е н а ч е р т е ж а х и м о д е л я х р а з л и ч н ы х с л у ч а е в в з а и м н о г о р а с п о л о ж е н и я п р я м ы х и п л о с к о с т е й , а р г у м е н т и р о в а н и е с в о и х с у ж д е н и й .</p> <p>Ф о р м у л и р о в а н и е о п р е д е л е н и й , п р и з н а к о в и с в о й с т в п а р а л л е л ь н ы х и п е р п е н д и к у л я р н ы х п л о с к о с т е й , д в у г р а н н ы х и л и н е й н ы х у г л о в .</p> <p>В ы п о л н е н и е п о с т р о е н и я у г л о в м е ж д у п р я м ы м и , п р я м о й и п л о с к о с т ь ю , м е ж д у п л о с к о с т я м и п о о п и с а н и ю и р а с п о з н а в а н и е и х н а м о д е л я х .</p> <p>П р и м е н е н и е п р и з н а к о в и с в о й с т в р а с п о л о ж е н и я п р я м ы х и п л о с к о с т е й п р и р е ш е н и и з а д а ч .</p> <p>И з о б р а ж е н и е н а р и с у н к а х и к о н с т р у и р о в а н и е н а м о д е л я х п е р п е н д и к у л я р о в и н а к л о н н ы х к п л о с к о с т и , п р я м ы х , п а р а л л е л ь н ы х п л о с к о с т е й , у г л о в м е ж д у п р я м о й и п л о с к о с т ь ю и о б о с н о в а н и е п о с т р о е н и я .</p> <p>Р е ш е н и е з a d a ч н а в ы ч и с л е н и е г е о м е т р и ч е с к и х в е л и ч и н .</p> <p>О п и с ы в а н и е р а с с т о я н и я o t т o ч к и д o п л o с к o с т и , o t</p> |
|---|---|

| | |
|----------------------|--|
| | <p>прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.</p> <p>Формулирование и доказывание основных теорем о расстояниях (теорем существования, свойства).</p> <p>Изображение на чертежах и моделях расстояния и обоснование своих суждений.</p> <p>Определение и вычисление расстояний в пространстве.</p> <p>Применение формул и теорем планиметрии для решения задач.</p> <p>Ознакомление с понятием параллельного проектирования и его свойствами. Формулирование теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.</p> <p>Применение теории для обоснования построений и вычислений.</p> <p>Аргументирование своих суждений о взаимном расположении пространственных фигур</p> |
| Многогранники | <p>Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.</p> <p>Изображение многогранников и выполнение построения на</p> |

| | |
|------------------------------------|--|
| | <p>изображениях и моделях многогранников.</p> <p>Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.</p> <p>Характеристика и изображение сечения, развертки многогранников, вычисление площадей поверхностей.</p> <p>Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии.</p> <p>Ознакомление с видами симметрий в пространстве, формулирование определений и свойств. Характеристика симметрии тел вращения и многогранников.</p> <p>Применение свойств симметрии при решении задач.</p> <p>Использование приобретенных знаний для исследования и моделирования несложных задач.</p> |
| Тела и поверхности вращения | <p>Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств.</p> <p>Формулирование теорем о сечении шара плоскостью и плоскости, касательной к сфере.</p> <p>Характеристика и</p> |

| | |
|------------------------------|---|
| | <p>изображение тел вращения, их развертки, сечения.</p> <p>Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей.</p> <p>Проведение доказательных рассуждений при решении задач.</p> <p>Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.</p> <p>Изображение основных круглых тел и выполнение рисунка по условию задачи.</p> |
| Измерения в геометрии | <p>Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами.</p> <p>Решение задач на вычисление площадей плоских фигур с применением соответствующих формул и фактов из планиметрии.</p> <p>Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов.</p> <p>Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения.</p> <p>Ознакомление с методом вычисления площади поверхности сферы.</p> <p>Решение задач на вычисление площадей поверхности</p> |

| | |
|-----------------------------|--|
| | пространственных тел. |
| Координаты и векторы | <p>Ознакомление с понятием вектора. Изучение декартовой системы координат в пространстве, построение по заданным координатам точек и плоскостей, нахождение координат точек.</p> <p>Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками. Изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами. Применение теории при решении задач на действия с векторами.</p> <p>Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.</p> <p>Ознакомление с доказательствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и</p> |

| | |
|--|--------------------------------------|
| | плоскостей с использованием векторов |
|--|--------------------------------------|

Перечень практических работ

| № | Тема | часы |
|----|--|------|
| 1 | Решение основных задач на проценты. Вычисление сложных процентов. | 2 |
| 2 | Выполнение приближенных вычислений. Вычисление абсолютной и относительной погрешностей вычисления, сравнение числовых выражений. | 2 |
| 3 | Выполнение действий над комплексными числами, заданными в алгебраической форме. | 2 |
| 4 | Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом. | 2 |
| 5 | Преобразование алгебраических выражений. | 2 |
| 6 | Вычисление и сравнение корней. | 2 |
| 7 | Преобразование выражений, содержащих радикалы. | 2 |
| 8 | Преобразование выражений, содержащих степени с рациональными показателями. | 2 |
| 9 | Преобразование выражений, содержащих степени с действительными показателями. | 2 |
| 10 | Вычисление и сравнение степенных выражений. | 2 |
| 11 | Вычисление и сравнение логарифмов. | 2 |
| 12 | Применение основного логарифмического тождества. | 2 |
| 13 | Применение основных правил логарифмирования. | 2 |
| 14 | Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы. | 2 |
| 15 | Исследование свойств линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. | 2 |
| 16 | Нахождение области определения и области значений функции. | 2 |
| 17 | Исследование свойств функции: монотонность, четность, ограниченность, периодичность. | 2 |
| 18 | Построение графика степенной функции. | 2 |
| 19 | Построение графика показательной функции. | 2 |
| 20 | Построение графика логарифмической функции | 2 |
| 21 | Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия, растяжение и сжатие вдоль осей координат. | 2 |
| 22 | Решение рациональных уравнений и неравенств. | 2 |
| 23 | Решение неравенств методом интервалов. | 2 |
| 24 | Решение иррациональных уравнений и неравенств. | 2 |
| 25 | Решение показательных уравнений. | 2 |
| 26 | Решение показательных неравенств. | 2 |
| 27 | Решение логарифмических уравнений. | 2 |
| 28 | Решение логарифмических неравенств. | 2 |
| 29 | Решение систем уравнений и неравенств с применением различных методов. | 2 |
| 30 | Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств. | 2 |
| 31 | Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. | 2 |
| 32 | Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой. | 2 |

| | | |
|----|---|---|
| 33 | Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них. | 2 |
| 34 | Выполнение тождественных преобразований с помощью формул приведения. | 2 |
| 35 | Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. | 2 |
| 36 | Исследование свойств и построение графиков тригонометрических функций. Гармонические колебания. | 2 |
| 37 | Исследование свойств и построение графиков обратных тригонометрических функций. | 2 |
| 38 | Выполнение тождественных преобразований с помощью формул сложения. | 2 |
| 39 | Выполнение тождественных преобразований с помощью формул удвоенного аргумента. | 2 |
| 40 | Выполнение тождественных преобразований с помощью формул половинного аргумента. | 2 |
| 41 | Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение. | 2 |
| 42 | Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму. | 2 |
| 43 | Преобразование тригонометрических выражений. | 2 |
| 44 | Решение уравнений вида $y = \cos x$ и $y = \sin x$. | 2 |
| 45 | Решение уравнений вида $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$. | 2 |
| 46 | Основные методы решения тригонометрических уравнений. | 2 |
| 47 | Решение тригонометрических неравенств. | 2 |
| 48 | Числовая последовательность, способы ее задания. Вычисление предела последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая последовательность. | 2 |
| 49 | Геометрический и механический смысл производной. | 2 |
| 50 | Составление уравнения касательной в общем виде. | 2 |
| 51 | Применение основных правил дифференцирования. | 2 |
| 52 | Вычисление производных основных элементарных функций. | 2 |
| 53 | Вычисление производных сложных функций. | 2 |
| 54 | Исследование функции на монотонность. | 2 |
| 55 | Определение экстремумов функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. | 2 |
| 56 | Исследование функции с помощью производной. | 2 |
| 57 | Использование производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. | 2 |
| 58 | Вычисление первообразной для данной функции. | 2 |
| 59 | Применение интеграла для вычисления физических величин и площадей. | 2 |

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Решение основных задач на проценты. Вычисление сложных процентов.

Цель работы: научиться решать основные задачи на проценты, вычислять сложные проценты.

Результаты (метапредметные): целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

Решите задачи.

1. В один стакан чая обычно кладут 2 чайные ложки сахара и считают такой чай сладким. Масса чая в стакане 200 г, масса сахара в одной чайной ложке 10 г. Какова концентрация сахара в чае?

2. Токарь и его ученик должны были за смену изготавливать 130 деталей. Рабочий перевыполнил план на 10%, а его ученик – на 20%, и они вместе изготовили 148 деталей. Сколько деталей каждый из них должен был изготавливать до повышения производительности труда?

3. На сколько процентов число 32 меньше числа 40?

4. После двукратного повышения цены на 25% стоимость банки сока составила 57 р. 50 к. Какова была ее исходная цена?

5. Телевизор стоил 10 000 р. В апреле он подорожал на 30%, а в декабре он подешевел на 40%. Сколько стал стоить телевизор в декабре?
6. Цену товара повысили на 30%, а через некоторое время снизили на 40%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена товара?
7. К 200 г 40%-ного раствора соли долили 300 г воды. Какой стала концентрация раствора соли?
8. Некоторое количество 15%-ного раствора соли смешали с таким же количеством 45%-ного раствора этой же соли. Какова концентрация получившегося раствора?
9. Имеется два сорта сливок – жирностью 10% и 20%. Их смешали в отношении 3:1. Какова жирность получившихся сливок?
10. Клиент банка внес 8000 р. на вклад с годовым доходом 5%. Какая сумма окажется у него на счету через 2 года, если он никаких сумм со счета не снимал и дополнительных вложений не делал?

Уровень Б.

1. Цена на сахар снизилась на 20%. На сколько процентов больше сахара, чем раньше, можно купить теперь на 100 руб.?
2. Некоторое количество 30%-ного раствора соли смешали с вдвое большим количеством 15%-ного раствора этой же соли. Какова концентрация получившегося раствора?
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Выполнение приближенных вычислений. Вычисление абсолютной и относительной погрешностей вычисления, сравнение числовых выражений.

Цель работы: научиться вычислять абсолютную и относительную погрешность вычисления.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их

результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной); сравнение числовых выражений, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

В следующих заданиях принято: «точное» значение числа $\pi = 3,14159$; ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Уровень А

1. Округлите до десятитысячных

1) 2,3289654; 2) 3,6540345

2. Вычислите относительную погрешность

1) $\pi \approx 3,141$; 2) $g \approx 10 \text{ м/с}^2$

3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных.

1) 735 274; 2) 32 455 103

4. Вычислите с точностью до 0,01 значения выражений $x+y$, $x-y$, xy , $\frac{x}{y}$

1) $x=2,1$; $y=3,5$; 2) $x=6,18$; $y=2,24$.

5. Найдите относительную погрешность (в процентах) следующих измерений; проценты вычислите с точностью до 0,1.

1) $A = 240 \pm 1$.

2) Радиус Земли (в км): $R = 6380 \pm 1$.

Уровень Б

1. Округлите до десятитысячных

1) 2,32802654; 2) 123,7659012.

Вычислите относительную погрешность

1) $\pi \approx 3,1416$; 2) $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$

3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных.

1) 6,0054; 2) 0,000000011

4. Вычислите с точностью до 0,01 значения выражений $x+y$, $x-y$, xy , $\frac{x}{y}$

1) $x=26,4$; $y=17,3$; 2) $x=6,347$; $y=2,24$.

5. Найдите относительную погрешность (в процентах) следующих измерений; проценты вычислите с точностью до 0,1.

1) Скорость света (в км/с): $|c - 2,998 \cdot 10^5| < 100$

2) Диаметр Луны (в км): $d = 3476 \pm 1$

Уровень В

1. Округлите до десятитысячных

1) 2,3285554; 2) 0,0006754

2. Вычислите относительную погрешность

1) $\pi \approx 3,1416$; 2) $N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных.

1) $139,2 \cdot 10^{-3}$; 2) $7\,543 \cdot 10^{-5}$

4. Вычислите с точностью до 0,01 значения выражений $x+y$, $x-y$, xy , $\frac{x}{y}$

1) $x=2,13 \cdot 10^{-2}$; $y=3,51 \cdot 10^{-2}$; 2) $x=0,18 \cdot 10^{-3}$; $y=2,24 \cdot 10^{-2}$.

5. Найдите относительную погрешность (в процентах) следующих измерений; проценты вычислите с точностью до 0,1.

1) Масса Земли (в кг) $M = 5,976 \cdot 10^{24}$ (все цифры верные);

2) Диаметр Солнца (в км): $d = 1,392 \cdot 10^6$ (все цифры верные).

2. Ответьте на контрольные вопросы:

1) Как можно описать точность вычислений?

Почему при вычислениях с приближенными значениями накапливается ошибка?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Выполнение действий над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.

Цель работы: научиться выполнять действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А

1. Вычислите значения выражений:

1) $3 + 17i + \frac{2-i}{3}$; 4) $(i+1)^2$

2) $(3 + 17i)(\frac{2-i}{3})5$ $|2 - 14i|$

3) $(3 + 11i) / i$ 6) $(1 + i)^2 + \frac{-2+i}{2i}$.

2. Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения:

1) $z^2 + 1 = 0$; 2) $z^3 - 3z^2 + z - 3 = 0$; 3) $z^3 + 1 = 0$.

Уровень Б

1. Вычислите значения выражений:

1) $\frac{2-i}{5} + \frac{2+i}{10}$; 4) $(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})^4$;

2) $(\frac{2-i}{5})(\frac{2+i}{10})$ 5) $\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$

3) $(\frac{2-i}{5}) : (\frac{2+i}{10})$ 6) $\frac{1+iz}{1-iz}$, где $z = -2+3i$.

2. Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения:

1) $z^3 - 1 = 0$; 2) $z^3 - z^2 + 3z - 3 = 0$; 3) $z^4 - 1 = 0$.

Уровень В

1. Вычислите значения выражений:

1) $\frac{4-i}{5+i} - \frac{i}{1-i}$; 4) $(\sqrt{3}i + 1)^5$;

2) $(\frac{4-i}{5+i})(\frac{i}{1-i})$ 5) $(\sqrt{3}i + 1)^3$;

3) $(\frac{4-i}{5+i}) : (\frac{i}{1-i})$ 6) $\frac{2z^2+i}{1z+2}$, где $z = -2+i$.

2. Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения:

1) $z^3 + 5z^2 + 6z + 2 = 0$; 2) $z^4 - 4z^2 + 3 = 0$; 3) $z^5 - z^4 - z + 1 = 0$.

Ответьте на контрольные вопросы:

1) Что такое комплексное число и как выполняются арифметические действия с комплексными числами?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом

Цель работы: научиться решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения.

Уровень А.

1) $z^2 + 1 = 0$; 2) $z^3 - 3z^2 + z - 3 = 0$; 3) $z^3 + 1 = 0$; 4) $z^2 + 7z + 10 = 0$; 5) $z^2 - 11z + 9 = 0$.

Уровень Б.

1) $z^3 - 1 = 0$; 2) $z^3 - z^2 + 3z - 3 = 0$; 3) $z^4 - 1 = 0$; 4) $z^3 - 8 = 0$; 5) $z^3 + 8 = 0$.

Уровень В.

- 1) $z^3 + 5z^2 + 6z + 2 = 0$; 2) $z^4 + 4z^2 + 3 = 0$; 3) $z^5 - z^4 - z + 1 = 0$; 4) $z^4 + 8z + 7 = 0$;
5) $z^4 + 12z^2 + 32 = 0$.

Ответьте на контрольные вопросы:

- 1) Как производятся вычисления с комплексными числами?
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

Преобразования алгебраических выражений.

Цель работы: научиться выполнять преобразования над алгебраическими выражениями.

Результаты:

метапредметные:

Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

Виды деятельности: Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы. Определение равносильности выражений с радикалами. Решение иррациональных уравнений. Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n -й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с

рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

I. Формулы сокращенного умножения

Самостоятельная работа.

1.

Результат упрощения выражения $\left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{4a}{1-a^2}\right) : \frac{1-a}{a} + \frac{1}{a+1}$ равен

A) 1 B) $\frac{2}{a+1}$ C) -1 D) $-\frac{2}{a+1}$ E) 2

2

Выражение $\left(\frac{x^2-5x}{x^2-10x+25} + \frac{25}{x^2-25}\right) \cdot \frac{x+5}{125-x^3}$ после упрощения примет вид

A) 1 B) $\frac{x}{x-5}$ C) $-\frac{1}{x-5}$ D) 4 E) $\frac{1}{x+5}$

3.

Результат упрощения выражения $\frac{x\sqrt{x}-8y\sqrt{y}-6\sqrt{xy}(\sqrt{x}-2\sqrt{y})}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}$ имеет вид

A) $x-4y$ B) $4y-x$ C) $2\sqrt{y}-\sqrt{x}$ D) $2\sqrt{y}+\sqrt{x}$ E) $(2\sqrt{y}-\sqrt{x})^2$

4.

Упростите выражение $\frac{8-a\sqrt{a}}{\sqrt{a}} \cdot \left(\frac{a+2\sqrt{a}+4}{2\sqrt{a}+a}\right)^{-1}$

A) $2-a$ B) $\sqrt{a}+2$ C) $1+\frac{2}{\sqrt{a}}$ D) $2-\sqrt{a}$ E) $4-a$

5.

Результат упрощения выражения $\frac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}} : \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{-1} - b^{-2}$ равен

A) $a^{-1}+b^{-1}$ B) $b^{-1}(a^{-1}-b^{-1})$ C) a^{-2} D) ab E) $\frac{1}{a+b}$

6.

Результат упрощения выражения $\frac{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}} + a^{\frac{-\frac{1}{3}}{2}-a^{\frac{5}{3}}}$ имеет вид

A) $1-a^2$ B) $a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{4}{3}}$ C) a^2-1 D) $a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}$ E) $(1-a)^2$

7.

Упростив выражение $\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{5a^{\frac{3}{2}}+5ab^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{2}}b+b^{\frac{3}{2}}} + \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{5a+b}$, вычислите его значение при условии, что $\frac{b}{a}=3$

A) 2,5 B) 2 C) 1,5 D) 1 E) 0,5

8.

Сократив дробь $\frac{5m^2+6mn+n^2}{5m^2-4mn-n^2}$, вычислите его значение при $\frac{m}{n}=\frac{5}{7}$

A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6

9.

Вычислите значение дроби $\frac{5xz-2xy+yz}{x^2-3y^2-z^2}$ при условии, что $\frac{z}{y}=3$, $\frac{y}{x}=-1$

A) $\frac{10}{13}$ B) $\frac{10}{11}$ C) $\frac{13}{11}$ D) 1,2 E) $\frac{1}{13}$

10.

Вычислить значение выражения

$$\frac{0,6^2+0,1^2-1,2 \cdot 0,1}{1,5-1,5^2}$$

Задание. Ответьте на вопросы:

1. Что называется алгебраическим выражением?
2. Какие алгебраические преобразования знаете?
3. Какие ещё тождественные преобразования используются для этого?
4. Сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

Вычисление и сравнение корней.

Цель работы: научиться вычислять и сравнивать корни.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания ;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Ознакомление с понятием корня n -й степени, свойствами радикалов и правилами сравнения корней. Формулирование определения корня и свойств корней. Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

Разберите решение следующих примеров:

- 1) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- 2) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2 \cdot \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$ и т.д.
- 3) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{9}}{3} = \sqrt[3]{9}$.
- 4) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} = \frac{(\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$.
- 5) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \cdot 2} = \sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[6]{8}$.
- 6) $\sqrt[3]{0,01 \cdot a^4 b^{10}} = \sqrt[3]{0,001 \cdot 10 \cdot a^3 \cdot a \cdot b^9 \cdot b} = \sqrt[3]{(0,1ab^3)^3 \cdot 10ab} = 0,1ab^3 \sqrt[3]{10ab}$.

Примеры на сравнение чисел, записанных с помощью радикалов:

- 1) $\sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{5}$, так как $x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt[n]{x_1} < \sqrt[n]{x_2}$.
- 2) $\sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{3}$, так как $n < m, a > 1 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$.
- 3) $\sqrt[3]{0,3} < \sqrt[4]{0,3}$, так как $n < m, 0 < a < 1 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$.

Выполните самостоятельную работу:

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{0,04}$; е) $\sqrt{\frac{81}{121}}$;

б) $\sqrt{\frac{144}{169}}$; ж) $0,3^2$; в) $\sqrt{196}$; з) $(-0,3)^2$;

г) $\sqrt{\frac{16}{49}}$; и) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$;

д) $\sqrt{2,25}$; к) $\left(\frac{-4}{5}\right)^2$

2. Соединить линиями уравнения с соответствующими им корнями.

