Министерство образования и науки Челябинской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Южно-Уральский государственный технический колледж»

Методические рекомендации
по выполнению практических работ
по общеобразовательной учебной дисциплине
«МАТЕМАТИКА»

Челябинск, 2021

РЕЦЕНЗИЯ

на методические рекомендации по проведению практических работ в средних специальных учебных заведениях со студентами 1 курсов «Математика», составленные преподавателями ЮУрГТК Мазуриной И.А., Тавхутдиновой Э.Х., Фаизовой Э.Ф.

Настоящие методические рекомендации рассчитаны на 187 часов и предполагают формирование у студентов умений и навыков, основанных на знании важнейших фактов, понятий, математических законов и теорий.

Методические рекомендации включают в себя перечень практических работ, требования к оформлению отчетов, критерии оценивания при выполнении работ, содержание работ.

В содержании практических работ четко прослеживаются цели и ход работы, даны контрольные вопросы.

Большое внимание в методических рекомендациях уделено разработке требований к уровню овладения студентами обязательного минимума содержания образования.

Данный вариант методических рекомендаций по проведению практических работ разработан на должном методическом уровне и может быть рекомендован для подготовки выпускников соответствующих специальностей ТОП - 50 и специальностей технологического и социально-экономического профилей.

Рецензент:
Преподаватель высшей квалификационной категории «Южно-Уральского многопрофильного колледжа» ____________ Н.Р. Белова

ДЛЯ СПРАВОК

Подпись Беловой Н.Р. заверено Зам директора по УР [illegible] (Кисилева А.Г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации для практических занятий по учебной дисциплине «Математика» предназначены для студентов 1 курса.

Практические занятия являются важным элементом учебной дисциплины. В процессе выполнения практических работ обучающиеся систематизируют и закрепляют полученные теоретические знания, развивают интеллектуальные и профессиональные умения, формируют элементы компетенций будущих специалистов.

Программой учебной дисциплины «Математика» предусмотрено 187 часов практических занятий, направленных **на достижение следующих результатов:**

***Личностных*:**

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

Метапредметных:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

Предметных:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире,

основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.Описание каждого практическогозанятия содержит номер, тему и цель работы, формируемые в процессе выполнения работы результаты и виды деятельности, при необходимости примеры выполнения заданий, варианты заданий, описание алгоритма выполнения работы и критерии оценивания.

Для получения дополнительной, более подробной информации по основным вопросам учебной дисциплины в конце методических рекомендаций приведен перечень информационных источников.

Отчеты студентов по практическим занятиям должны выполняться в рабочих тетрадях, содержать номер, тему и цель работы, выполненные задания и их результаты.

Задания практических работ направлено на освоение студентами основных видов деятельности:

Содержание обучения	**Характеристика основных видов деятельности студентов (на уровне учебных действий)**
Введение	Ознакомление с ролью математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Ознакомление с целями и задачами изучения математики при освоении профессий СПО и специальностей СПО
Алгебра	
Развитие понятия о числе	Выполнение арифметических действий над числами, сочетаяустные и письменные приемы. Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной); сравнение числовых выражений. Нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях (относится ко всем пунктам программы)
Корни, степени, логарифмы	Ознакомление с понятием корня n-й степени,

	свойствами радикалов и правилами сравнения корней. Формулирование определения корня и свойств корней. Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы. Выполнение расчетов по формулам, содержащим радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Определение равносильности выражений с радикалами. Решение иррациональных уравнений. Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Решение показательных уравнений. Ознакомление с применением корней и степеней при вычислении средних, делении отрезка в «золотом сечении». Решение прикладных задач на сложные проценты
Преобразование алгебраических выражений.	Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения. Решение логарифмических уравнений.
ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ	
Основные понятия	Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой. Изображение углов вращения на окружности, соотнесение величины угла с его расположением. Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и острых углов прямоугольного треугольника иобъяснение их взаимосвязи

Основные тригонометрические тождества	Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.
Преобразования простейших тригонометрических выражений	Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его. Ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения.
Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства	Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений. Умение отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств.
Арксинус, арккосинус, арктангенс числа	Ознакомление с понятием обратных тригонометрических функций. Изучение определений арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа, формулирование их, изображение на единичной окружности, применение при решении уравнений
ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ	
Функции. Понятие о непрерывности функции.	Ознакомление с понятием переменной, примерами зависимостей между переменными. Ознакомление с понятием графика, определение принадлежности точки графику функции. Определение