1) $x^2 = 0,81$ а) $x = 0$

- 2) $x^2 = 46$ б) $x = 16$
 3) $\sqrt{x} = 9$ в) $x_1 = 0,9$ и $x_2 = -0,9$
 4) $x^2 - 5 = 0$ г) нет корней
 5) $x^2 + 16 = 0$ д) $x_1 = 4$ и $x_2 = -4$
 6) $\sqrt{x} = 0$ е) $x_1 = -\sqrt{46}$ и $x_2 = \sqrt{46}$
 7) $\frac{1}{2} x^2 = 8$ ж) $x_1 = \sqrt{5}$ и $x_2 = -\sqrt{5}$
 8) $\sqrt{x^2} + 9 = 5$ з) $x = 81$
 3. Решите самостоятельно:

| 1 вариант | 2 вариант |
|--|--|
| 1. Вынесите множитель из-под знака корня: а) $\sqrt{72}$; б) $0,01\sqrt{800}$ | 1. Вынесите множитель из-под знака корня: а) $\sqrt{98}$; б) $0,021\sqrt{1200}$ |
| 2. Внесите множитель под знак корня: а) $3\sqrt{5a}$; б) $-10\sqrt{0,2}$ | 2. Внесите множитель под знак корня: а) $5\sqrt{2}$; б) $-20\sqrt{0,1}$ |
| 3. Сравните значения выражений: а) $\frac{1}{3}\sqrt{54}$ и 3; б) $4\sqrt{50}$ и $5\sqrt{32}$ | 3. Сравните значения выражений: а) $\frac{1}{4}\sqrt{48}$ и 2; б) $5\sqrt{27}$ и $3\sqrt{75}$ |

4) Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8}\sqrt[6]{64}$; 2) $\sqrt[5]{32} - 0,5\sqrt[3]{-216}$;
 3) $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}$; 4) $\sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{256}$;
 5) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016}$.

2 уровень.

- 1) Вычислите:

$$1) \sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}}; \quad 2) \sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6};$$

$$3) \sqrt[4]{3^{12} \left(\frac{1}{3}\right)^8}; \quad 4) \sqrt[10]{4^{30} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}}.$$

2) Найдите значение выражения:

$$1) \sqrt[3]{729}; \quad 2) \sqrt[5]{\sqrt{1024}}; \quad 3) \sqrt[3]{3^9} \cdot \sqrt[9]{3^7}; \quad 4) \sqrt[4]{3^3 \sqrt{25}} \cdot \sqrt[6]{5^5}.$$

3)

Упростить выражение:

$$1) (\sqrt[3]{x})^6; \quad 2) (\sqrt[3]{y^2})^3; \quad 3) (\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b})^6;$$

$$4) (\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b^3})^{12}; \quad 5) \left(\sqrt[3]{\sqrt{a^2 b}}\right)^6; \quad 6) \left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{27 a^3}}\right)^4.$$

4)

Сравнить значения выражений:

$$1) \sqrt{3} + \sqrt[3]{30} \text{ и } \sqrt[3]{63}; \quad 2) \sqrt[3]{7} + \sqrt{15} \text{ и } \sqrt{10} + \sqrt[3]{28}.$$

5) Выполните действия:

$$1) \sqrt{9 + \sqrt{17}} \cdot \sqrt{9 - \sqrt{17}}; \quad 2) \left(\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}\right)^2;$$

$$3) \left(\sqrt{5 + \sqrt{21}} + \sqrt{5 - \sqrt{21}}\right)^2.$$

Ответьте на вопросы:

1. Как вынести числовой множитель из-под знака корня? 2. Как внести положительный (отрицательный) множитель под знак корня? 3. Как сравнивать значения выражений, содержащих корни? 4. Как сравнивать два квадратных корня? 4. В каких ситуациях используются преобразования с корнями?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

Преобразование выражений, содержащих радикалы.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащие радикалы.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к

самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности:

Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы. Выполнение расчетов по формулам, содержащим радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Определение равносильности выражений с радикалами.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

1) Вычислите 1) $\sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3}$; 2) $\sqrt[4]{11^4 \cdot 3^4}$; 3) $\sqrt[5]{(0,2)^5 \cdot 8^5}$; 4) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 21^7}$.

2.

Упростить выражение:

- 1) $(\sqrt[3]{x})^6$; 2) $(\sqrt[3]{y^2})^3$; 3) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b})^6$;
4) $(\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b^3})^{12}$; 5) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{a^2 b}}\right)^6$; 6) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{27 a^3}}\right)^4$.

3.

Выяснить, какое из чисел больше:

- 1) $3^{\sqrt{71}}$ или $3^{\sqrt{69}}$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ или $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$;
3) $4^{-\sqrt{3}}$ или $4^{-\sqrt{2}}$; 4) $2^{\sqrt{3}}$ или $2^{1,7}$;
5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4}$ или $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$; 6) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\pi}$ или $\left(\frac{1}{9}\right)^{3,14}$.

4.

Сравнить числа:

- 1) $0,88^{\frac{1}{6}}$ и $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$; 2) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}}$ и $0,41^{-\frac{1}{4}}$;
3) $4,09^{\sqrt[3]{2}}$ и $\left(4\frac{3}{25}\right)^{\sqrt[3]{2}}$; 4) $\left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}}$ и $\left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}$.

5) Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[4]{343}}{\sqrt[12]{7}}$; 3) $(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$.

2 уровень. 1) Вычислите:

- 1) $(\sqrt[6]{7^3})^2$; 2) $(\sqrt[6]{9})^{-3}$; 3) $(\sqrt[10]{32})^2$; 4) $(\sqrt[8]{16})^{-4}$.

2) Найдите значение выражения:

- 1) $2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}}$; 2) $3^{1+2\sqrt[3]{2}} : 9^{\sqrt[3]{2}}$;
3) $(5^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}}$; 4) $(5^{1-\sqrt{5}})^{1+\sqrt{5}} - (\sqrt{5})^0$.
1) $2^{1-2\sqrt{2}} \cdot 4^{\sqrt{2}}$; 2) $3^{2-3\sqrt{3}} \cdot 27^{\sqrt{3}}$;
3) $9^{1+\sqrt{3}} \cdot 3^{1-\sqrt{3}} \cdot 3^{-2-\sqrt{3}}$; 4) $4^{3+\sqrt{2}} \cdot 2^{1-\sqrt{2}} \cdot 2^{-4-\sqrt{2}}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8

Преобразование выражений, содержащих степени с рациональными показателями.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащих степени с рациональными показателями.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к

самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n -й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

1) Вычислите устно и запишите ответы:

$$1) 7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{3}{4}} \quad 2) 9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}} \quad 3) \left(16^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{9}{4}} \quad 4) 24^{\frac{2}{3}} \quad 5) \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned}
 &1) 48^0, 10^{-2}, \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}, (0,3)^{-3}, (-1,2)^{-2}, \left(2\frac{1}{4}\right)^{-2}; \\
 &2) \sqrt[3]{27}, \sqrt[4]{81}, \sqrt[5]{32}, \sqrt[6]{8^2}, \sqrt[8]{16^2}, \sqrt[3]{27^2}; \\
 &3) 8^{\frac{1}{3}}, 27^{\frac{2}{3}}, 10000^{\frac{1}{4}}, 32^{\frac{2}{5}}, 32^{-\frac{3}{5}}, \left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}.
 \end{aligned}$$

2) Вычислите:

3) Найдите значение выражения:

$$\begin{aligned}
 &1) \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}; & 2) (0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}}; \\
 &3) 8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}}; & 4) \left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}.
 \end{aligned}$$

Представить в виде степени с рациональным показателем:

$$\begin{aligned}
 &1) a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}; & 2) b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}; & 3) \sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}}; \\
 &4) a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a}; & 5) x^{1,7} \cdot x^{2,8} : \sqrt{x^5}; & 6) y^{-3,8} : y^{-2,3} \cdot \sqrt[3]{y}.
 \end{aligned}$$

4.

5. Сравнить числа:

$$\begin{aligned}
 &1) 0,88^{\frac{1}{6}} \text{ и } \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}; & 2) \left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}} \text{ и } 0,41^{-\frac{1}{4}};
 \end{aligned}$$

6.

Пользуясь тождеством $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, разложить на множители:

$$\begin{aligned}
 &1) a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}; & 2) y^{\frac{2}{3}} - 1; & 3) a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}; \\
 &4) x - y; & 5) 4a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}; & 6) 0,01m^{\frac{1}{6}} - n^{\frac{1}{6}}.
 \end{aligned}$$

2 уровень.

Вынести общий множитель за скобки:

$$\begin{aligned}
 &1) x^{\frac{1}{2}} + x; & 2) (ab)^{\frac{1}{3}} + (ac)^{\frac{1}{3}}; & 3) y^{\frac{3}{4}} - y^{\frac{1}{3}}; & 4) 12xy^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}y.
 \end{aligned}$$

Вычислить:

1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 810\,000^{0,25} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$; 2) $27^{\frac{2}{3}} - (-2)^{-2} + \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$;
3) $(0,001)^{-\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-1\frac{1}{3}}$; 4) $(-0,5)^{-4} - 625^{0,25} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}}$.

Упростить:

1) $\frac{ab^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} - 1}$; 2) $\frac{b}{a-b} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}$.

Ответьте на вопросы:

- 1) Какое число является рациональным?
- 2) Какие свойства верны для степени с любым рациональным показателем и положительным основанием?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

Преобразование выражений, содержащих степени с действительными показателями.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащих степени с действительными показателями.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки

значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

Найти значение выражения:

- 1) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$ при $a = 0,09$;
- 2) $\sqrt{b} : \sqrt[6]{b}$ при $b = 27$;
- 3) $\frac{\sqrt{b} \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}}$ при $b = 1,3$;
- 4) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[12]{a^5}$ при $a = 2,7$.

Разложить на множители, используя тождество $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ или $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$:

- 1) $a - x$;
- 2) $x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}$;
- 3) $a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$;
- 4) $27a + c^{\frac{1}{2}}$.

Вычислить:

- 1) $2^{\sqrt{5}} \cdot 2^{-\sqrt{5}}$;
- 2) $3^{2\sqrt{2}} : 9^{\sqrt{2}}$;
- 3) $(5^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$;
- 4) $((0,5)^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}}$.

Сократить дробь:

- 1) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\frac{1}{a^4} - \frac{1}{b^4}}$;
- 2) $\frac{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}{m + 2\sqrt{mn} + n}$;
- 3) $\frac{c - 2c^{\frac{1}{2}} + 1}{\sqrt{c} - 1}$.

Сравнить число с единицей:

- 1) 2^{-2} ; 2) $(0,013)^{-1}$; 3) $\left(\frac{2}{7}\right)^5$; 4) $27^{1,5}$;
5) $2^{-\sqrt{5}}$; 6) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$; 7) $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2}$; 8) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{8}-3}$

2 уровень.

Вычислить:

- 1) $\left(2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}\right) \sqrt[3]{6}$; 2) $\left(5^{\frac{1}{4}} : 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} : 5^{\frac{3}{4}}\right) \sqrt[4]{1000}$.

Сравнить числа:

- 1) $\sqrt[3]{10}$ и $\sqrt[5]{20}$; 2) $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt[3]{7}$; 3) $\sqrt{17}$ и $\sqrt[3]{28}$; 4) $\sqrt[4]{13}$ и $\sqrt[5]{23}$.

Упростить выражение:

- 1) $x^{-2\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{x^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1}$; 2) $\left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}}$.

Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:

- 1) $\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; 2) $\frac{\sqrt{5}}{5+\sqrt{10}}$; 3) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$; 4) $\frac{2}{\sqrt[4]{27}}$; 5) $\frac{3}{\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{2}}$;

Сократить дробь:

- 1) $\frac{y-16y^{\frac{1}{2}}}{5y^{\frac{1}{4}}+20}$; 2) $\frac{a^{\frac{4}{5}}-b^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{2}{5}}-b^{\frac{2}{5}}}$.

Ответьте на вопросы:

- 1) Какое число является действительным?
2) При каких условиях степени с действительным показателем сохраняют все известные свойства с рациональным показателем?
3) Когда выражение 0^x не имеет смысла?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

Вычисление и сравнение степенных выражений.

Цель работы: научиться вычислять и сравнивать степенные выражения.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Решение показательных уравнений. Ознакомление с применением корней и степеней при вычислении средних, делении отрезка в «золотом сечении». Решение прикладных задач на сложные проценты.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

Вычислите:

1 Вычислить:

1) $\frac{15^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{7}{3}}}{5^{-\frac{1}{3}}}$; 2) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + 4 \cdot 379^0$; 3) $\left(\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{\frac{1}{4}}\right) : \sqrt[3]{2}$.

2 Упростить выражение: 1) $\sqrt[3]{\frac{ab^2}{c}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^5b}{c^2}}$; 2) $\frac{a^{-3} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}}$.

3 Сократить дробь $\frac{a - 9a^{\frac{1}{2}}}{7a^{\frac{1}{4}} + 21}$.

4 Сравнить числа $\sqrt[5]{\left(\frac{2}{9}\right)^3}$ и $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{4}\right)^3}$.

5 Упростить выражение $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^2 - (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$.

2 уровень.1) Вычислите:

1) $\sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}}$; 2) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6}$;
3) $\sqrt[4]{3^{12} \left(\frac{1}{3}\right)^8}$; 4) $\sqrt[10]{4^{30} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{20}}$.

Сравнить числа: 1) $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[3]{3}$; 2) $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt[4]{7}$.

Расположить числа в порядке возрастания:

1) $1^{3,75}$, 2^{-1} , $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 2) 98^0 , $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$, $32^{\frac{1}{5}}$.

Сравнить значения выражений:

1) $3,1^7$ и $4,3^7$; 2) $\left(\frac{10}{11}\right)^3$ и $\left(\frac{12}{11}\right)^3$;
3) $0,3^8$ и $0,2^8$; 4) $2,5^2$ и $2,6^2$;
5) $\left(\frac{7}{9}\right)^{-2}$ и $\left(\frac{8}{10}\right)^{-2}$; 6) $\left(\frac{14}{15}\right)^{-6}$ и $\left(\frac{15}{16}\right)^{-6}$;
7) $(4\sqrt{3})^{-3}$ и $(3\sqrt{4})^{-3}$; 8) $(2\sqrt[3]{6})^{-5}$ и $(6\sqrt[3]{2})^{-5}$.

5.Найдите значение выражения:

$$1) \frac{10^{2+\sqrt{7}}}{2^{2+\sqrt{7}} \cdot 5^{1+\sqrt{7}}}; \quad 2) \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}};$$

$$3) (25^{1+\sqrt{2}} - 5^{2\sqrt{2}}) \cdot 5^{-1-2\sqrt{2}}; \quad 4) (2^{2\sqrt{3}} - 4^{\sqrt{3}-1}) \cdot 2^{-2\sqrt{3}}.$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11

Вычисление и сравнение логарифмов.

Цель работы: научиться вычислять и сравнивать логарифмы.

Результаты:

метапредметные:

Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов. Построение графиков степенных и логарифмических функций. Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам. Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

Самостоятельная работа.

1. Сравните числа

а) $\log_2 0,5$ и $\log_2 0,4$; б) $\log 9$ и $\log 17$.

2. Найдите значение выражения:

а) $\log_2 24 + \log_2 6$. б) $\log_{\sqrt{3}} 81 = \text{в)} \log_{0,25} \sqrt[6]{4} = \text{г)} (3 \log_7 2 - \log_7 24) : (\log_7 3 - \log_7 9)$.

3. Вычислить:

1. $\log_6 4 + \log_6 9$.

2. $\log_2 48 - \log_2 3$.

3. $\log_3 135 - \log_3 5$.

4. Вычислить $\log_a \sqrt{ab}$, если $\log_a b = 7$

5. Упростить выражение

$$\frac{3 \lg 4 + \lg \frac{1}{2}}{\lg 7 - \lg 14}$$

6. Найти значение выражения:

$$3^{\log_3 14 - \log_3 7} + \log_{\sqrt{3}} 27$$

7.

Вычислить (не используя микрокалькулятор):

1) $\frac{\log_5 2}{\log_5 6} + \frac{\log_4 3}{\log_4 6}$; 2) $\left(\log_7 2 + \frac{1}{\log_5 7} \right) \lg 7$; 3) $\frac{2 \log_2 3}{\log_4 9}$.

8.

Вычислить:

1) $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$;

2) $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150}$;

3) $\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2}$;

4) $\frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27}$.

2 уровень:

Сравнить числа:

1) $\log_3 \frac{6}{5}$ и $\log_3 \frac{5}{6}$;

2) $\log_{\frac{1}{3}} 9$ и $\log_{\frac{1}{3}} 17$;

3) $\log_{\frac{1}{2}} e$ и $\log_{\frac{1}{2}} \pi$;

4) $\log_2 \frac{\sqrt{5}}{2}$ и $\log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вычислить:

1) $36^{\log_6 5} + 10^{1 - \log_{10} 2} - 8^{\log_2 3}$;

2) $\left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2}$;

3) $16^{1 + \log_4 5} + 4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_8 5}$;

4) $72 \cdot \left(49^{\frac{1}{2} \log_7 9 - \log_7 6} + 5^{-\log_{\sqrt{5}} 4} \right)$.

7. Ответьте на контрольные вопросы.

По каким признакам можно сравнить два логарифма? На какие элементы логарифма обращаем внимание при их сравнении? Какими формулами вы воспользуетесь при решении?

8. Сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12

Применение основного логарифмического тождества.

Цель работы: научиться применять основное логарифмическое тождество.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и

явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень.

1) Вычислите:

$$1) 3^{\log_3 18}; \quad 2) 5^{\log_5 16}; \quad 3) 10^{\log_{10} 2}; \quad 4) \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 6}.$$

$$1) 3^{5 \log_3 2}; \quad 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{6 \log_{\frac{1}{2}} 2}; \quad 3) 0,3^{2 \log_{0,3} 6}; \quad 4) 7^{\frac{1}{2} \log_7 9}.$$

2. Найдите значения выражений:

$$1. \frac{25^{\log_5 2} + 1}{49^{\log_7 4}}; \quad 2) \frac{16^{0,5 \log_4 10}}{10^{\lg 4} + 1};$$

$$3) \log_2 12 + \log_2 \frac{5}{3} + \log_2 \frac{4}{5}; \quad 4) 3^{2 - \log_3 5} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 5}.$$

Тест № 1

1.

$$\text{Вычислите: } 5^{\log_5 3} \cdot 100^{-\log_{0,1} \sqrt{6}}$$

А) 9 Б) $8\sqrt{6}$ В) 18 Г) $3\sqrt{6}$ Д) 27

2. Найти значение выражения:

$$\frac{2}{5}(\log_3 81 + 16^{\log_2 3})^{\log_{85} 25}$$

А) 5 Б) 15 в) 20 г) 25 д) 10

3. Используя определение и свойства логарифмов, найдите значение выражения:

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{\log_2 32 + 27^{\log_3 4}} \log_{69} 14.$$

А) 9 Б) 3 в) 4 г) 5 д) 6

2 уровень.

1) Упростите выражения, пользуясь основным логарифмическим тождеством:

а) $5^{1+\log_5 3}$; б) $10^{1-\lg 2}$; в) $4^{2\log_4 3}$.

Вычислите: а) $(5^{\log_5 4 \cdot 7})^4$; б) $(13^{\log_4 11})^{\log_{13} 4}$;

в) $16^{4^{\frac{1}{\log_2 15}}}$; г) $4^{2-\log_2 7}$; д) $(8^{\log_{10} 6})^2$ е) $9^{\log_3 2} + 2^{\log_2 5} + 3^{\log_3 74}$ ж) $(8^{\log_8 3 \cdot 11})^3$

з) $8^{\log_8 2} + 5^{\log_5 6} + 7^{\log_7 41}$

Ответьте на вопросы:

1) Чем является логарифм?

2) Запишите определение логарифма символически.

3) Формула основного логарифмического тождества.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13

Применение основных правил логарифмирования.

Цель работы: научиться применять основные правила логарифмирования.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к

самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Вычислите: а) $\lg 8 + \lg 125 =$ б) $\lg 13 - \lg 130 =$ в) $\frac{\lg 8 + \lg 18}{2\lg 2 + \lg 3} =$
г) $\log_5 25 + \log_3 81 =$ д) $\log_3 81 + \log_2 16$ е) $\log_5 50 - \log_5 2$ ж) $\log_{42} \frac{1}{6} + \log_{42} \frac{1}{7}$

2. Найдите значение выражения $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$

3. Вычислить: $\log_{0,2} \frac{1}{125}$ $\log_9 243 = 2\log_6 3 + \log_6 4 = \log_2 8 + \log_4 8 =$

Ответы (в беспорядке): 2; 2,5; 4,5; 3.

4. Вычислите, применяя свойства логарифмов:

- 1) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$;
- 2) $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$;
- 3) $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$;
- 4) $2 \log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 400 + 3 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$.

5. Выполните преобразование выражений:

$$1) \frac{\log_3 8}{\log_3 16}; \quad 2) \frac{\log_5 27}{\log_5 9}; \quad 3) \frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}; \quad 4) \frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}.$$

6.

Найти x по данному его логарифму ($a > 0$, $b > 0$)

- 1) $\log_3 x = 4 \log_3 a + 7 \log_3 b$;
- 2) $\log_5 x = 2 \log_5 a - 3 \log_5 b$;
- 3) $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5} \log_{\frac{1}{2}} b$;
- 4) $\log_{\frac{2}{3}} x = \frac{1}{4} \log_{\frac{2}{3}} a + \frac{4}{7} \log_{\frac{2}{3}} b$.

7. Разберите решение примеров:

Примеры перехода к новому основанию логарифма:

$$1) \log_4 11 = \frac{\log_2 11}{\log_2 4} = \frac{\log_2 11}{2};$$
$$2) \log_5 81 = \frac{\log_3 81}{\log_3 5} = \frac{4}{\log_3 5};$$

Перейти можно к любому новому основанию (положительному и отличному от единицы).

Упростить выражения:

- а) $\log_3 64 + \log_9 64 + \log_{27} 69$;
- б) $9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4$;
- в) $2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2$.

Ответ. 1) $2 \log_5 6$; 2) $11 \log_3 2$; 3) $3 \log_3 2$;

2 уровень.

7. Разберите решение примера:

$$\log_2 \sqrt{2,5} - \log_{343} (7,25)^3 + 3 \log_9 2,5$$

Упростим все показатели степеней: наша задача привести их к логарифмам, в основании которых стоит то же число, что и в основании степени.

$$\log_{\sqrt{2}} 2,5 = \frac{\log_2 2,5}{2^{\frac{1}{2}}} = (\text{по свойству}) 2 \log_2 2,5 = (\text{по свойству}) \log_2 2,5^2 = \log_2 6,25$$

$$\log_{343} (7,25)^3 = \log_{7^3} (7,25)^3 = \frac{1}{3} \log_7 (7,25)^3 = \frac{3}{3} \log_7 (7,25) = \log_7 (7,25)$$

$$4 \log_9 2,5 = 4 \log_{3^2} 2,5 = \frac{4}{2} \log_3 2,5 = 2 \log_3 2,5 = \log_3 2,5^2 = \log_3 6,25$$

Подставим показатели, которые у нас получились в исходное выражение. Получим:

$$\log_2 6,25 - \log_7 (7,25) + \log_3 6,25 = 6,25 - 7,25 + 6,25 = 5,25$$

Вычислить:

$$1) \frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72};$$

$$2) \frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150};$$

$$3) \frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2};$$

$$4) \frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27}.$$

2. Для усвоения материала предлагается тест с кодированными ответами. В результате правильного выполнения, которого получается фамилия шотландского математика

| I вариант | II вариант |
|------------|------------|
| Вычислите: | Вычислите: |

| | |
|---|---|
| $1. \frac{\ln 128}{\ln 4}$ <p>P-124, E-32, П -ln124, Н-3,5</p> $2. \log_5 \log_7 7 - \log_7 \frac{1}{7}$ <p>P-1/7, E-1, П-1, Н-6</p> $3. 27^{\log_3(2)}$ <p>P-81, E-54, П-8, Н-29</p> $4. \frac{\log_3 8 + \log_3 2}{\log_2 36 - \log_2 9}$ <p>P-8/9, E- $\log_3 4$, П-10/27, Н-4</p> $5. \log_2 x - \log_2 7 = \frac{2}{3} \log_4 125$ <p>P-35, E-125/7, П-63, Н-(5+log₂7)</p> | $1. \frac{\ln 125}{\ln 5}$ <p>P-75, Н-3, E-35, П- ln25</p> $2. \log_7 \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{11}} 11$ <p>P-1/11, Н-1, E-1, П-10</p> $3. 8^{\log_2 4}$ <p>P-16, Н-32, E-12, П-64</p> $4. \frac{\log_3 16 + \log_3 4}{\log_3 24 - \log_3 6}$ <p>P-log₃16, Н-10/9, E-3, П-10/3</p> $5. \log_3 x - \log_3 5 = \frac{2}{5} \log_9 32$ <p>P-10,Н-32/5, E-(2+log₃5), П-20</p> |
|---|---|

Упростить выражения:

а) $\log_3 64 + \log_9 64 + \log_{27} 69$;

б) $9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4$;

в) $2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2$.

Ответ. а) $11 \log_3 2$; б) $3 \log_3 2$; в) $2 \log_5 6$.

Ответьте на вопросы: 1) Какие основные правила логарифмирования использованы в примере №7?

2) Формулы перехода к новому основанию логарифма:.....

3) Как фамилия шотландского математика, составившего таблицы логарифмов?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14

Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащие степени и логарифмы.

метапредметные:

Результаты: владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Задача. Найти значения выражений:

1) $\log_6 270 - \log_6 7,5$ 2) $\log_5 775 - \log_5 6,2$

$$3) 7^9 \cdot 3^{11} : 21^8, \quad 4) 24^7 : 3^6 : 16^5, \quad 5) 30^6 : 6^5 : 25^2.$$

$$6) 5 \cdot 49^{\log_7 3}; \quad 3^{\log_3 11} + 2^{\log_8 125}; \quad \frac{33}{5^{\log_{25} 121}}$$

2. Вычислить: а) $\lg 8 + \lg 125$; б) $\log_2 7 - \log_2 7/16$ в) $\log_3 16 / \log_3 4$.
 г) $81^{\log_{27} 5 \log_5 4}$ д) $(8^{\log_2 3} + 3^{1/\log_2 3}) - \log_{0,2} 5$.

$$3. \text{ Вычислите: а) } 2^{-1}; \text{ б) } 27^{\frac{1}{3}}; \text{ в) } \left(\left(\frac{125}{8} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}}; \text{ г) } \frac{25 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{-2}}{625 \cdot 5^{-3}}$$

$$\text{д) } \frac{a^{-9}}{a^{-2} \cdot a^{-5}} \text{ при } a = \frac{1}{2}$$

Самопроверка:

$$1. \text{ Найдите: а) } \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}; \text{ б) } \log_{49} 7.$$

$$2. \text{ С помощью основного логарифмического тождества вычислите: } 3^{2+\log_3 2}.$$

$$3. \text{ Прологарифмируйте по основанию 2 выражение } 16b^7 \cdot \sqrt[5]{c} \quad (c > 0, b > 0).$$

$$4. \text{ Найдите } x, \text{ если } \log_3 x = 2\log_3 7 + \frac{2}{3}\log_3 27 - \frac{3}{2}\log_3 16.$$

2 уровень.

1. Вычислить значение выражения:

$$\log_5 (90) - \log_4 (18) \cdot \log_7 (4) \cdot \log_5 (7);$$

$$2. \text{ Вычислить: а) } 1^{-7}; \text{ б) } 27^{\frac{2}{3}}; \text{ в) } 9 \cdot 0,027^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{125} \right)^{-\frac{1}{3}}; \text{ г) } 48^{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{4}{9} \right)^{\frac{1}{5}}.$$

$$\text{д) } \frac{a^3 \cdot a^{-7}}{a^{-2}} \text{ при } a=2$$

$$3. \text{ Вычислите: а) } \left(\frac{2}{3} \right)^{-2}; \text{ б) } 125^{\frac{2}{3}}; \text{ в) } 4^{-2} \cdot \left(\frac{1}{64} \right)^{-\frac{1}{3}}; \text{ г) } \frac{12^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{9}{4}}}{4^{-\frac{1}{4}}}$$

$$\text{д) } \frac{x^6}{(x^3)^3} \text{ при } a=2$$

Самопроверка:

1. Найдите: а) $\log_5 \frac{1}{25}$; б) $\log_{64} 8$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $2^{1+\log_2 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{c^4}{\sqrt[3]{100b^4}}$ ($c > 0, b > 0$).
4. Найдите x , если $\log_2 x = 2\log_2 5 - \frac{1}{3}\log_2 8 + \log_2 0,2$.

Ответьте на вопросы: а) Дайте определение логарифма числа. б) Дайте определение степени числа.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №15

Исследование свойств линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-рациональной функций

Цель: научиться исследовать линейную, квадратичную, кусочно-линейную и дробно-рациональную функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения

поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Ознакомление с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго и третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Провести полное исследование функции и построить ее график

- I. 1) $y = x + 4$; 2) $y = 5 - 2x$; 3) $y = 2 - \frac{1}{2}(x - 1)$; 4) $y = (x + 1)^2 - x^2$; 5) $y = |2x - 3|$; 6) $y = \frac{1}{x+2}$; 7) $y = 2 - \frac{1}{x}$; 8) $y = \frac{x}{x-3}$; 9) $y = x^2 - 3$; 10) $y = 2x - x^2$; 11) $y = 6 - 7x - x^2$;
- II. 1) $y = 3x + 2$; $x \in [-1; 3]$; 2) $y = \frac{x^2+x-2}{x-1}$; 3) $y = 3x - |2x + 4|$;

4) $y = \frac{2}{x}$, $|x| \leq 4$; 5) $y = \frac{|x+1|}{2x-5}$; 6) $y = \frac{2x^2}{3-x} + 2x$; 7) $y = x^2 + 2x$, $x \in [-2; 1]$; 8) $y = x^2 - 6x + 1$, $x \in [0; 4]$;

III. 1) $y = \begin{cases} 2x + 1 & \text{при } x \geq -1, \\ -x - 2 & \text{при } x < -1; \end{cases}$ 2) $y = |5x - 3| - |x + 1|$; 3) $y = |x| + |x + 2| + |x - 3|$; 4) $y = \left| 1 - \frac{1}{x} \right|$, $|x| \geq 2$; 5) $y = \frac{1}{1-\frac{5}{x}}$; 6) $y = |x^2 - 9|$; 7) $y = 2x^2 + |x| - 3$;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

Нахождение области определения и области значения функции

Цель: научиться находить область определения и область значения функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Нахождение области определения и области значений функции. Построение и чтение графиков функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

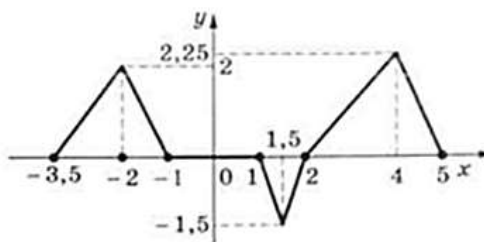
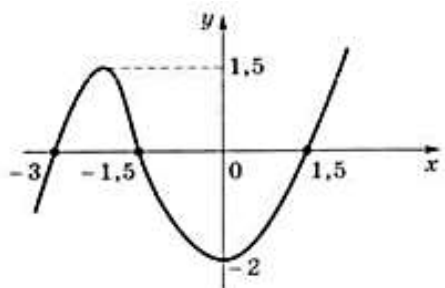
Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{3x - 2}{5x + 3}$; в) $y = \frac{5 + 6x}{2x - 4}$;
б) $y = \frac{6}{x^2 - 16}$; г) $y = \frac{7}{25 - x^2}$.

Постройте график заданной функции, найдите область определения и область значений функции:

а) $y = x^2 + 2$; в) $y = \sqrt{x}$;
б) $y = 3 - 2x^2$; г) $y = \sqrt{x - 3}$;

Дан график функции $y = f(x)$. Определите по графику: а) область определения функции; б) множество значений функции;



Найти область определения функции:

I. 1) $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$; 2) $f(x) = \frac{2}{x^2-4}$; 3) $f(x) = \sqrt{2-x}$; 4) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$;

II. 1) $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+x-2}}$; 2) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$; 4) $f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}$;

III. 1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2+x-1}}$; 2) $f(x) = \frac{2}{1+\frac{1}{x+1}}$; 3) $f(x) = \sqrt{2x^2-5x+2} + \frac{2x^2-4}{\sqrt{10-2x}}$;

Найти значения функции при указанных значениях x :

1) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$; 2) $f(x) = \frac{x-3}{2x-5}$, $x = -3$, $x = t + 1$;

3) $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0, \end{cases}$ в точках -2 ; $-\frac{1}{3}$; 0 ; 5 ;

Найти область значения функции:

1) $y = \frac{x}{x-3}$; 2) $y = 2 + \frac{4}{x-3}$; 3) $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$; 4) $f(x) = \frac{2}{x^2-4}$;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17

Исследование свойств функции: монотонность, четность, ограниченность, периодичность.

Цель: научиться исследовать функцию на монотонность, четность, ограниченность, периодичность.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Построение и чтение графиков функций. Составление видов функций по данному условию, решение задач на экстремум.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Исследовать на четность функции:

- 1) $y=5x$; 2) $y=\frac{1}{x^2}$; 3) $f(x) = x^4 - x^2 + 1$; 4) $y=x + \frac{1}{x}$; 5) $f(x) = |x|$; 6) $y = (x^3 - 7)x$; 7) $y = \sqrt{2x^2} + 6x$; 8) $y=\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$; 9) $y=\frac{x}{x^2+1}$; 10) $f(x) = x^2 - |1 - x|$; 11) $f(x) = \frac{x}{x^3+x}$; 12) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$; 13) $f(x) = \begin{cases} x \text{ при } x \neq 0, \\ 1 \text{ при } x = 0; \end{cases}$

Исследуйте функции на монотонность:

1. а) $y = 2x^3 - 3$; в) $y = \frac{2}{3} - x^3$;
 2. б) $y = x^2 + 2x + 1, x \geq -1$; в) $y = -x^2 + 6x - 12, x \geq 3$;
 б) $y = \frac{1}{x+2}, x < -2$; г) $y = \frac{-2}{x+5}, x > -5$.

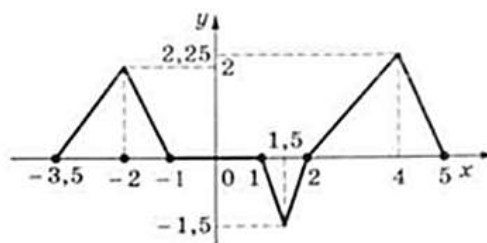
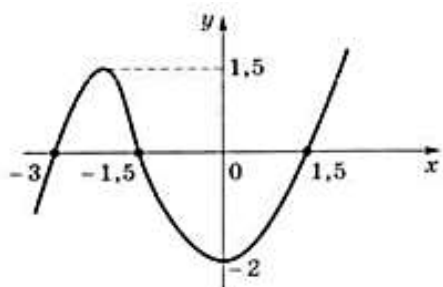
Исследуйте функции на ограниченность:

1. а) $y = x^2 - 8x + 1$; в) $y = -2x^2 - 6x + 15$;
 б) $y = \frac{2x-4}{x}, x > 0$; г) $y = \frac{5-2x}{1-x}, x < 1$.
 2. а) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$; в) $y = \sqrt{-2x^2 + 8x + 9}$;
 б) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 1}{5}}$; г) $y = \sqrt{\frac{5}{2x^2 - 4x + 2}}$.

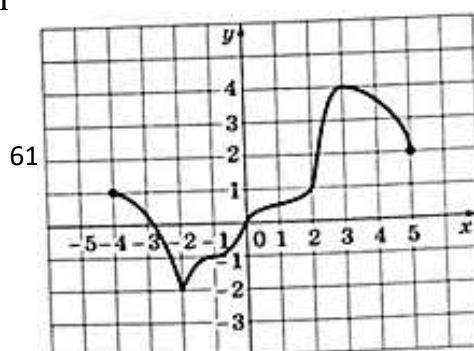
Построить график и выяснить, является ли ограниченной функция:

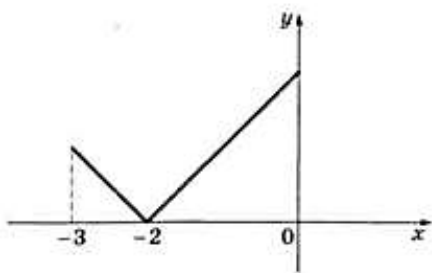
- 1) $y = \begin{cases} 2x - x^2 & \text{при } x < 1, \\ 2 - x & \text{при } x > 1; \end{cases}$ 2) $y = \begin{cases} x^2 + 2x + 2 & \text{при } x < 1, \\ \sqrt{x} & \text{при } x \geq 1. \end{cases}$

Дан график функции $y = f(x)$. Определите по графику: а) промежутки монотонности; б) нули функции; в) промежутки знакопостоянства; г) симметрию графика.



Достройте график функции так, чтобы она была периодической:





Дан график функции f . Определите по графику: промежутки монотонности и точки экстремума

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

Построение графика степенной функции.

Цель: научиться строить график степенной функции

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение стандартными приемами решения степенных уравнений и неравенств;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Использование свойств функций для сравнения значений степеней. Построение графиков степенных функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Найти область определения степенной функции:

$$1) y = \sqrt{x+2}; \quad 2) y = \sqrt{5-2x}; \quad 3) y = -2x^{\frac{2}{3}}; \quad 4) y = 3(x-1)^{-\frac{1}{4}}$$

Построить графики функций:

$$1) y = x^2; \quad 2) y = x^3; \quad 3) y = x^{-2}; \quad 4) y = x^{\frac{1}{2}}$$

Изобразить схематически график функции и указать её область определения и множество значений; выяснить, является ли функция ограниченной сверху (снизу):

- 1) $y = x^6$; 2) $y = x^5$; 3) $y = x^7$;
4) $y = x^{-2}$; 5) $y = x^{-3}$; 6) $y = x^6$.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

- 1) $y = x^4$, $x \in [-1; 2]$; 2) $y = x^7$, $x \in [-2; 3]$;
3) $y = x^{-1}$, $x \in [-3; -1]$; 4) $y = x^{-2}$, $x \in [1; 4]$.

Постройте и сравните графики функций:

- а) $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = x^{\frac{1}{3}}$; б) $y = \sqrt[4]{x}$ и $y = x^{\frac{1}{4}}$.

Известно, что $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$. Вычислите:

- а) $f(4)$; б) $f\left(\frac{1}{9}\right)$; в) $f(0)$; г) $f(0,01)$.

Известно, что $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$. Вычислите:

- а) $f(1)$; б) $f(8)$; в) $f\left(\frac{1}{8}\right)$; г) $f(0)$.

Сравнить значения выражений:

- 1) $3,1^7$ и $4,3^7$; 2) $\left(\frac{10}{11}\right)^3$ и $\left(\frac{12}{11}\right)^3$;
3) $0,3^8$ и $0,2^8$; 4) $2,5^2$ и $2,6^2$;
5) $\left(\frac{7}{9}\right)^{-2}$ и $\left(\frac{8}{10}\right)^{-2}$; 6) $\left(\frac{14}{15}\right)^{-6}$ и $\left(\frac{15}{16}\right)^{-6}$;
7) $(4\sqrt{3})^{-3}$ и $(3\sqrt{4})^{-3}$; 8) $(2\sqrt[3]{6})^{-5}$ и $(6\sqrt[3]{2})^{-5}$.

Постройте графики функций:

- 1) $y = 2\sqrt{x}$; 2) $y = \sqrt{4-x}$; 3) $y = -x^4 + 2$;

Решите графически уравнение:

- а) $x^{\frac{1}{2}} = 6 - x$; в) $x^{\frac{1}{4}} = x^3$;
б) $x^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^2}$; г) $x^{\frac{2}{3}} = x - 4$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19

Построение графика показательной функции.

Цель: научиться строить график показательной функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение стандартными приемами решения показательных уравнений и неравенств;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Построение графиков

показательных функций. Решение показательных уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Среди заданных функций укажите те, которые являются показательными:

а) $y = 3^x$; б) $y = x^3$; в) $y = x^{\frac{5}{3}}$; г) $y = (\sqrt{3})^x$.

Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = 2^x$ принимает заданное значение:

а) 16; б) $8\sqrt{2}$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{1}{32\sqrt{2}}$.

Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ принимает заданное значение:

а) $\frac{1}{25}$; б) 125; в) $\frac{1}{25\sqrt{5}}$; г) $625\sqrt{5}$.

Найти область определения показательной функции:

1) $y = \sqrt{2^x - 8}$; 2) $y = \frac{3}{2^x - 8}$; 3) $y = \frac{1}{9^x - 3^{x+1}}$;

Определите характер монотонности показательной функции, заданной на всей числовой оси:

I. 1) $y = 5^{x-3}$; 2) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$; 3) $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$; 4) $y = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x$;

II. 1) $y = 3^{-x}$; 2) $y = -2 \cdot 5^{-x}$; 3) $y = 4^{2-x}$; 4) $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{1-x}$;

Построить графики функций:

1) $y = 2^x$; 2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 3) $y = 3^{-x}$; 4) $y = 3^{\frac{1}{x}}$

Постройте график функции:

а) $y = 2^x + 1$;

в) $y = 4^x - 1$;

б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$;

г) $y = (0,1)^x + 2$.

а) $y = 5^{x+1}$;

в) $y = 3^{x-2}$;

б) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2}$;

г) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+0,5}$.

Схематично изобразите график показательной функции:

а) $y = (\sqrt{2})^x$; б) $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$; в) $y = (\sqrt{7})^x$; г) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^x$.

Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & \text{если } x < 0, \\ \sqrt{x} + 1, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

а) Вычислите $f(-5)$; $f(-2,5)$; $f(0)$; $f(4)$; $f(1,69)$;

б) постройте график функции $y = f(x)$;

в) прочитайте график функции.

Найдите область значений функции:

а) $y = 3 \cdot 2^x$;

в) $y = \frac{1}{2} \cdot 7^x$;

б) $y = 14 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

г) $y = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Сравните числа: 1) 3^{400} и 4^{300} ; 2) 4^{500} и 5^{400} 3) $\sqrt[6]{24}$ и $\sqrt[3]{5}$; 4) $\sqrt[8]{10}$ и $\sqrt[4]{3}$;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20

Построение графика логарифмической функции.

Цель: научиться строить график логарифмической функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Использование свойств функций для сравнения значений логарифмов. Построение графиков логарифмических функций. Решение логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Найдите значение логарифмической функции $y = \log_2 x$ в указанных точках:

а) $x_1 = 4, x_2 = 8, x_3 = 16$; в) $x_1 = \frac{1}{8}, x_2 = \frac{1}{32}, x_3 = \frac{1}{128}$;

б) $x_1 = \frac{2}{\sqrt{8}}, x_2 = \frac{4}{\sqrt{2}}$; г) $x_1 = \sqrt{32}, x_2 = 16\sqrt{128}$.

Постройте (схематично) график функции:

а) $y = \log_{\sqrt{3}} x$;

в) $y = \lg x$;

б) $y = \log_{\frac{1}{\pi}} x$;

г) $y = \log_{0,2} x$.

Постройте графики функций:

1. а) $y = 2 + \log_3 x$;

в) $y = -3 + \log_4 x$;

б) $y = -1 + \log_{\frac{1}{2}} x$;

г) $y = 0,5 + \log_{0,1} x$.

2. а) $y = 3 \log_4 x$;

в) $y = 5 \log_8 x$;

б) $y = 2 \log_{\frac{1}{3}} x$;

г) $y = \frac{1}{2} \log_{0,5} x$.

3. а) $y = -2 \log_7 x$;

в) $y = -0,5 \log_2 x$;

б) $y = -4 \log_{\frac{1}{6}} x$;

г) $y = -\log_{\frac{2}{3}} x$.

4. а) $y = \log_2 (x + 4)$; в) $y = \log_5 (x - 1)$;
б) $y = \log_{\frac{1}{5}} (x - 3)$; г) $y = \log_{0,3} (x + 5)$.

Сравните числа:

- а) $\log_4 7$ и $\log_4 23$; в) $\log_9 \sqrt{15}$ и $\log_9 13$;
б) $\log_{\frac{2}{3}} 0,8$ и $\log_{\frac{2}{3}} 1$; г) $\log_{\frac{1}{12}} \frac{1}{7}$ и $\log_{\frac{1}{12}} \frac{2}{3}$.

Сравните с единицей число:

- а) $\log_3 41$; б) $\log_{2,3} 0,1$; в) $\log_{\frac{1}{7}} 2,6$; г) $\log_{\sqrt{7}} 0,4$.

Расположите числа в порядке возрастания:

- а) $\log_2 0,7$; $\log_2 2,6$; $\log_2 0,1$; $\log_2 \frac{1}{6}$; $\log_2 3,7$;
б) $\log_{0,3} 17$; $\log_{0,3} 2,7$; $\log_{0,3} \frac{1}{2}$; $\log_{0,3} 3$; $\log_{0,3} \frac{2}{3}$.

Сравните числа:

- а) $\log_3 4$ и $\sqrt[3]{9}$; в) $\log_2 5$ и $\sqrt[3]{7}$;
б) $\log_{0,5} 3$ и $\sin 3$; г) $\lg 0,2$ и $\cos 0,2$.

Найдите область определения функции:

- а) $y = \log_6 (4x - 1)$; в) $y = \log_9 (8x + 9)$;
б) $y = \log_{\frac{1}{9}} (7 - 2x)$; г) $y = \log_{0,3} (2 - 3x)$.

Решите графически неравенство:

- а) $\log_2 x \geq -x + 1$; в) $\log_9 x \leq -x + 1$;
б) $\log_{\frac{3}{7}} x > 4x - 4$; г) $\log_{\frac{1}{3}} x < 2x - 2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 21

Преобразование графиков: параллельный перенос, симметрия, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Цель: научиться преобразовывать графики функций с помощью параллельного переноса, симметрии, растяжения и сжатия вдоль осей координат.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Выполнение преобразования графиков

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задача 1. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

- 1) $y = x$;
- 2) $y = 2x$;
- 3) $y = \frac{1}{5} \cdot x$;
- 4) $y = 2 \cdot |x|$;
- 5) $y = 2 \cdot |x| + 3$;
- 6) $y = |2 \cdot |x| + 3|$;

Задача 2. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

- 1) $y = x^2$;
- 2) $y = x^2 + 3$;
- 3) $y = (x - 2)^2 + 3$;
- 4) $y = |(x - 2)^2 + 3|$;
- 5) $y = -|(x - 2)^2 + 3|$;

Задача 3. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

- 1) $y = \sqrt{x}$;
- 2) $y = 2 \cdot \sqrt{x}$;

$$3) y = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \cdot x};$$

$$4) y = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \cdot x - 2};$$

$$5) y = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (x+1) - 2};$$

Задача 4. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

$$1) y = \frac{1}{x};$$

$$2) y = \frac{1}{x+2};$$

$$3) y = \frac{1}{x+2} - 3;$$

$$4) y = \left| \frac{1}{x+2} - 3 \right|;$$

$$5) y = \left| \frac{1}{x+2} - 3 \right| + 5;$$

Задание 5.

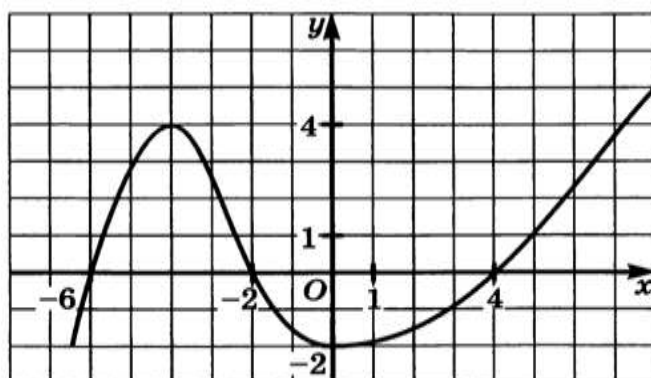
Используя график функции $y = f(x)$, изображенный на рис. постройте график функции:

а) $y = f(-x);$

в) $y = -f(-x);$

б) $y = -f(x);$

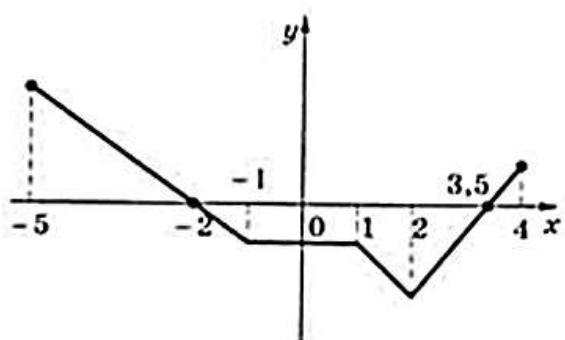
г) $y = f(x - 1) + 2.$



Задача 6. Выделить в квадратном трехчлене $y = x^2 + 4x + 6$ полный квадрат, постройте график функции, используя правила преобразования.

Задача 7. Преобразуйте функцию $y = \frac{x+1}{x-1}$, постройте ее график, используя правила преобразования.

Задание 8. Дан график функции $y = f(x)$. Постройте график функции $y = g(x)$ при указанных g .



- 1) $g(x) = f(-x)$; 2) $g(x) = -f(x)$; 3) $g(x) = f(x) - 2$; 4) $g(x) = f(x + 1)$;
5) $g(x) = f(2x)$; 6) $g(x) = 5f(x)$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №22

Решение рациональных уравнений и неравенств

Цель работы: научиться решать рациональные уравнения и неравенства

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение теории равносильности уравнений и ее применения. Повторение записи решения стандартных уравнений, приемов преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

I уровень

ТЕСТ:

1) Решить уравнение: $\frac{x-1}{x-1} = 1$.

Б) 1, А) 0, В) Нет решений, Г) $x \in (-\infty; 1) \cup (1; \infty)$.

2) Решить уравнение: $\frac{x^2 + 6x + 5}{x + 1} = 0$

А) Нет решений, Б) – 1, В) – 5, Г) – 1; – 5.

3) Решить уравнение: $\frac{2x-3}{x-3} + \frac{5-x}{x-3} - \frac{x+2}{x-3} = 0$.

А) – 2; Б) Нет решений, В) $x \in (-\infty; 3) \cup (3; \infty)$, Г) $x \in \mathbb{R}$.

4) Решить уравнение: $ax = 1$.

А) Если $a \neq 0$, то $x \in \mathbb{R}$; если $a = 0$, то нет решений,

Б) Если $a = 0$, то нет решений; если $a \neq 0$, то $x = 1/a$,

В) Если $a = 0$, то $x \in \mathbb{R}$; если $a \neq 0$, то $x = 1/a$.

Г) Нет решений.

2 уровень:

Решить уравнение $\frac{1}{3x+1} - \frac{2}{3x-1} - \frac{5x}{9x^2-1} = \frac{3x^2}{1-9x^2}$.

Найти корни уравнения:

1) $\frac{3}{x-1} - \frac{4x-1}{x+1} = \frac{x^2+5}{x^2-1} - 5$;

2) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x(x-4)}{x^2-4} = \frac{x-2}{x+2} - \frac{4(3+x)}{4-x^2}$.

Решить неравенство:

1) $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 > 2x^3 - x^2 + 4x - 2$;

2) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 > -3x^3 + x^2 + 12x - 4$.

4) При каких a уравнение $ax^2 - 4x + a + 3 = 0$ имеет более одного корня?

А) $-4 < a < 0$,

Б) $0 < a < 1$, В) $a \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$, Г) $-4 < a < 0$; $0 < a < 1$.

5) При каких a уравнение $(a-2)x^2 +$

$+(4-2a)x + 3 = 0$ имеет единственное решение?

А) 2, Б) $a \in (-\infty; 2) \cup (2; \infty)$, В) 5, Г) -4.

6) Решить уравнение: $|x^2 - 1| + |a(x - 1)| = 0$.

2. Ответьте на контрольные вопросы: а) Что значит решить уравнение? б) Что значит решить неравенство?

3. Оформите и сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №23

Решение неравенств методом интервалов.

Цель работы: научиться решать неравенства методом интервалов.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;***предметные:***

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Запишите алгоритм решения неравенств методом интервалов:

1. Найти область определения функции.
2. Найти нули функции.

3. Отметить на координатной прямой интервалы, на которые область определения разбивается нулями функции.
4. Определить знак функции на каждом промежутке (интервале), для этого выбираем число из данного промежутка и подставляем в функцию.
5. Записать ответ, удовлетворяющий знаку неравенства.

2. Решите неравенства методом интервалов:

- а) $(x-1)(x+7) \leq 0$; б) $(2x-5)(x+3) \geq 0$;
 в) $x(3-x)(6+x)(x-9) > 0$.

3. Решите неравенство, разложив его левую часть на множители:

- а) $(x^2-16)(x+7) > 0$; б) $x^3-25x < 0$;
 б) $4x^2+4x-3 < 0$.

4. Найдите область определения функции:

- а) $y = \sqrt{(5-x)(x+8)}$; б) $y = \sqrt{x(x+9)(2x-8)}$.

5. Разберитесь алгоритм решения рациональных неравенств методом интервалов:

Заметим, что рациональные неравенства $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ легко сводятся к решению неравенств высоких степеней. Умножим обе части такого неравенства на многочлен $Q^2(x)$, который положителен при всех допустимых значениях x (т.к. $Q(x) \neq 0$). Тогда знак исходного неравенства не меняется, и получаем неравенство $P(x) \cdot Q(x) \leq 0$, эквивалентное данному неравенству.

Итак: $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ эквивалентно системе неравенств $\begin{cases} P(x) \cdot Q(x) \leq 0, \\ Q(x) \neq 0, \end{cases}$ которая далее решается методом интервалов.

6. Решите неравенство:

- а) $\frac{x-8}{x+4} > 0$; б) $\frac{6x+2}{x+4} \leq 0$.

2 уровень.

1. Решите неравенство:

- а) $(x-1)^2(x-24) < 0$; б) $(x+7)(x-4)^2(x-21) > 0$;

в) $(x-9)^2(x-2)^5(x+6)^3(x-1) \geq 0$.

Ответьте на вопросы: а) Какое нужно выполнить преобразование неравенства, что бы применять метод интервалов? б) Как решаются рациональные неравенства методом интервалов? в) Как происходит смена знаков в корнях различной кратности при решении неравенств высоких степеней методом интервалов?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №24

Решение иррациональных уравнений и неравенств

Цель работы: научиться решать иррациональные уравнения и неравенства;

Результаты:

метапредметные:

Владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

предметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

Виды деятельности: Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений и систем. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем. Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: 1 уровень.

Задание 1. Используя, изученные методы решения иррациональных уравнений, выполните самостоятельную работу:

Вариант 1

Вариант 2

Решить неравенство

Решить неравенство

1. $\sqrt{2x+1} > -3$

1. $\sqrt{7 - \frac{x}{2}} \geq -1$

2. $\sqrt{x+8} < x+2$

2. $\sqrt{x+8} > x+2$

3. $\sqrt{x+2} > \sqrt{4-x}$

3. $\sqrt{2x-8} \leq \sqrt{6x+13}$

Решить уравнение

Решить уравнение

4. $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+6} = 4$

4. $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1$

5. $\sqrt[3]{x^3-7} = 1$

5. $\sqrt[3]{x^3-26} = 1$

2 уровень:

Решить уравнение

1) $\sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x} = \sqrt{x+4};$

2) $\sqrt{7x+1} - \sqrt{6-x} = \sqrt{15+2x}.$ 3) $\sqrt[4]{25x^2-144} = x;$ 4) $x^2 = \sqrt{19x^2-34}.$

Решить неравенство

1) $\sqrt{x+2} > \sqrt{4-x};$

2) $\sqrt{3+2x} \geq \sqrt{x+1};$

3) $\sqrt{2x-5} < \sqrt{5x+4};$

4) $\sqrt{3x-2} > x-2;$

Задание 2. Запишите ответы на следующие вопросы:

- Какие уравнения и неравенства называются иррациональными? Приведите пример.
- Какими должны быть подкоренное выражение и значения корня, если показатель корня четное (нечетное) число?

3. На чем основаны методы решения иррациональных уравнений?

4. Какие методы решения иррациональных уравнений существуют и в чем они заключаются?

5. Рассмотрите решения уравнений на применение этих методов.

Подсказка: Учебник М.И.Башмаков стр.231. Найти ответ на вопрос:

6)Какие формулы полезно помнить при решении простейших иррациональных уравнений?

Подсказка: Учебник стр.243. Найти и записать кратко метод возведения неравенств в квадрат.

7. Оформите и сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №25

Решение показательных уравнений

Цель работы: научиться решать показательные уравнения

Результаты:

метапредметные:

Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода).

Критерии оценивания:

1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

Задание 1.

Перечислите способы решения показательных уравнений.

Задание 2. Построить график функций и записать их свойства.

Вариант-1. а) $y = \left(\frac{1}{9}\right)^x$, б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ Вариант-2. а) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, б) $y = \left(\frac{1}{8}\right)^{-x}$.

Задание 3. Разберите решение следующих уравнений:

$$1) 4^{x+3} + 4^x = 260; 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} = \left(\frac{1}{16}\right)^x$$

$$3) \frac{2^x + 10}{4} = \frac{7}{2^x - 2}; 4) 36^x - 2 \cdot 18^x = 8 \cdot 9^x;$$

Решение: 1) $4^{x+3} + 4^x = 260 \Rightarrow 4^x(4^3 + 1) = 260 \Rightarrow 4^x \cdot 65 = 260 (: 65) \Rightarrow 4^x = 4 \Rightarrow x = 1$

$$2) \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x} \Rightarrow x^2 - 5 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -1$$

Ответ. $x_1 = 5, x_2 = -1$

$$3) \frac{2^x + 10}{4} = \frac{7}{2^x - 2}; 2^x = t > 0 \Rightarrow \frac{t + 10}{4} = \frac{7}{t - 2}, t \neq 2 \Rightarrow t^2 + 8t - 48 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = 4 \text{ и } t_2 = -12 \notin \text{ОДЗ} \Rightarrow 2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ Ответ: } x = 2$$

$$4) 36^x - 2 \cdot 18^x = 8 \cdot 9^x \Rightarrow (4 \cdot 9)^x - 2 \cdot (2 \cdot 9)^x = 8 \cdot 9^x \Rightarrow 9^x \cdot (4^x - 2 \cdot 2^x - 8) = 0 \Rightarrow 9^x \neq 0 \text{ тогда } 4^x - 2 \cdot 2^x - 8 = 0 \text{ } 2^x = t > 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ и}$$

$$t = -2 \notin \text{ОДЗ} \text{ тогда } 2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ Ответ: } x = 2$$

Задание 4: Решите самостоятельно уравнения:

Вариант-1. а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^{2+4x-5}} = 1$, б) $(27)^{3x} = \frac{1}{9}$, в) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$
 г) $5^{x+1} + 5^{x-1} - 5^x = 105$, д) $3^{x+3} - 5 \cdot 7^x = 7^{x+1} - 3^x$

Вариант-2. а) $(2,5)^{x^{2+6x-7}} = 1$, б) $(36)^{7x} = \frac{1}{6}$, в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 6 = 0$
 г) $4^{2x+1} + 4^{2x-1} - 4^{2x} = 52$, д) $2^{8-x} + 7^{3-x} = 7^{4-x} + 11 \cdot 2^{3-x}$

2 уровень:

5. Решить систему уравнений.

Вариант-1. а)
$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$$
 Вариант-2. а)
$$\begin{cases} x + y = 1, \\ 2^{x-y} = 8. \end{cases}$$

Контрольные вопросы:

1. Что называется показательной функцией?
2. Какими свойствами она обладает?
3. Как расположен график показательной функции?
4. Какие уравнения называются показательными?

Оформите и сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №26

Решение показательных неравенств.

Цель работы: научиться решать показательные неравенства.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их

систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Запишите способы решения и решите данные неравенства.

А. Неравенства, сводящиеся к простейшим. Решаются приведением обеих частей неравенства к степени с одинаковым основанием) $2^{x^2} > 2^{x+2}$; б) $\left(\frac{1}{9}\right)^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

Б. Неравенства, решаемые с помощью вынесения за скобки общего множителя.

$$8 \times 2^{x-1} - 2^x > 48$$

В. Неравенства, решаемые с помощью замены переменной.

$$2^x + 2^{3-x} < 9$$

2. Решить неравенства: 1) $27^{x+2} \leq 812$ 2) $4^{5-2x} < 0,25$.

3) $4^{2x+1} \geq 0,16$ 4) $(0.5)^{(7-3x)} < 45$ 5) $4^{5-2x} < 0,25$ 6) $0,4^{2x+1} \geq 0,16$ 7) $(0.5)^{(7-3x)} < 4$.

$$8) \left(\frac{2}{3}\right)^{x+8} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-7x}.$$

Решить графически неравенство:

- 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq x + 1$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < x - \frac{1}{2}$;
3) $2^x < 9 - \frac{1}{3}x$; 4) $3^x > -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$.

2 уровень.

1. Найти наибольшее целое значение x , удовлетворяющее неравенству:

$$\frac{440}{6^x} - 2 \cdot 6^x > 8 \cdot 6^{-x}$$

Решить графически уравнение:

- 1) $2^x = 3 - 2x - x^2$; 2) $3^{-x} = \sqrt{x}$;
3) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = -\frac{3}{x}$; 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x^3 - 1$.

Решить неравенство:

2. 1) $11^{\sqrt{x+6}} > 11^x$; 2) $0,3^{\sqrt{30-x}} > 0,3^x$

Ответьте на вопросы: а) На каких свойствах функции основывается решение простейших показательных неравенств?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №27

Решение логарифмических уравнений.

Цель работы: научиться решать логарифмические уравнения.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Указать и исправить ошибки в решении уравнения:

$$\log_2 x^4 + \log_2 x^2 = 6$$

$$4\log_2 x + 2\log_2 x = 6$$

$$6\log_2 x = 6$$

$$\log_2 x = 1$$

ответ: 2

- 2.

Решите уравнение $\log_4(5x+1) = 2$ по определению.

3. Разберите алгоритм решения уравнения заменой переменной и запишите его в тетрадь.

$$\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$$

новая

переменная

$$t = \log_2 x$$

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x=1 \\ \log_2 x=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2^1 \\ x=2^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=16 \end{cases}$$

4. Мини-Тест

| | неравенства | Б | Т | Я | П |
|----|--------------------------------|----------------|------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| | $\log_5(4x-3) < 1$ | $(-\infty; 2)$ | $\left(\frac{3}{4}; \infty\right)$ | $\left(-\frac{3}{4}; 2\right)$ | $\left(\frac{3}{4}; 2\right)$ |
| 2. | $\log_3 x^2 = 4$ | ± 2 | 9 | ± 9 | 81 |
| 3. | $\log_{\frac{1}{2}}(3+x) = -1$ | 2 | 1 | 3,5 | -2 |
| 4. | $\lg 3x < 2\lg 3$ | $(0; 3)$ | $(0; 9)$ | $(2; 3)$ | $(0; 1)$ |

5. Решить уравнения: $\log_2(3x+1) = \log_2 3 + 1$, $\log_5^2 x - 3\log_5 x + 2 = 0$,

$$\log_3(4x-1) = 3$$

2 уровень.

1. Решить уравнение и неравенство повышенной сложности, дать теоретическое обоснование этапов решения

А). $\log_4 \frac{4+2x}{x-5} = 2$ Б). $\log_{0.3}(x^2 + x + 31) < \log_{0.3}(10x + 11)$

1. $\log_4 \log_2(x-3) = 0$ 2. $\lg(1+2x) = \lg 3 + 1$ 3. $\log_7(x^2 - 2x - 8) = 1$

Ответьте на вопросы:

Какие уравнения называются логарифмическими? Всегда ли логарифмическое уравнение решается, т.е. имеет смысл? Назовите методы решения, которые целесообразно использовать для этих уравнений.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №28

Решение логарифмических неравенств.

Цель работы: научиться решать логарифмические неравенства.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1.

Найти область определения функции:

- | | |
|--|----------------------------|
| 1) $y = \lg (3x - 2);$ | 2) $y = \log_2 (7 - 5x);$ |
| 3) $y = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 2);$ | 4) $y = \log_7 (4 - x^2).$ |

2. Разберите алгоритм решения неравенства и запишите его полное решение:

$$\log_{0,5}(x^2 + x - 6) \geq \log_{0,5}(x + 4).$$

Решение. Начнем с определения области допустимых значений неравенства. Выражение, стоящее под знаком логарифмической функции, должно принимать только положительные значения. Это значит, что искомая область допустимых значений определяется следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + x - 6 > 0, \\ x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty), \\ x > -4 \end{cases} \dots\dots$$

Решить неравенства: 1. $\log_7(2x-1) < 2$, 2. $\lg(2x-3) > \lg(x+1)$,

$$3. \log_{\frac{1}{2}}(2-x) > -1 \quad 4. \lg(3x+1) \leq \lg(x-3) \quad 5. \log_2(x^2 + 4x + 3) > 3$$

2 уровень.

Решить неравенства:

$$1) \log_5 \frac{3x-2}{x^2+1} > 0; \quad 2) \log_{\frac{1}{2}} \frac{2x^2+3}{x-7} < 0; \quad 3) \log_{0,5} x + \log_{0,5}(x+1) \geq 1$$

Найти область определения функции:

$$\begin{array}{ll} 1) y = \log_5(x^2 - 4x + 3); & 2) y = \log_6 \frac{3x+2}{1-x}; \\ 3) y = \sqrt{\lg x + \lg(x+2)}; & 4) y = \sqrt{\lg(x-1) + \lg(x+1)}. \end{array}$$

Ответьте на вопросы: Что нужно определить вначале для правильного решения логарифмические неравенства? Каким может быть число под знаком логарифма?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №29

Решение систем уравнений и неравенств с применением различных методов.

Цель работы: научиться решать системы уравнений и неравенств с применением различных методов.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем. Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Решение систем уравнений с применением различных способов. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1. Решить систему уравнений: а)
$$\begin{cases} x + y = 3, \\ xy = -4. \end{cases}$$

А) (4; -1); **В)** (-1; 4), (4; -1); **С)** (-1; 4); **Д)** (-2; 5), (4; -1); **Е)** (-1; 4), (5; -2).

$$\text{б) } \begin{cases} 4x^2 - y = 2 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x + 2y = -1, \\ 4^{x+y^2} = 16 \end{cases} \text{ (способом подстановки)}$$

$$\text{г) } \begin{cases} y - x - 1 = 0, \\ y + x + 1 = 0 \end{cases} \text{ (графически)} \quad \text{д) } \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 36 \\ 3x^2 - 2y^2 = -20 \end{cases} \text{ (сложения)}$$

$$2. \text{ Решите уравнение: } \frac{18}{x^2 - 6x} - \frac{12}{x^2 + 6x} = \frac{1}{x}$$

4. Найдите наибольшее целое значение a , при котором сумма

дробей $\frac{11-2a}{5}$ и $\frac{3-2a}{2}$ положительна. $\boxed{a=2}$ (методом интервалов).

5. Решить неравенство $\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$

6. Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 2y^2 - 8 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

2 уровень.

Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} 2^x \cdot 9^y = 162, \\ 3^x \cdot 4^y = 48. \end{cases} \text{ (подсказка: перемножьте уравнения данной системы)}$$

$$2) \begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1 \\ \log_2 xy = 3 \end{cases}$$

Ответьте на вопрос: Какие методы решения системы уравнений и неравенств вы знаете?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №30

Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.

Цель работы: научиться решать уравнения и неравенства используя свойства и графики функций.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. . Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.

Критерии оценивания:

- 1.оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
- 2.оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

1.Найти область определения функции $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 5}$.

$y = \log_2 (x^2 - 4)$, если 1) $(-2; 2)$; 2) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

2.Решите графически уравнение: $2x^2 = x + 1$

3. Решить уравнение $\sqrt{3-x} = \log_5(x-3)$

Найти промежутки, на которых график функции:

1) $y = x^8$; 2) $y = x^{\frac{1}{3}}$ — лежит выше (ниже) графика функции $y = x$.

Найти область определения функции:

1) $y = \sqrt[3]{1-x}$; 2) $y = \sqrt[6]{2-x^2}$;
3) $y = (3x^2 + 1)^{-2}$; 4) $y = \sqrt{x^2 - x - 2}$.

Выяснить с помощью графиков, сколько корней имеет уравнение:

1) $\sqrt{x-6} = -x^2$; 2) $\sqrt[3]{x} = (x-1)^2$;
3) $\sqrt{x+1} = x^2 - 7$; 4) $x^3 - 1 = \sqrt{x+1}$.

Решить графически уравнение:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 1$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x - \frac{1}{2}$;
3) $2^x = -x - \frac{7}{4}$; 4) $3^x = 11 - x$.

2 уровень.1.

Решить графически уравнение:

1) $2^x = 3 - 2x - x^2$; 2) $3^{-x} = \sqrt{x}$;
3) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = -\frac{3}{x}$; 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x^3 - 1$.

2.

Решить графически уравнение:

1) $\log_2 x = -x + 1$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} x = 2x - 5$;
3) $\lg x = \sqrt{x}$; 4) $\lg x = 2^{-x}$.

Ответьте на вопрос: На чём основано решение уравнений и неравенств?

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Цель работы: научиться решать несложные задачи из различных областей науки и практики.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

Виды деятельности: Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений.

Критерии оценивания:

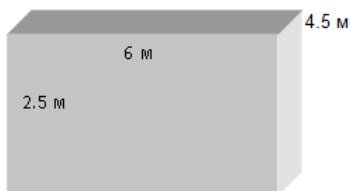
1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

Задача №1. Длина прямоугольника на 3 см больше ширины. Какую ширину должен иметь прямоугольник, если его площадь больше 28 см^2 ?

Задача №2. Решено комнату (включая потолок) оклеить обоями. Обои покупаются с запасом 20% от оклеиваемой площади. Стоимость обоев указана в таблице. Потолок решено оклеить белыми обоями, стены - зелеными.

Ширина двери комнаты равна 0,8 м, высота - 2 м. Ширина окна - 1,5 м, высота - 1 м. Сколько рублей надо заплатить за обои, если эскиз комнаты представлен на рисунке?



| Цена обоев за 1 м ² (в руб.) в зависимости от покупки | | | |
|---|----------------------|-----------------------------|--------------------------|
| | до 30 м ² | от 30 до 100 м ² | свыше 100 м ² |
| Белые | 14 | 13 | 12 |
| Зеленые | 12 | 11 | 10 |

Задача №3. Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

| Тарифный план | Абонентская плата | Плата за трафик |
|---------------|------------------------------------|-------------------------------|
| План «0» | Нет | 2,5 руб. за 1 Мб |
| План «500» | 600 руб. за 500 Мб трафика в месяц | 2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб |
| План «800» | 850 руб. за 800 Мб трафика в месяц | 1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб |

Пользователь планирует, что его трафик составит 600 Мб и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей должен заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 600 Мб?

Задача №4. Фирма состоит из двух отделений, суммарная величина прибыли, которых в минувшем году составила 13 млн. рублей. На этот год запланировано увеличение прибыли первого отделения на 75%, а второго - на 140%. В результате, суммарная прибыль фирмы должна вырасти в 2 раза. Какова

величина прибыли каждого из отделений: 1) в минувшем году? 2) в текущем году?

Задача №5. Поперечное сечение железнодорожной насыпи представляет собой равнобокую трапецию с углом 45° и основаниями 8 м и 14 м. Сколько земли надо, чтобы сделать такую насыпь на протяжении 100 м.

2 уровень.

Задача №1. Один катет прямоугольного треугольника на 14 см больше другого, а гипотенуза равна 34 см. Найдите катеты и в ответе укажите их сумму.

А) 46; В) 45; С) 44; D) 43; E) 42.

Задача №2. Если быстро вращать ведро с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в Ньютонах, равна $m(v^2/L + g)$, где m – масса воды (кг), v – скорость движения ведра (м/с), g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$), L – длина веревки (м). С какой минимальной скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 0,784 м? Ответ выразите в м/с.

Ответьте на вопросы:

а) В каких областях науки встречается математика?

б) Нужна ли в вашей профессии знания математики?

Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»

Цель работы: контроль и учёт знаний по решению простейших уравнений и неравенств.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Решение систем уравнений с применением различных способов. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы: I уровень

| | |
|--|--|
| 1 вариант 1. Решите уравнение: $\log_2(3x+2) = -1 + \log_2(6-x)$ 1). $\frac{10}{7}; 2$. 2; 3). -14; 4). $\frac{2}{7}$ 2. Решите уравнение: | 2 вариант 1. Решите уравнение: $\log_3(x+6) = -2 + \log_3(4-x)$ 1). - 6,25; 2). - 5; 3). 3; 4). 5,25 2. Решите уравнение: |
|--|--|

| | |
|---|---|
| $3\log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0$ 1). $1; -\frac{2}{3}; 2); 3; \frac{1}{\sqrt[3]{9}}; 3); -1; \frac{2}{3}; 4); \frac{1}{3}; \sqrt[3]{9}$ 3. Решите уравнение: $2^x + 3 \cdot 2^{x-3} = 22;$ 4. Решите уравнение: $\sqrt{5x-10} = 2-x$ 5. Решите неравенство $\sqrt{3-x} < 5;$ | $2\lg^2 x + \lg x - 1 = 0$ 1). $1; -\frac{1}{2}; 2); 10; \frac{1}{\sqrt{10}}; 3); 0,1; \sqrt{10}; 4); -1; \frac{1}{2}$ 3. Решите уравнение: $2 \cdot 3^x + 3^{x-2} = 57;$ 4. Решите неравенство: $\sqrt{2x-5} = \sqrt{4x-7}$ 5. Решите неравенство $\sqrt{x-2} < 1;$ |
|---|---|

2 уровень

1. Решить уравнение:

а) $\lg(x^2 + 7x - 3) = \lg(4x + 1)$

б) $\sqrt{x^2 + 5x + 2} - \sqrt{x^2 - 3x + 3} = 3.$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 64^{x-3y} = 8 \\ 12x + y = 2 \end{cases}$$

3. Решить неравенство:

а) $0,3^{x^2-4} \geq 1$

б) $\log_2(2x+3) + \log_2(x+2) > \log_2(-2x-1)$

в) $\sqrt{2x-x^2} < 5-x$

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 32

Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.

Цель работы: изучить радианный метод измерения углов вращения и их связь с градусной мерой.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться

в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой. Изображение углов вращения на окружности, соотнесение величины угла с его расположением. Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и острых углов прямоугольного треугольника и объяснение их взаимосвязи.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго, третьего уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А

1. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

1) 88° ; 2) 100° ; 3) 145° ; 4) -200° ; 5) 300° ; 6) 400° ; 7) -30° ; 8) -120° ; 9) -415° ; 10) -520° .

2. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

1) 2π ; 2) $\pi/12$; 3) 10π ; 4) $9\pi/14$.

Уровень Б

1. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

- 1) $7\pi/15$; 2) $-9\pi/17$; 3) $11\pi/12$; 4) $23\pi/20$; 5) $31\pi/21$; 6) $-14\pi/5$; 7) $-23\pi/6$; 8) $25\pi/7$; 9) $-21\pi/4$;
10) $-39\pi/5$.

2. Выразите углы в долях π :

- 1) 135° ; 2) 220° ; 3) 1200° ; 4) -330°

Уровень В

1. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

- 1) $1,6$; 2) 3 ; 3) 4 ; 4) $-2,1$; 5) $-1,8$; 6) 8 ; 7) $-7,5$; 8) 10 ; 9) 15 ; 10) -31 .

2. Укажите знак \sin , \cos , tg , ctg в этих углах:

Ответьте на контрольные вопросы:

1) Что такое угол и как он измеряется?

2) Зачем обобщается понятие угла?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 33

Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.

Цель работы: научиться применять основные тригонометрические тождества для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

1. Вычислите значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла, используя имеющуюся информацию.

Уровень А.

1) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos \alpha > 0$; 2) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin \alpha < 0$; 3) $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$, $-\pi < \alpha < 0$;
4) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \alpha > 0$; 5) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, $\sin \alpha < 0$; 6) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\cos \alpha > \frac{1}{2}$; 7) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$,
 $\sin \alpha \cos \alpha > 0$; 8) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{1}{\cos \alpha} < 1$; 9) $\cos \alpha = 0$,
 $-5,6\pi < \alpha < -4,8\pi$; 10) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\sin \alpha > \frac{1}{2}$.

Уровень Б.

1) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\cos \alpha > \sin \alpha$; 2) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \alpha \leq \sin \alpha$; 3) $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$,
 $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$; 4) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, $\sin \alpha < |\cos \alpha|$; 5) $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$, $\cos \alpha > \sin \alpha$.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1) Зачем преобразуют тригонометрические выражения?

2) Запишите основное тригонометрическое тождество и следствия из него.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 34

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул приведения

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул приведения.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его. Ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростите выражение.

- 1) $\operatorname{tg} (t - \frac{\pi}{2})$; 2) $\cos (\frac{3\pi}{2} + 3t)$; 3) $\sin (-\frac{\pi}{2} - t)$; 4) $\operatorname{ctg} (270^\circ + t)$; 5) $\cos (\pi + \alpha) \operatorname{tg} (\alpha + \frac{\pi}{2})$;
 6) $\sin (270^\circ + \alpha) - \sin (270^\circ - \alpha)$; 7) $\sin (\alpha - \pi) \cos (-\alpha - \frac{3\pi}{2}) + 1$.

2. Расположите в порядке возрастания.

- 1) $\operatorname{ctg} 270^\circ$, $\sin \frac{11\pi}{6}$, $\sin \frac{\pi}{3}$, $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}$; 2) $\sin 5\pi$, $\cos 150^\circ$, $\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{2}$, $\cos (-600^\circ)$;
 3) $\sin 40^\circ$, $\sin 80^\circ$, $\sin 120^\circ$, $\sin 200^\circ$; 4) $\operatorname{tg} 46^\circ$, $\operatorname{ctg} 47^\circ$, $2 \sin 2\frac{5\pi}{4}$; 5) $\sin 3$, $\cos \frac{\pi}{2}$, $\sin 1$,
 $\cos 10\pi$; 6) $\cos 1$, $\cos 2$, $\cos 3$, $\cos 4$; 7) $\operatorname{tg} \sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin \frac{5\pi}{4}$, $\sin 2$.

Уровень Б.

1. Вычислите значение выражения.

- 1) $\sin \frac{14\pi}{6}$, $\cos \frac{19\pi}{6}$, $\operatorname{tg} \frac{15\pi}{4}$, $\cos 1470^\circ$, $\sin 840^\circ$;
 2) $[\sin (\pi + \alpha) + \cos (\frac{\pi}{2} + \alpha)]^2 + [\cos (2\pi - \alpha) - \sin (\frac{3\pi}{2} - \alpha)]^2$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

2. Ответьте на контрольные вопросы

- 1) Для чего нужны формулы приведения?
 2) Следствием чего являются формулы приведения?
 3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 35

Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

Цель работы: Научиться выполнять операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Представить в тригонометрической форме следующие числа:

1) 2 ; 2) $6i$; 3) $-2 + \sqrt{3}i$, 4) $2 - 2i$, 5) $-\sqrt{3} - i$.

2. Представить в алгебраической форме следующие числа:

1) $z = 2 (\cos 2\pi + i \sin 2\pi)$; 2) $z = \sqrt{2} [\cos 3\pi/4 + i \sin \pi/12]$

1. Найти произведение.

$2 [\cos(\pi/6) + i \sin (\pi/6)] \cdot [\cos (\pi/12) + i \sin (\pi/12)]$.

2. Выполнить деление:

$10 \cos(3\pi/4) + i \sin (3\pi/4) : 2[\cos(\pi/4) + i \sin(\pi/4)]$.

Уровень Б.

1. Возвести в степень.

1) $[\cos(\pi/6) + i \sin (\pi/6)]^6$

2) $[3/2 - (\sqrt{3}/2)i]^{10}$

2. Извлечь корни из комплексных чисел: \sqrt{i} , $\sqrt[3]{1}$.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 36

Исследование свойств и построение графиков тригонометрических функций. Гармонические колебания.

Цель работы: научиться строить графики тригонометрических функций и исследовать их свойства

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

1. Проведите полное исследование и постройте графики следующих функций:

Уровень А.

$$1) y = \sin 4x; \quad 2) y = \cos \frac{x}{3};$$

Уровень Б.

$$3) y = -\operatorname{tg} 2x$$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

- 1) Почему для записи промежутков знакопостоянства и промежутков монотонности синуса и косинуса удобнее выбирать разные промежутки основного периода?
 - 2) Как обосновать возрастание функции $y = \operatorname{tg} x$ на промежутке $[0; \frac{\pi}{2}]$, используя определение этой функции и свойства синуса и косинуса?
 - 3) Как доказать, что основной период тангенса и котангенса вдвое меньше основного периода синуса и косинуса?
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 37

Исследование свойств и построение графиков обратных тригонометрических функций

Цель работы: научиться строить графики обратных тригонометрических функций и исследовать их свойства

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Ознакомление с понятием обратных тригонометрических функций. Изучение определений арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа, формулирование их, изображение на единичной окружности, применение при решении уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Для функции $y=\sin x$ выберите промежуток, на котором функция имеет обратную. Укажите монотонность обратной функции.

1) $[0; \pi]$; 2) $[\pi/2; 3\pi/2]$; 3) $[-2\pi; \pi]$; 4) $[-\pi; \pi]$; 5) $[-4,5\pi; -3\pi]$; 6) $[21\pi/2; 23\pi/2]$; 7) $[3; 5]$; 8) $[12; 13]$.

2. Вычислите значение функции.

1) $\arccos(\sin 4\pi/3)$; 2) $\arccos(\sin 270^\circ)$; 3) $\arcsin(\cos 2\pi/3)$; 4) $\arcsin(\cos 0)$; 5) $\arcsin(\sin 5\pi/4)$; 6) $\arccos(\cos 7\pi/6)$; 7) $\sin(\arccos 1/3)$; 8) $\cos(\arcsin 4/5)$; 9) $\operatorname{tg}(\arcsin 9/15)$; 10) $\operatorname{tg}(\arccos(-0,6))$; 11) $\arcsin(\sin 3)$; 12) $\arcsin(\sin 5)$; 13) $\arcsin(\cos 4)$; 14) $\arccos(\sin 8)$; 15) $\arcsin(\sin 15)$.

Уровень Б.

Для данной функции составьте формулу обратной функции на указанном промежутке:

1) $y=\sin x$ на $[3\pi/2; 5\pi/2]$; 2) $y=\sin 2x$ на $[-3\pi/4; -\pi/4]$; 3) $y=\sin(x-\pi/3)$ на $[7\pi/3; 17\pi/6]$; 4) $y=\cos x$ на $[\pi; 2\pi]$; 5) $y=\cos x$ на $[-4\pi; -3\pi]$; 6) $y=2\cos x$ на $[9\pi; 10\pi]$.

2. Ответьте на контрольные вопросы:

- 1) Что такое $\arcsin a$?
- 2) Какие тождества для арксинуса вам известны?
- 3) При каких a определен $\arcsin a$?
- 4) Какие значения может принимать $\arcsin a$?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 38

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул сложения.

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул сложения.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростите выражение:

$$1) \cos \alpha + \cos (240^\circ + \alpha) + \cos (240^\circ - \alpha); \quad 3) \frac{\sin 56^\circ \sin 124^\circ - \cos 34^\circ \cos 236^\circ}{\cos 28^\circ \cos 88^\circ + \cos 178^\circ \sin 208^\circ};$$

$$2) \frac{\sin 22^\circ \cos 8^\circ - \cos 158^\circ \cos 98^\circ}{\sin 23^\circ \cos 7^\circ + \cos 157^\circ \cos 97^\circ};$$

$$4) \sin 20^\circ + \sin 13^\circ \sin 57^\circ - \sin 33^\circ \sin 77^\circ;$$

2. Вычислите значение выражения:

$$1) 2 \cos (60^\circ - \alpha) - \sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha;$$

$$2) \cos^2 (\alpha - 30^\circ) + \cos^2 (\alpha + 30^\circ) + \sin^2 \alpha;$$

$$3) \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) - \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta;$$

$$4) \sin 15^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ \cos 15^\circ;$$

$$5) \frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \sin(45^\circ - \alpha)}{2 \sin(60^\circ + \alpha) - \sqrt{3} \cos \alpha}.$$

Уровень Б.

1. Найдите значение выражения:

$$1) \operatorname{tg} (\alpha + \beta), \text{ если } \operatorname{tg} \alpha \text{ и } \operatorname{tg} \beta - \text{ корни уравнения } x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$2) \sin 4\alpha, \text{ если } \operatorname{tg} \alpha - \text{ корень уравнения } 8(t - t^3) = (1 + t^2)^2$$

$$3) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}, \text{ если } \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$4) (\cos 5\alpha) (\cos \alpha)^{-1}, \text{ если } \cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$$

$$5) \cos 3\alpha + \cos \alpha, \text{ если } \alpha - \text{ корень уравнения } 2 \cos^3 \alpha + 1 = \cos \alpha$$

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Для чего нужны формулы сложения?

2. Какие формулы сложения вы знаете.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 39

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул удвоенного аргумента.

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул удвоенного аргумента.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности,

включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Вариант А.

1. Упростите выражение.

1) $2 \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$; 2) $\frac{\sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \alpha}{\sin 2\alpha}$; 3) $\frac{\cos 70^\circ}{\cos 35^\circ + \sin 35^\circ} + \sin 35^\circ$; 4) $\cos 2\alpha + 2 \sin^2 \alpha$

2. Вычислите значение выражения.

1) $\sin \alpha + \cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 3$; 2) $\sin 4\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$; 3) $\cos 2\alpha$, если $2 \operatorname{ctg}^2 \alpha + 7 \operatorname{ctg} \alpha = 0$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{7\pi}{4}$

Вариант Б.

1. Найдите значение выражения.

1) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$, если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{\sin 4\alpha}}{\sqrt{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha}$, если $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$;

3) $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{5\pi}{7}$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

1) Для чего нужны формулы удвоенного аргумента?

2) Какие формулы удвоенного аргумента вы знаете.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 40

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул половинного аргумента.

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул половинного аргумента.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростить выражение.

1) $4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin (90^\circ + \frac{\alpha}{2}) \sin (270^\circ - \alpha)$; 2) $(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}) / \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$; 3) $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$;

4) $(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}) / (\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2})$

2. Вычислите значение выражения.

1) $(\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha - 6) / (\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + 2)$, если $\alpha = \frac{3\pi}{16}$; 2) $\cos 4\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$

3. Докажите тождество.

1) $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \frac{3 \cos^2 2\alpha + 1}{4}$; 2) $\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$

Вариант Б.

1. Найдите значение выражения.

1) $4 \sin 18^\circ \sin 306^\circ$; 2) $\sin 2\alpha$, если $t = \operatorname{ctg} \alpha$ – корень уравнения $t^2 + 4t + 1 = 0$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

1) Для чего нужны формулы половинного аргумента?

2) Какие формулы половинного аргумента вы знаете.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 41

Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение.

Цель работы: научиться преобразовывать суммы тригонометрических функций в произведение.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;
4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Преобразуйте в произведение.

1) $\sin \frac{11\pi}{12} + \sin \frac{5\pi}{12}$; 2) $\cos 6\alpha - \cos 3\alpha$; 3) $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) - \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$;

4) $\sin \alpha + \cos \alpha$; 5) $\sin \alpha - \cos \beta$; 6) $\sqrt{3} - \operatorname{tg} \alpha$.

2. Докажите тождества.

1) $1 - \sin \alpha - \cos \alpha = 2\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right)$;

2) $\sin \alpha + \sin \beta + \sin (\alpha - \beta) = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

3) $1 - 2 \cos \alpha + \cos 2\alpha = -4 \cos \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

4) $\sin 16^\circ + \sin 24^\circ + \sin 40^\circ = 4 \sin 20^\circ \cos 12^\circ \cos 8^\circ$

Уровень Б.

1. Вычислите значение выражения.

1) $\cos 20^\circ + \sin 190^\circ + \cos 140^\circ$; 2)

2. Сравните по величине числа.

1) $a = \sin 39^\circ + \sin 41^\circ$ и $b = \sin 38^\circ + \sin 42^\circ$

2) $a = 1 - 2 \sin 29^\circ$ и $b = 2 \sin 31^\circ - 1$; 3) $a = \operatorname{tg} 22^\circ + \operatorname{ctg} 24^\circ$ и $b = \operatorname{tg} 24^\circ + \operatorname{ctg} 22^\circ$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Для чего нужно преобразовывать тригонометрические выражения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 42

Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.

Цель работы: научиться преобразовывать произведения тригонометрических функций в сумму.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции

других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

Преобразуйте в сумму.

1) $\sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{40}$; 2) $\cos 18^\circ \cos 66^\circ$; 3) $\sin 5\alpha \sin 3\alpha$; 4) $\cos \alpha \sin 3\alpha$

2. Докажите тождества.

$4 \cos \alpha \cos (60^\circ - \alpha) \cos (60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$

3. Вычислите значение выражения.

$$32 \sin 70^\circ \cos 40^\circ \sin 10^\circ$$

Уровень Б.

1. Вычислите значение выражения.

$$1) \sin 130^\circ \sin 190^\circ + \sin^2 110^\circ; \quad 2) \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ;$$

$$3) \sin 20^\circ \cos 50^\circ \sin 60^\circ \cos 10^\circ$$

2. Сравните по величине числа.

$$a = \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4} \text{ и } b = \frac{1}{7}$$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как можно преобразовать произведения тригонометрических функций в сумму?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 43

Преобразование тригонометрических функций.

Цель работы: научиться преобразовывать тригонометрические функции.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростите выражение.

1) $[\sin(\frac{\pi}{4} + a) - \cos(\frac{\pi}{4} + a)] / [\sin(\frac{\pi}{4} + a) + \cos(\frac{\pi}{4} + a)];$

2) $[\sin 2a + \sin 2] / \sin(1 + a);$ 3) $\frac{tg a + tg \beta}{tg(a + \beta)} + \frac{tg a - tg \beta}{tg(a - \beta)};$ \

3) $[1 - ctg(\pi - 2\alpha) ctg \alpha] / [ctg(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + ctg \alpha];$ 4) $\cos^2(\alpha + 2\beta) + \sin^2(\alpha - \beta) - 1;$

5) $\cos^2(\frac{3\pi}{8} - \frac{\alpha}{4}) - \cos^2(\frac{11\pi}{8} + \frac{\alpha}{4})$

Уровень Б.

1) $[tg^2(2\alpha - \frac{\pi}{4}) - 1] / [tg^2(2\alpha - \frac{5\pi}{4}) + 1]$ 2) $\frac{\sin(80^\circ + 4a)}{4 \sin(20^\circ + a) \sin(70^\circ - a)}$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

Зачем преобразуют тригонометрические выражения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 44

Решение уравнений вида $y = \cos x$ и $y = \sin x$.

Цель работы: научиться решать уравнения вида $y = \cos x$ и $y = \sin x$.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Решите уравнение на указанном промежутке.

1) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (-\pi; -\frac{\pi}{2})$; 2) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (0; \pi)$; 3) $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$

$$4) \sin x = \frac{1}{2}, x \in (0; 2\pi); 5) \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}, x \in (\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}); 2) \cos(1 - x) = \frac{\sqrt{3}}{2}, x \in (5; 7);$$

2. Решите уравнение.

$$1) \sin x + \sin 3x = 0; 2) \sin 2x + \cos x = 0; 3) \sin 3x = -\cos x;$$

$$4) \sin x + \cos x = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$$

Уровень Б.

$$1) \cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}, x \in (\frac{7\pi}{2}; \frac{11\pi}{2}); 2) \sin(2-x) = \frac{1}{2}, x \in (-1; 4);$$

$$3) \sin x = \cos 4x; 4) \sin^3 x + \cos^3 x = \cos x$$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Что полезно иметь в виду при решении тригонометрических уравнений?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 45

Решение уравнений вида $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$.

Цель работы: решать уравнения вида $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

1. Решите уравнение на указанном промежутке

1) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$, $x \in (0; 2\pi)$; 2) $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$, $x \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$; 3) $\operatorname{tg} (2x - 3) = -1$, $x \in (10; 11)$;

2. Решите уравнение.

1) $\operatorname{tg} x - 2 \sin x = 0$; 2) $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 2 \sin 5x$

Уровень Б.

1) $\operatorname{ctg} (3x - 2) = 1$, $x \in (3; 4)$;

2) $\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 5x$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как решаются основные типы тригонометрических уравнений?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 46

Основные методы решения тригонометрических уравнений.

Цель работы: научиться решать тригонометрические уравнения.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность

и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

Решите уравнение.

1) $3 \sin^2 x + \cos^2 x = 5 \cos x$; 2) $\frac{5}{2 \sin x + 1} + \sin x = 3$; 3) $\sin x + 2 \cos x = 0$

4) $\sin^2 x = 2 \cos^2 x + 2 \cos 2x$; 5) $\frac{1}{\cos x - 1} + \cos x + 2 = 0$; 6) $3 \sin x - \cos x = 0$

7) $\sin x \operatorname{tg} x = \frac{3}{2}$ 8) $2 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ 9) $\operatorname{ctg} 2x - \operatorname{tg} 2x = \frac{2}{3} \operatorname{tg} 4x$

Уровень Б.

1) $\cos^2 x - 4 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1 = 0$ 2) $3\sin^2 x + 4\sin x \cos x - 7\cos^2 x = 0$

3) $1 - \cos x = 2\operatorname{tg}\frac{x}{2}$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как, зная одно решение простейшего тригонометрического уравнения, найти все его решения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 47

Решение тригонометрических неравенств.

Цель работы: научиться решать тригонометрические неравенства.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Умение отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств

Критерии оценивания практических работ

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4. оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

Ход работы:

Уровень А.

Решите неравенства.

1) $\sin x \geq 0$; 2) $\cos 2x < 0$; 3) $\cos 2x \geq 1$; 4) $\sin 2x \leq -1$; 5) $\sin x < -\frac{1}{2}$; 6) $\sin x > -\frac{1}{2}$; 6)

$\sin x > \frac{1}{4}$; 7) $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$

Уровень Б.

1) $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos x > -\frac{1}{2}$; 3) $\cos x < \frac{1}{3}$; 4) $\sin x < -\frac{1}{5}$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как решаются основные типы тригонометрических неравенств?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 48

Числовая последовательность, способы ее задания. Вычисление предела последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая последовательность.

Цель: научиться определять числовую последовательность, вычислять предел последовательности

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов. Ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

- I. Запишите первые шесть членов последовательности, заданной различными способами:

- 1) a_n — n -е натуральное число, делящееся на 6;
- 2) a_n — n -е простое число;
- 3) a_n — n -е натуральное число, являющееся полным квадратом;
- 4) a_n — остаток от деления числа 2^n на n ;
- 5) a_n — остаток от деления на 5 числа 3^n ;
- 6) $a_n = 2^n + 1$;
- 7) $a_n = \frac{n-1}{n^2+1}$;
- 8) $a_{n+1} = 3a_n - n$; $a_1 = 2$;
- 9) $a_{n+1} = (-1)^n a_n + 4$; $a_1 = 2$;
- 10) $a_{n+1} = (a_n)^{0.5}$; $a_1 = 1024$.

II.

- II. Изобразить на числовой прямой несколько членов последовательности $\{x_n\}$ и выяснить, к какому числу они приближаются:

1) $x_n = \frac{1}{n}$ 2) $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$ 3) $x_n = \frac{n+1}{n}$ 4) $x_n = \frac{n-2}{n}$

- III. Составьте одну из возможных формул n -го члена последовательности по первым пяти ее членам:

- 1) 0, 1, 2, 3, 4, ... ; 2) -1, -2, -3, -4, -5, ... ; 3) 5, 10, 15, 20, 25, ... ;
 4) 6, 12, 18, 24, 30, ... ; 7) 3, 9, 27, 81, 243, ... ; 8) 9, 16, 25, 36, 49, ... ;
 9) 5, 6, 7, 8, 9, ... ; 10) 10, 9, 8, 7, 6, 11) 4, 8, 12, 16, 20, ... ;

IV. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n), если:

- 1) $b_1 = 3, q = \frac{1}{3}$; 2) $b_1 = -1, q = 0,2$; 3) $b_1 = -5, q = -0,1$ 4) $b_1 = 2, q = -\frac{1}{3}$

V. Вычислите:

- 1) $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$; 2) $49 + 7 + 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \dots$; 3) $125 + 25 + 5 + 1 + \dots$

VI. Вычислите пределы

A

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{x^2 + 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^3 - 1}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{x^3 + 1}$;
 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 + 2}$.

Б

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin \frac{x}{2}}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + \sqrt{x} - 6}{x - 5\sqrt{x} + 6}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{2x + 1}}{x}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2^x}$;
 5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x} - \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x} \right)$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{2x + 1}}{\sin x}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 49

Геометрический и механический смысл производной.

Цель: научиться определять геометрический и механический смысл производной

Результаты:

предметные: - сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Изучение и формулирование механического и геометрического смысла производной, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1. Найдите тангенс угла между касательной к графику функции $y = h(x)$ в точке с абсциссой x_0 и осью x :

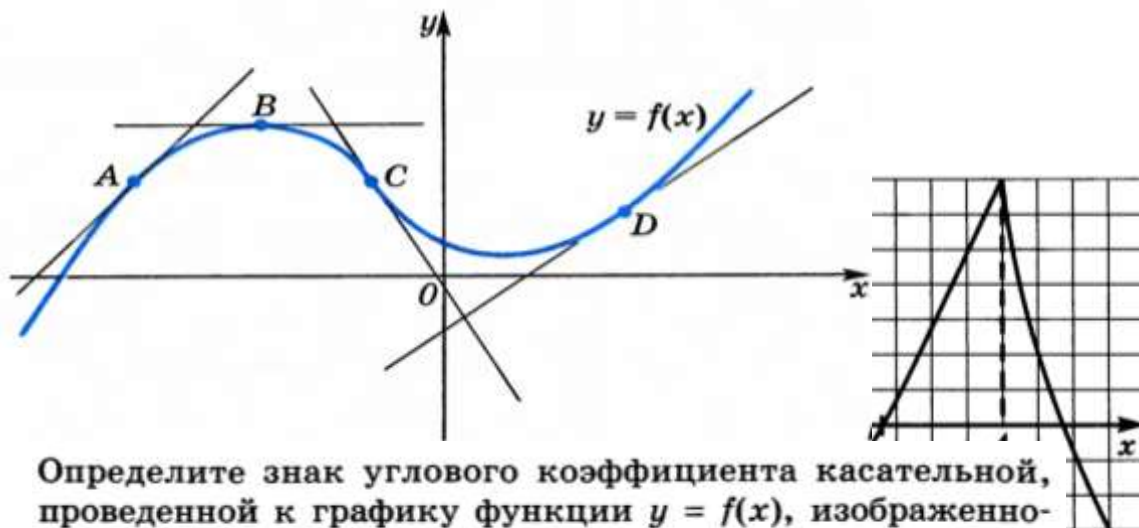
а) $h(x) = x^6 - 4x$, $x_0 = 1$;

2. б) $h(x) = \sqrt{x} - 3$, $x_0 = \frac{1}{4}$;

в) $h(x) = -x^5 - 2x^2 + 2$, $x_0 = -1$;

г) $h(x) = \frac{25}{x} + 2$, $x_0 = \frac{5}{4}$.

3. На рисунке 55 изображен график функции $y = f(x)$ и касательные к графику в точках A , B , C , D . Определить знак производной этой функции в точках A , B , C , D .



4. Определите знак углового коэффициента касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$, изображенному на заданном рисунке, в точках с абсциссами a , b , c :

а) рис. 41; б) рис. 42.

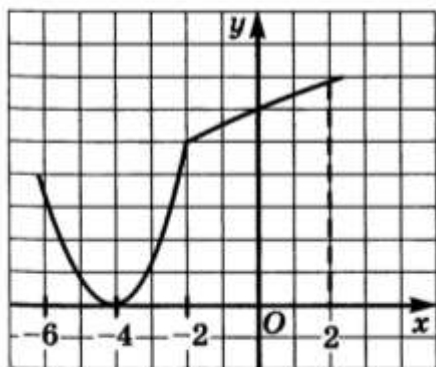


Рис. 45

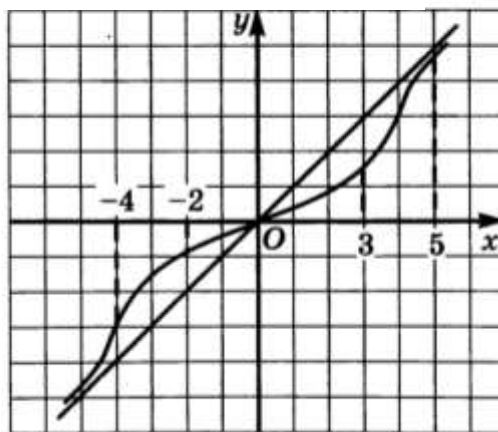


Рис. 46

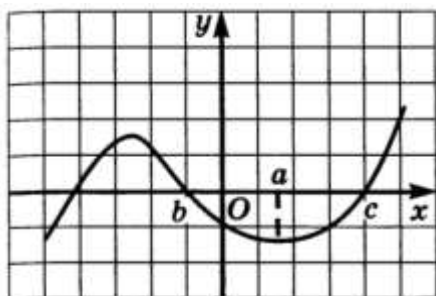


Рис. 41

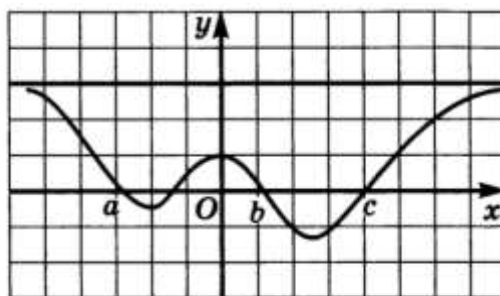


Рис. 42

5.

Укажите точки, в которых производная равна нулю, и точки, в которых производная не существует, если график функции изображен на заданном рисунке:

а) рис. 43; б) рис. 44; в) рис. 45; г) рис. 46.

6. а)

Закон движения тела задан формулой $s(t) = 0,5t^2 + 3t + 2$ (s — в метрах, t — в секундах). Какой путь пройдет тело за 4 с? Какова скорость движения в этот момент времени?

б) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9$ с.

в) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + 7t - 3$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 10$ с.

г) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 13t + 23$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?

д) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = (1/3)t^3 - 3t^2 - 5t + 3$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 50

Составление уравнения касательной в общем виде

Цель: Научиться решать задачи на составление уравнения касательной в общем виде

Результаты:*предметные:*

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Составление уравнения касательной в общем виде. Применение правил дифференцирования для составления уравнения касательной.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задача с решением: Написать уравнение касательной к графику функции $y=x^2$ в точке $x_0=3$. Сделать чертеж.

Решение. Запишем уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 в общем виде: $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$.

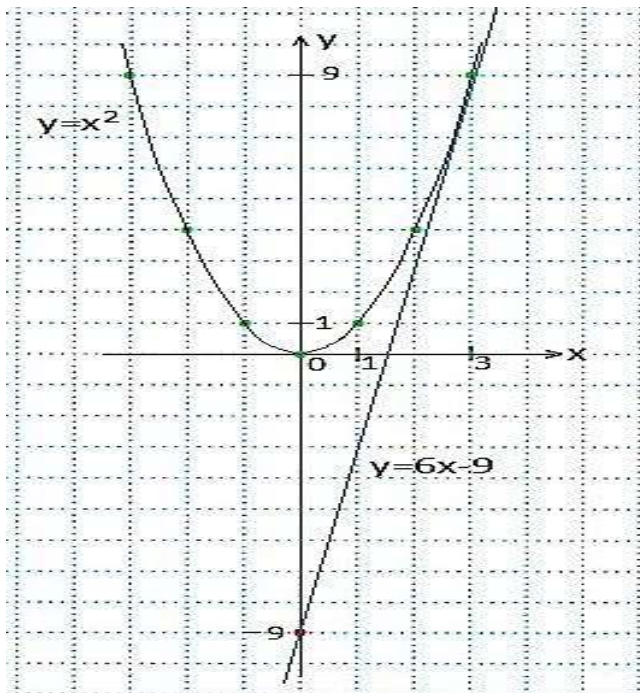
Находим значение данной функции в точке с данной абсциссой: $f(x_0)=f(3)=3^2=9$.

Находим производную $f'(x)=(x^2)'=2x$ и находим значение этой производной при $x=3$.

Тогда $f'(x_0)=f'(3)=2 \cdot 3=6$.

Подставим найденные значения $f(x_0)=9$ и $f'(x_0)=6$ в уравнение касательной, получим: $y=9+6 \cdot (x-3)$; $y=9+6x-18$;

$y=6x-9$ — искомое уравнение касательной.



Ответ: $y=6x-9$.

Написать уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если:

1) $f(x)=x^3+x^2+1$, $x_0=1$; 2) $f(x)=6x-3x^2$, $x_0=2$;

3) $f(x)=\frac{1}{x^3}$, $x_0=1$; 4) $f(x)=\frac{1}{x^2}$, $x_0=-2$;

5) $f(x)=\cos x$, $x_0=\frac{\pi}{3}$; 6) $f(x)=e^x$, $x_0=0$;

1. 7) $f(x)=\ln x$, $x_0=1$; 8) $f(x)=\sqrt{x}$, $x_0=1$.

2. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^5-32}{5}$ в точке его пересечения с осью абсцисс.

3. На графике функции $y = x(x^2 - 6x)$ найдите точки, в которых касательные к графику параллельны оси абсцисс.

Задача с решением:

Даны функции $f(x) = -x^2 - 2x - 3$ и $g(x) = x^2 + 4x + 6$. Напишите уравнение общей касательной к графикам функций $y=f(x)$ и $y=g(x)$. Уравнение

касательной - это уравнение прямой и имеет вид $y=kx+b$

Общая касательная пересекается с каждым графиком в одной точке. Тогда для первого графика точку пересечения с касательной можно найти из уравнения $-x^2-2x-3 = kx+b$, для второго графика из уравнения $x^2+4x+6 = kx+b$

1) $-x^2-2x-3 = kx+b$

$x^2+2x+3+kx+b = 0$

$$x^2 + (2+k)x + (3+b) = 0$$

Касательная имеет с графиком только одну общую точку, следовательно, корень уравнения должен быть один, а это возможно, когда дискриминант равен нулю.

$$D = (2+k)^2 - 4(3+b) = 0$$

$$2) \ x^2 + 4x + 6 = kx + b$$

$$x^2 + 4x + 6 = kx + b$$

$$x^2 + 4x + 6 - kx - b = 0$$

$$x^2 + (4-k)x + (6-b) = 0$$

$$\text{Приравниваем дискриминант к нулю: } D = (4-k)^2 - 4(6-b) = 0$$

Так как касательная общая, значит, дискриминанты обоих уравнений должны быть равны нулю вместе. Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} (2+k)^2 - 4(3+b) = 0; \\ (4-k)^2 - 4(6-b) = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 + 4k + k^2 - 12 - 4b = 0; \\ 16 - 8k + k^2 - 24 + 4b = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} k^2 + 4k - 8 - 4b = 0; \\ k^2 - 8k - 8 + 4b = 0 \end{cases}$$

Вычтем почленно из первого уравнения второе:

$$12k - 8b = 0, \quad b = 3k/2 - \text{подставим в первое уравнение:}$$

$$k^2 + 4k - 8 - 4 \cdot 3k/2 = 0$$

$$k^2 + 4k - 8 - 6k = 0$$

$$k^2 - 2k - 8 = 0$$

$$k_1 = -2, \quad k_2 = 4$$

$$b_1 = -2 \cdot 3/2 = -3, \quad b_2 = 4 \cdot 3/2 = 6$$

Решение состоит из двух пар чисел ($k=-2$; $b=-3$) и ($k=4$; $b=6$).

Это означает, что графики имеют две общие касательные, уравнения которых:

$$y = -2x - 3 \quad \text{и} \quad y = 4x + 6$$

4. Составьте уравнение общей касательной к графикам функций:

$$1) \quad y = x^2 \quad \text{и} \quad y = x^3.$$

$$2) y = 2x^2 - 2x + 7 \quad y = 5 - x^2 + 2x;$$

$$3) y = 2x^2 + 2x + 9 \quad y = 6 - x^2.$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 51

Вычисление производных основных элементарных функций

Цель: научиться вычислять производные основных элементарных функций

Результаты:*предметные:*

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием производной. Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

1. Найти производную функции

| | | |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------------------|
| 1) $y = 4x^3$; | 2) $y = 3x^4$; | 3) $y = 4x^{3/4}$; |
| 4) $y = \sqrt[3]{x^2}$; | 5) $y = \sqrt[3]{8x}$; | 6) $y = \frac{1}{2} \sqrt[3]{x^2}$. |

2.

| | | |
|------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $y = \frac{2}{x^3}$; | 2) $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$; | 3) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$; |
| 4) $y = \frac{6}{\sqrt[3]{x^2}}$; | 5) $y = \frac{1}{\sqrt{4x^3}}$; | 6) $y = \frac{1}{\sqrt{x^{2/3}}}$. |

3. Найти производную функции:

| | | | |
|----------------|----------------|-------------------|------------------|
| 1) $x^2 + x$; | 2) $x^2 - x$; | 3) $8x^2$; | 4) $-27x^2$; |
| 5) $-4x^3$; | 6) $0,6x^3$; | 7) $13x^2 + 26$; | 8) $8x^2 - 16$. |

Продифференцировать функцию:

| | |
|--------------------------------|-----------------------------|
| 1) $3x^2 - 6x + 6$; | 2) $6x^2 + 5x - 7$; |
| 3) $x + 12x^2$; | 4) $x - 8x^2$; |
| 5) $x^3 + 6x$; | 6) $-12x^3 + 18x$; |
| 4. 7) $2x^3 - 8x^2 + 6x + 1$; | 8) $-3x^3 + 2x^2 - x - 5$. |

Найти $f'(0)$ и $f'(2)$, если:

- 1) $f(x) = x^2 - 2x + 1$; 2) $f(x) = x^3 - 2x$;
5. 3) $f(x) = -x^3 + 2x^2$; 4) $f(x) = 3x^2 + x + 1$.

6. Найти производную функции:

- 1) а) $y = x^2 - 7x$; в) $y = 7x^2 + 3x$;
б) $y = \sqrt{x} - 9x^2$; г) $y = \sqrt{x} - 5x^2$.

- 2) а) $y = \frac{1}{x} + 4x$; в) $y = \frac{1}{x} - 6x$;
б) $y = -2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$; г) $y = 8\sqrt{x} + \frac{1}{x}$.

- а) $y = \sin x + 3$; в) $y = \cos x - 6$;
3) б) $y = 4 \cos x$; г) $y = -2 \sin x$.

- а) $y = \cos x + 2x$; в) $y = \sin x - 3x$;
4) б) $y = 3 \sin x + \cos x$; г) $y = 2 \cos x + \sin x$.

- 5) а) $x = x^9$; б) $y = x^{10}$; в) $x = x^{39}$; г) $y = x^{201}$.

- 1) $\ln x + \sin x$; 2) $e^x - \sin x$; 3) $\sqrt{x} - \cos x$;
4) $\frac{1}{x^2} + e^x$; 5) $\operatorname{tg} x + \ln x$; 6) $e^x - \operatorname{ctg} x$.
6)

Дана функция $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x$.

- 1) Используя определение производной, найти $f'(x)$.
7. 2) Найти значение $f'(x)$ в точке $x = 0, 1$.

8. Вычислите производную $f'(x)$ при данном значении аргумента x

- 1) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - x - 1$, $x = -1$;
2) $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 4x - 1$, $x = -1$;
3) $f(x) = 1 - x^2 + x^3 - x^4 + x^5$, $x = 2$.

Используя определение производной, найти производную функции:

- 1) $f(x) = 2x + 3$; 2) $f(x) = 5x - 6$;
9. 3) $f(x) = -3x^2 + 2$; 4) $f(x) = 3x^2 + 5x$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 52

Применение основных правил дифференцирования

Цель: научиться применять основные правила дифференцирования

Результаты предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

1. Найти производные функций:

1). а) $y = (x^2 - 1)(x^4 + 2)$; в) $y = (x^2 + 3)(x^4 - 1)$;

б) $y = (x^3 + 1)\sqrt{x}$; г) $y = \sqrt{x}(x^4 + 2)$.

2). а) $y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)(2x - 3)$; в) $y = \left(\frac{1}{x} + 8\right)(5x - 2)$;

3). б) $y = \sqrt{x} \cos x$; г) $y = \sqrt{x} \sin x$.

а) $y = x \operatorname{tg} x$; в) $y = x \operatorname{ctg} x$;

4). б) $y = \sin x \operatorname{tg} x$; г) $y = \cos x \operatorname{ctg} x$.

а) $y = \frac{x^3}{2x + 4}$;

в) $y = \frac{x^2}{3 - 4x}$;

б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$;

г) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

2. Вычислить значение производной функции:

1) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$, $x = -2$;

2) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 1}$, $x = 1$;

3) $f(x) = \frac{3x - 1}{2x + 1}$, $x = 2$.

4) $f'(2) - f'(-2)$, если $f(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$

5) $f'(0)$, если $f(x) = \frac{1-10^x}{1+10^x}$;

6) $f'(1)$; $f'(e)$; $f'\left(\frac{1}{e}\right)$; $f'\left(\frac{1}{e^2}\right)$, если $f(x) = x \cdot \ln x$;

3. Продифференцировать функции:

1) $\frac{1+\cos x}{\sin x}$; 2) $\frac{\sqrt{3x}}{3^x+1}$; 3) $\frac{x^2-2x+3}{x^2+4x+1}$; 4) $\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$.

1) $\frac{e^x-e^{-x}}{x}$; 2) $\frac{2^x-\log_2 x}{x \ln 2}$; 3) $\frac{\sin x - \cos x}{x}$; 4) $\frac{1-\sin 2x}{\sin x - \cos x}$.

4. Найдите производную функции:

1) $2 \cos 3x$; 2) $-5e^{2x}$; 3) $-4 \ln 2x$;
4) $-3 \sin 2x$; 5) $\frac{3}{10} e^{-2x}$; 6) $2e^x - 4e^{-2x}$.

5. Найдите производную функции:

1) $6x^4 - 9e^{3x}$; 2) $\frac{1}{4} x^8 + 3 \sin 3x$; 3) $3\sqrt[3]{x} - 4 \cos 4x$;
4) $\frac{5}{x^2} + 4e^{\frac{x}{4}}$; 5) $\frac{1}{3x^3} + \frac{1}{2} \ln 4x$; 6) $3 \operatorname{tg} 2x - 2\sqrt[3]{x}$.

6. Найти производную функции:

1) $y = x \sin x$; 2) $y = x e^{-x}$; 3) $y = (x+1)\sqrt{x}$; 4) $y = \frac{x}{x^2+1}$ 5) $y = \frac{\sin x}{x}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 53

Вычисление производных сложных функций

Цель: научиться вычислять производные сложных функций

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы

Найти производные сложных функций:

I. 1) $(2x-1)^3$; 2) $(x+3)^2$; 3) $(3x^2-2x)^2$; 4) $(x^3-x^2)^3$;

5) $y=2^{3x}+x^5+e^{-x^2}+\frac{1}{x}$; 6) $y=\sqrt{x}\cdot e^{\sqrt{x}}$; 7) $y=(x+2)e^{-x^2}$; 8) $y=\sin(x^2+5x+2)$;

9) $y=\sqrt{1-x^2}$; 10) $y=\sqrt{2x-\sin 2x}$; 11) $f(x)=(3x^3-4x^2+2x-1)^2$;

12) $f(x)=(x^3-2x^2+3x+2)^3$.

II.

1) $\sqrt[3]{\frac{2x-1}{3}}+\ln \frac{2x+3}{5}$; 2) $\sqrt{\frac{1-x}{6}}-2\ln \frac{2-5x}{3}$;

3) $2e^{\frac{1-x}{3}}+3\cos \frac{1-x}{2}$; 4) $5\sin \frac{2x+3}{4}-4\sqrt{\frac{1}{x-1}}$;

5) $\sqrt[3]{\frac{1}{2-x}}-3\cos \frac{x-2}{3}$; 6) $6\sqrt[3]{\frac{1}{(2-x)^2}}+4e^{\frac{3-5x}{2}}$.

III.

1) $\log_2(x^3+4)$; 2) 2^{x^2+3x} ;

3) $\operatorname{tg}^2 2x$; 4) $\ln \frac{x-2}{x+2}$.

IV.

1) $\sqrt{x^2+1}\cdot \operatorname{ctg} 4x$; 2) $e^{\frac{x}{2}}\sin^3 3x$;

3) $\sqrt{x}\cdot \sin 4x$; 4) $e^{3-2x}\cdot \cos(3-2x)$.

5) $y=\frac{1}{2}\sin 4x$; 6) $y=(3-2x)^4$; 7) $y=\sqrt{4x+1}$; 8) $y=\sqrt[3]{(2x-1)^2}$

9) $y=\frac{\cos 2x}{3x}$; 10) $y=\frac{2\ln x+3}{x^2}$; 11) $y=(3x+5)\cos^2 x$; 12) $y=\frac{5\sin 3x}{6\cos 5x}$;

13) $y=(5x+7)^3\ln(5x+7)$

V.

$$1) y = \sqrt{3x^2 - \sqrt{x}}; 2) y = \frac{x \sin 4x}{\cos^2 2x}; 3) y = 2^{(x-1)^{\frac{5}{6}}}; 4) y = x^2 \cos 2x;$$

$$5) y = e^{\sin x}; 6) y = \frac{\ln(1-3x)}{1-3x}; 7) y = \arcsin 2x; 8) y = \operatorname{tg}^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right);$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 54

Исследование функции на монотонность

Цель: научиться исследовать функцию на монотонность

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения

поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Изучение теорем о связи свойств функции и производной, формулировка их. Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой. Установление связи свойств функции и производной по их графикам.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1. Определите промежутки монотонности функции:

- 1) а) $y = x^2 - 5x + 4$; в) $y = -x^2 + 8x - 7$;
б) $y = 5x^2 + 15x - 1$; г) $y = x^2 - x$.
- 2) а) $y = x^3 + 2x$;
б) $y = 60 + 45x - 3x^2 - x^3$;
в) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$;
г) $y = -x^5 + 5x$.

2. Исследуйте функцию на монотонность:

- 1) а) $y = x^4 - 2x^2 - 3$; в) $y = -3x^4 + 4x^3 - 15$;
б) $y = -x^5 - x$; г) $y = 5x^5 - 1$.

а) $y = \frac{1}{x+3}$; в) $y = \frac{2}{x} + 1$;

2) б) $y = \frac{3x-1}{3x+1}$; г) $y = \frac{1-2x}{3+2x}$.

а) $y = \sqrt{3x-1}$; в) $y = \sqrt{1-2x}$;

3) б) $y = \sqrt{1-x} + 2x$; г) $y = \sqrt{2x-1} - x$.

3.

Докажите, что заданная функция возрастает:

- а) $y = \cos x + 2x$; в) $y = \sin x + x^3 + x$;
б) $y = x^5 + 3x^3 + 7x + 4$; г) $y = x^5 + 4x^3 + 8x - 8$.

Докажите, что заданная функция убывает:

- а) $y = \sin 2x - 3x$; б) $y = \cos 3x - 4x$.

Докажите, что функция монотонна на всей числовой прямой; укажите характер монотонности:

- а) $y = x^5 + 6x^3 - 7$; в) $y = x - \cos x + 8$;
б) $y = \sin x - 2x - 15$; г) $y = 11 - 5x - x^3$.

4. 1) Докажите, что функция является монотонной на всей области определения

а) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 2$; б) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 5$; в) $y = x + \sin x$;

г) $y = \cos x + 3x$; д) $y = x + 2\ln(x+3)$.

2) Найдите промежутки возрастания (убывания) функции.

а) $y = x^3 + 6x^2 - 15x + 3$; б) $y = x^4 - 4x^2$; в) $y = x + \frac{16}{x}$;

г) $y = \frac{x^2-1}{x}$.

5.

1) Найдите промежутки монотонности функции.

а) $y = \frac{x^2 + x - 4}{x^2}$; б) $y = \frac{2x - 3}{x - 1}$; в) $y = (x - 2)e^{2x}$; г) $y = x - e^{2x}$.

2) При каких значениях параметра a функция $y = f(x)$ будет монотонна на области определения?

а) $f(x) = x^3 + ax$; б) $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax$; в) $f(x) = e^x - ax$;

г) $f(x) = \sin x + ax$.

6.

1) Найдите промежутки монотонности функции $y = f(x)$.

а) $f(x) = xe^{-5x}$; б) $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$; в) $y = e^{3x^2 + 2x - 1}$; г) $f(x) = 8^x - 32^x$.

2) Определите, при каких значениях параметров функция $y = f(x)$ обладает указанным свойством.

а) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2$ монотонно возрастает на множестве действительных чисел;

Определите, какой знак имеет производная функции $y = f(x)$ в точках с абсциссами a, b, c, d , если график функции изображен на рисунках:

7. а) рис. 47; б) рис. 48.

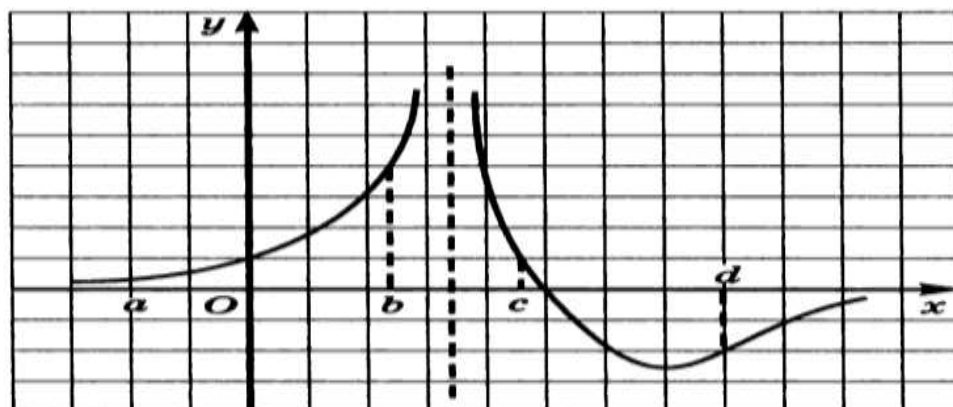


Рис. 47

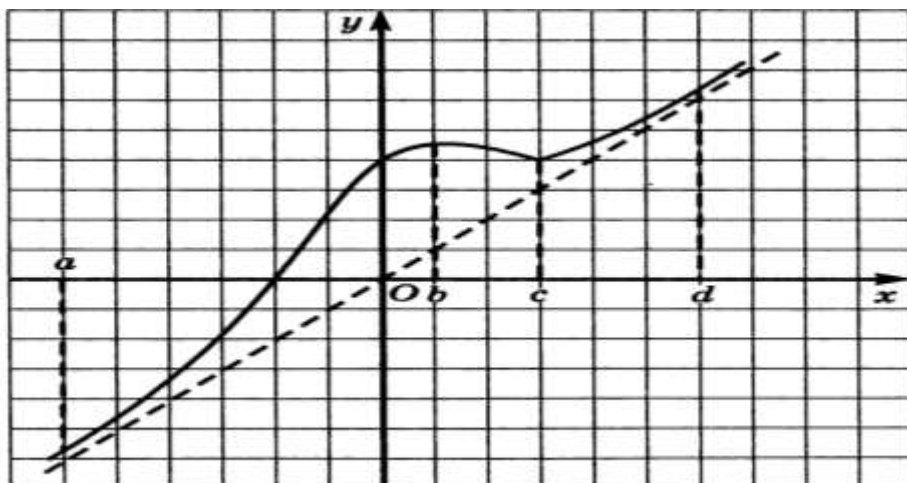


Рис. 48

8.

Определите промежутки возрастания и убывания функции, график которой изображен на рисунках:

а) рис. 47; б) рис. 48.

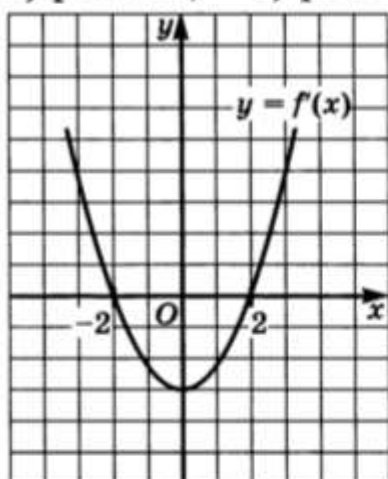


Рис. 49

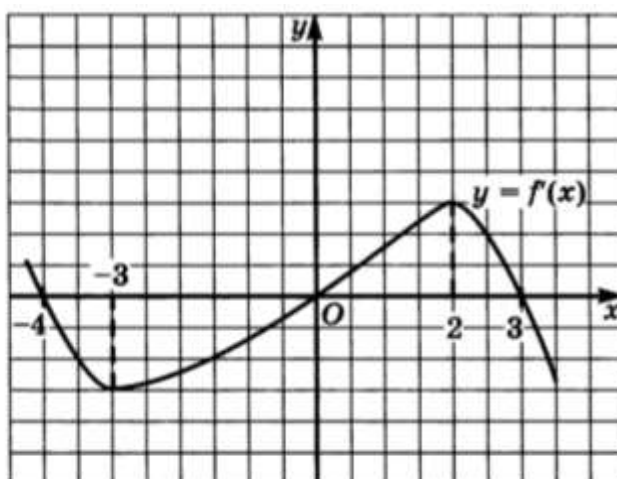


Рис. 50

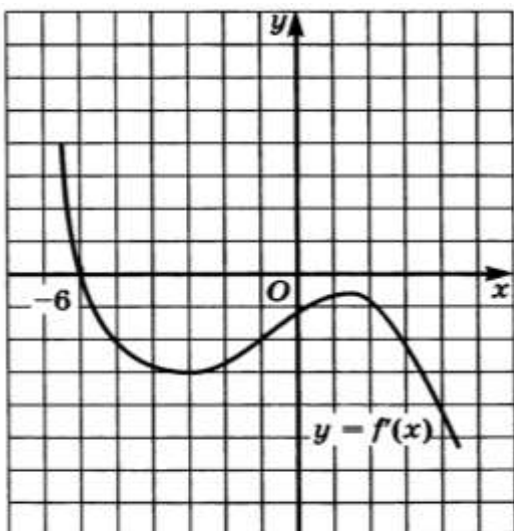


Рис. 51

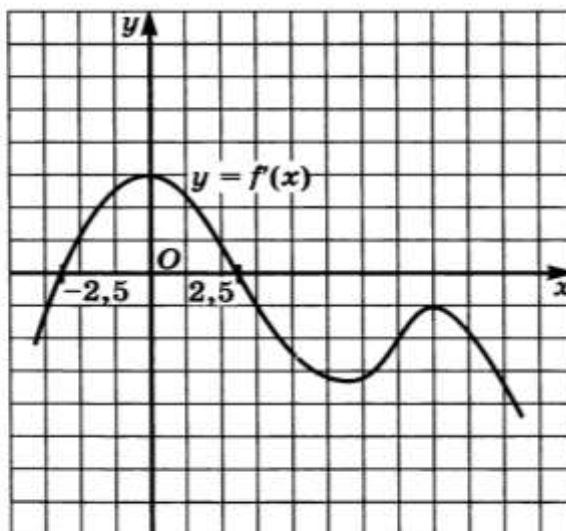


Рис. 52

9.

По графику производной, изображенному на рисунках, определите, на каких промежутках функция $y = f(x)$ возрастает, а на каких — убывает:

- а) рис. 49; в) рис. 51;
б) рис. 50; г) рис. 52.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 55

Определение экстремумов функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Цель работы: научиться определять экстремумы функции и находить наибольшее и наименьшее значение

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

Виды деятельности:

Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите точки, в которых $f'(x)$ не существует:

а) рис. 64; в) рис. 66;

1. б) рис. 65; г) рис. 67.

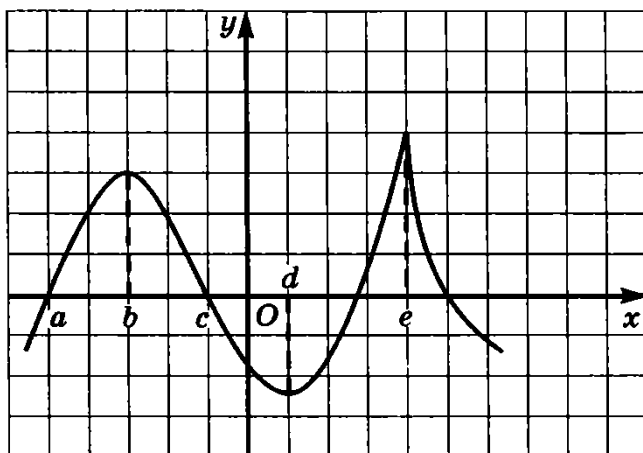


Рис. 64

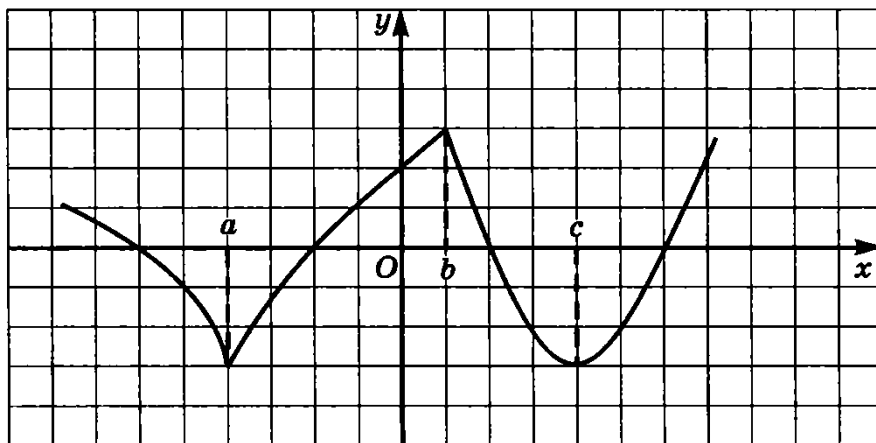


Рис. 65

Сколько точек максимума имеет функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке:

а) рис. 64; в) рис. 66;

3. б) рис. 65; г) рис. 67.

Сколько точек минимума имеет функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке:

а) рис. 64; в) рис. 66;

б) рис. 65; г) рис. 67.

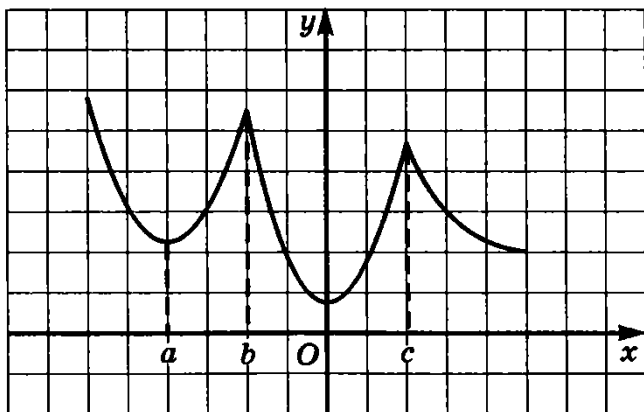


Рис. 66

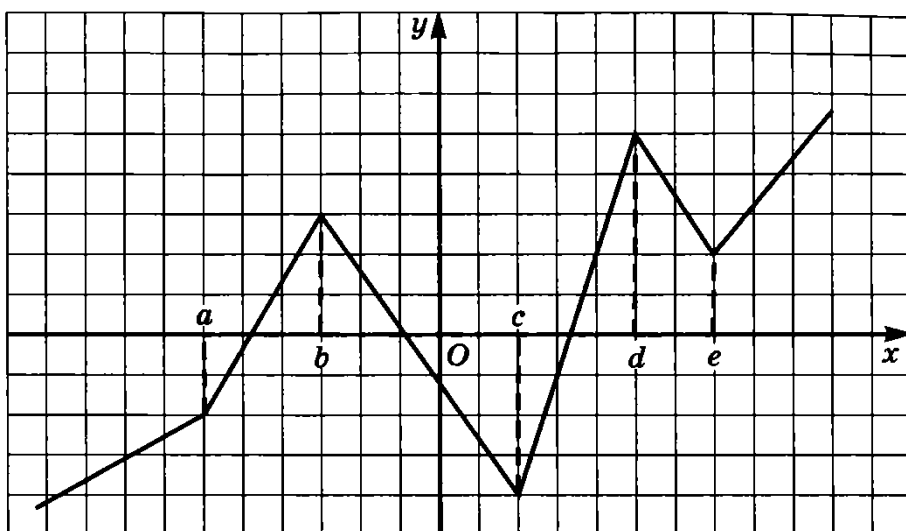


Рис. 67

Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер:

- а) $y = 7 + 12x - x^3$; в) $y = 3x^3 + 2x^2 - 7$;
 4. б) $y = 8 + 2x^2 - x^4$; г) $y = x^4 - 8x^2$.

- а) $y = 2x + \frac{8}{x}$; в) $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$;
 5. б) $y = \sqrt{2x - 1}$; г) $y = (x - 3)^4$.

- а) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1$;
 б) $y = x^3 - 27x + 26$;
 в) $y = x^3 - 7x^2 - 5x + 11$;
 6. г) $y = -2x^3 + 21x^2 + 19$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном отрезке:

а) $y = 3x - 6$, $[-1; 4]$; в) $y = -0,5x + 4$, $[-2; 6]$;

б) $y = -\frac{8}{x}$, $\left[\frac{1}{4}; 8\right]$; г) $y = \frac{3}{x}$, $[0,3; 2]$.

8.

а) $y = 2 \sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$; в) $y = 6 \cos x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;

б) $y = -2 \cos x$, $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$; г) $y = -0,5 \sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

9.

а) $y = \operatorname{tg} x$, $\left[-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}\right]$; в) $y = -2 \operatorname{tg} x$, $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$;

б) $y = -3 \operatorname{tg} x$, $\left[\pi; \frac{4\pi}{3}\right]$; г) $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x$, $\left[-\pi; -\frac{3\pi}{4}\right]$.

10.

а) $y = \sqrt{x}$, $[0; 9]$; в) $y = -\sqrt{x}$, $[4; 16]$;

б) $y = \sqrt{-x}$, $[-4; 0]$; г) $y = -\sqrt{-x}$, $[-9; -4]$.

а) $y = 12x^4$, $[-1; 2]$; в) $y = -3x^7$, $[0; 1]$;

б) $y = -6x^5$, $[0,1; 2]$; г) $y = \frac{1}{9}x^4$, $[-1; 3]$.

11.

а) $y = x^2 - 8x + 19$, $[-1; 5]$;

б) $y = x^2 + 4x - 3$, $[0; 2]$;

в) $y = 2x^2 - 8x + 6$, $[-1; 4]$;

г) $y = -3x^2 + 6x - 10$, $[-2; 9]$.

12.

Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном промежутке:

а) $y = x^3 - 2x^2 + 1, [0, 5; +\infty);$

б) $y = x - 2\sqrt{x}, [0; +\infty);$

в) $y = \frac{1}{5}x^5 - x^2, (-\infty; 1];$

г) $y = \frac{x^4}{x^4 + 1}, (-\infty; +\infty).$

13. Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер

А

1) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4$; 2) $f(x) = x + \frac{1}{x}$; 3) $f(x) = 2 - 6x - 2x^3 + x^2$;
 4) $f(x) = x(x - 2)^2$; 5) $f(x) = 0,8x^5 + 4x^3 + 9x - 8$; 6) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$;
 7) $f(x) = xe^{-x}$; 8) $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

Б

1) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$; 2) $f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$; 3) $f(x) = x + \frac{1}{1 + x^2}$;
 4) $f(x) = x^2 \ln x$; 5) $f(x) = \frac{e^x}{x}$; 6) $f(x) = 2x + \sin x$;
 7) $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$; 8) $f(x) = (2x + 1)^4 - x$.

В

1) $f(x) = \sqrt{2 + 3x - x^2}$; 2) $f(x) = \ln(x^2 + 3x)$; 3) $f(x) = x^2 e^{x^2}$;
 4) $f(x) = x - 6\sin \frac{x}{3}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 56

Исследование функции с помощью производной.

Цель работы: научиться исследовать функцию с помощью производной

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций,

использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность;

Виды деятельности:

Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
 2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
 3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Найти вторую производную функции:

1) $f(x) = \sin^2 x$;

2) $f(x) = x^3 \sin x$;

3) $f(x) = x^4 + 3x^2 - x + 1$;

4) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 5x + 6$;

1. 5) $f(x) = e^{\sin x}$;

6) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.

Найти интервалы выпуклости вверх и интервалы выпуклости вниз функции:

2. 1) $f(x) = x^5 - 10x^2 + 3x + 1$; 2) $f(x) = x^4 - 6x^2 + 3x + 4$.

Найти точки перегиба функции:

- 1) $f(x) = \cos x, -\pi < x < \pi$;
2) $f(x) = x^5 - 80x^2$;
3) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$;
3. 4) $f(x) = \sin x - \frac{1}{4} \sin 2x, -\pi < x < \pi$.

Найти интервалы выпуклости вверх и интервалы выпуклости вниз функции:

- 1) $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^x$; 2) $f(x) = x^3 - 6x \ln x$.

Найти точки перегиба функции:

- 1) $f(x) = 12x^3 - 24x^2 + x + 5$; 2) $f(x) = x^4 - 12x^3 + 48x^2 + 3$;
4. 3) $f(x) = x^3 e^{-4x}$; 4) $f(x) = x^2 \ln x$.

5. Проведите исследование функции и постройте ее график по следующему плану:

- 1) найти область определения функции; выяснить, является ли функция четной (нечетной), периодической;
- 2) найти точки пересечения графика с осями координат и промежутки, на которых $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$;
- 3) найти асимптоты графика функции;
- 4) вычислить $f'(x)$, найти промежутки возрастания (убывания) функции и ее экстремумы;
- 5) вычислить $f''(x)$, определить направление выпуклости и найти точки перегиба;
- 6) изобразить график функции.

А

- 1) $y = 7 - 6x - x^2$; 2) $y = x^3 - 3x - 2$; 3) $y = x^4 - 2x^3 + 1$;
 4) $y = \frac{x^4}{2} - 2x^2 - 6$; 5) $y = x + \frac{4}{x}$; 6) $y = 4x - \frac{1}{x}$; 7) $y = x - 3 - 2\sqrt{x}$;
 8) $y = x + e^{-x}$; 9) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$; 10) $y = x^4 - 10x^2 + 9$.

Б

- 1) $y = x^2 + \frac{1}{x}$; 2) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$; 3) $y = \frac{x + 2}{x^2 - 9}$; 4) $y = \frac{1 - x}{(x - 2)^3}$;
 5) $y = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$; 6) $y = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$; 7) $y = \frac{x^2}{x^3 - 1}$; 8) $y = \frac{-x}{x^2 + 4}$;
 9) $y = x + \sin x$; 10) $y = x^4(x - 12)^2$.

В

- 1) $y = \frac{1}{(x - 1)(x - 4)}$; 2) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$; 3) $y = e^x \cos x$;
 4) $y = 2 \ln x + x \left(\frac{x}{2} - 3 \right)$; 5) $y = 7 \cos \frac{x}{2} - x$; 6) $y = 2 \sin \frac{x}{3} - \frac{1}{3}$;
 7) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$; 8) $y = \frac{x}{x^2 - 9}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 57

Использование производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах

Цель работы: научиться использовать производную для наилучшего решения в прикладных задачах.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Виды деятельности:

Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Задача 1 (с решением).

Из всех прямоугольников данного периметра найти тот, у которого площадь наибольшая.

○ Пусть периметр прямоугольника равен p . Обозначим длину одной из сторон прямоугольника через x , тогда длина другой стороны равна $\frac{p-2x}{2} = \frac{p}{2} - x$. Обозначив площадь прямоугольника через y , имеем

$$y = x \left(\frac{p}{2} - x \right) = \frac{p}{2}x - x^2 \quad \left(0 < x < \frac{p}{2} \right).$$

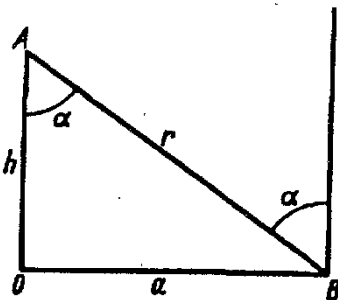
Исследуем функцию на максимум и минимум с помощью второй производной:

$$y' = \frac{p}{2} - 2x; \quad \frac{p}{2} - 2x = 0; \quad x = \frac{p}{4}; \quad y'' = -2.$$

Вторая производная отрицательна, следовательно, функция имеет максимум при $x = \frac{p}{4}$. Таким образом, из всех прямоугольников данного периметра наибольшую площадь имеет квадрат.

Задача 2 (с решением)

На какой высоте h надо повесить фонарь над центром круговой площадки радиуса a , чтобы площадка была максимально освещена у ее границы?



○ Из курса физики известно, что освещенность E обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света и прямо пропорциональна косинусу угла падения (угла, образованного нормалью к поверхности с направлением светового потока), т. е.

$$E = k \cdot \frac{\cos \alpha}{r^2},$$

где k зависит от силы источника света, помещенного в точке A (рис. 32). Из треугольника OAB имеем $\cos \alpha = h/r$ и $r = \sqrt{h^2 + a^2}$. Приняв h за независимую переменную, получим

$$E = k \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2} (h^2 + a^2)} = k \cdot \frac{h}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \quad (h > 0).$$

Исследуем функцию на экстремум с помощью первой производной:

$$\begin{aligned} E' &= k \cdot \frac{(h^2 + a^2)^{3/2} - \frac{3}{2}(h^2 + a^2)^{1/2} \cdot 2h \cdot h}{(h^2 + a^2)^3} = k \cdot \frac{(h^2 + a^2)^{1/2} (h^2 + a^2 - 3h^2)}{(h^2 + a^2)^3} = \\ &= k \cdot \frac{a^2 - 2h^2}{(h^2 + a^2)^{5/2}} = k \cdot \frac{\left(\frac{a}{\sqrt{2}} - h\right) \left(\frac{a}{\sqrt{2}} + h\right)}{(h^2 + a^2)^{5/2}}; \quad E' = 0 \text{ при } h = \frac{a}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Так как $E' > 0$ в промежутке $0 < h < a/\sqrt{2}$ и $E' < 0$ в промежутке $a/\sqrt{2} < h < \infty$, то при $h = a/\sqrt{2}$ функция имеет максимум, т. е. при значении $h = a/\sqrt{2} \approx 0,7a$ освещенность в точке B является наибольшей. ●

Задача 3 (с решением)

Закон прямолинейного движения задан уравнением $s = -t^3 + 9t^2 - 24t - 8$.

Найти максимальную скорость движения тела

○ Скорость движения тела есть первая производная от пути по времени: $v = s' = -3t^2 + 18t - 24$. Исследуем эту функцию на максимум и минимум с помощью второй производной:

$$v'' = -6t + 18; \quad -6t + 18 = 0; \quad t = 3; \quad v'' = -6.$$

Вторая производная отрицательна, следовательно, скорость является наибольшей при $t = 3$. Найдем значение скорости в момент $t = 3$:

$$v(3) = -3 \cdot 3^2 + 18 \cdot 3 - 24 = 3 \text{ (м/с)}. \quad \bullet$$

4. Произведение двух положительных чисел равно a . Чему равны числа, если их сумма является наименьшей?

5. В полукруг радиуса R впишите прямоугольник наибольшей площади.

6. В прямоугольный треугольник, катеты которого равны a и b , вписан прямоугольник наибольшей площади так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе. Найти длины сторон прямоугольника.

7. Закон прямолинейного движения тела задан уравнением $s = -t^3 + 3t^2 + 9t + 3$.
Найдите максимальную скорость движения тела (s — в метрах, t — в секундах).
8. Закон движения тела, брошенного вертикально вверх, задан уравнением $s = v_0 t - 0,5gt^2$. Найдите наибольшую высоту подъема тела.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 58

Вычисление первообразной для данной функции

Цель работы: научиться вычислять первообразную для данной функции.

Результаты:

предметные:

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах,

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием первообразной. Изучение правила вычисления первообразной.

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

Найти первообразные для функции:

- 1) $2x^5 - 3x^2$; 2) $5x^4 + 2x^3$; 3) $3x^3 + 2x - 1$;
 4) $6x^2 - 4x + 3$; 5) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$; 6) $4\sqrt[3]{x} - 6\sqrt{x}$;
 7) $\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}$; 8) $\frac{2}{x^3} - \frac{3}{x}$.

1.

- 1) $5 \sin x + 2 \cos x$; 2) $3e^x - \sin x$;
 3) $1 + 3e^x - 4 \cos x$; 4) $\frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x} - 2e^x$.

2.

- 1) $(x+1)^3$; 2) $(x-2)^4$; 3) $\frac{2}{\sqrt{x-2}}$; 4) $\frac{3}{\sqrt[3]{x+3}}$;
 5) $\frac{1}{x-1} + 4 \cos(x+2)$; 6) $\frac{3}{x-3} - 2 \sin(x-1)$.

3.

- 1) $\cos(3x+4)$; 2) $\sin(3x-4)$; 3) $\cos\left(\frac{x}{2} - 1\right)$;
 4) $\sin\left(\frac{x}{4} + 5\right)$; 5) $e^{\frac{x+1}{2}}$; 6) e^{3x-5} .

4.

5. Вычислите первообразные данных функций

A

- 1) $x^2 + 1$; 2) $3x^2 + 4x - 3$; 3) $4x^3 + x - 5$; 4) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - 3$;
 5) $\frac{x^2 + x - 3}{3}$; 6) $2 \sin x - 3 \cos x$; 7) $3e^x - x + 1$;
 8) $x\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x} - \frac{3}{\sqrt{x^2}}$; 9) $\frac{x^2 - 1}{x}$; 10) $\frac{\sqrt{x} + x - 1}{x}$.

Б

- 1) $(2x - 1)^5$; 2) $3 \sin(3x)$; 3) $e^{2x} - (2x)^{-2}$; 4) $\frac{x^2 + 4\sqrt{x} - 3}{4x^3}$; 5) $\frac{1}{2x + 1}$;
 6) $\sin \frac{x}{2}$; 7) $\frac{x + 1}{2x^2}$; 8) $2e^{2x-3}$; 9) $\sqrt{3x - 4}$; 10) $(2^x + 1)^2$.

В

- 1) $3x^3 + 4x\sqrt{x} + \frac{1}{2x + 3}$; 2) $3 \sin(3x) + \cos(2x - 4)$;
 3) $4x^3 + x + \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$; 4) $\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x^3} - \cos x \sin x$; 5) $\frac{2}{1 + 4x^2}$;
 6) $3 \cos(2x) + \frac{1}{x + 4}$; 7) $\frac{1}{1 + x^2}$; 8) $xe^{x^2+1} + 0,5$; 9) $8 \sin^4 2x$;
 10) $x\sqrt{x} + e^{-2x-1}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 59

Применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Цель работы: научиться применять интеграл для вычисления физических величин и площадей

Результаты:

предметные:

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах,

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием интеграла. Изучение теоремы Ньютона—

Лейбница. Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Критерии оценивания:

1. оценка «отлично» выставляется обучающемуся за работу, выполненную безошибочно, в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;
2. оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;
3. оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (не менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы);
 - оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

Ход работы:

1.

Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x=a$, $x=b$, осью Ox и графиком функции $y=f(x)$, если:

- | | |
|---|---|
| 1) $a=3$, $b=4$, $f(x)=x^2$; | 2) $a=0$, $b=2$, $f(x)=x^3+1$; |
| 3) $a=1$, $b=8$, $f(x)=\sqrt[3]{x}$; | 4) $a=4$, $b=9$, $f(x)=\sqrt{x}$; |
| 5) $a=\frac{\pi}{3}$, $b=\frac{2\pi}{3}$, $f(x)=\sin x$; | 6) $a=-\frac{\pi}{6}$, $b=0$, $f(x)=\cos x$. |

2.

Найти площадь фигуры, ограниченной прямой $x=b$, осью Ox и графиком функции $y=f(x)$, если:

- | | |
|------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $b=3$, $f(x)=x^2$; | 2) $b=2$, $f(x)=x^3$; |
| 3) $b=4$, $f(x)=\sqrt{x}$; | 4) $b=8$, $f(x)=\sqrt[3]{x}$; |
| 5) $b=2$, $f(x)=5x-x^2$; | 6) $b=3$, $f(x)=x^2+2x$; |
| 7) $b=1$, $f(x)=e^x-1$; | 8) $b=2$, $f(x)=1-\frac{1}{x}$. |

3. Вычислите интеграл:

$$\begin{array}{llll}
1) \int_0^3 x^2 dx; & 2) \int_{-2}^3 2x dx; & 3) \int_1^2 \frac{1}{x^3} dx; & 4) \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx. \\
1) \int_1^e \frac{1}{x} dx; & 2) \int_0^{\ln 2} e^x dx; & 3) \int_{-2\pi}^{\pi} \sin x dx; & 4) \int_{-3\pi}^0 \cos 3x dx. \\
1) \int_{-3}^2 (2x-3) dx; & 2) \int_{-2}^{-1} (5-4x) dx; & 3) \int_{-1}^2 (1-3x^2) dx; & \\
4) \int_{-1}^1 (x^2+1) dx; & 5) \int_1^2 (2x+3x^2) dx; & 6) \int_{-2}^0 (9x^2-4x) dx; & \\
7) \int_{-2}^{-1} (6x^2+2x-10) dx; & 8) \int_0^2 (3x^2-4x+5) dx. & &
\end{array}$$

4.

Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)$ (м/с). Вычислить путь, пройденный телом за промежуток времени от $t=t_1$ до $t=t_2$, если:

- 1) $v(t) = 3t^2 + 1$, $t_1 = 0$, $t_2 = 4$;
- 2) $v(t) = 2t^2 + t$, $t_1 = 1$, $t_2 = 3$;
- 3) $v(t) = 6t^2 + 4$, $t_1 = 2$, $t_2 = 3$;
- 4) $v(t) = t^2 - t + 3$, $t_1 = 0$, $t_2 = 5$.

Скорость прямолинейно движущегося тела $v(t) = 4t - t^2$. Вычислить путь, пройденный телом от начала движения до остановки.

Оформите отчет и сдайте преподавателю.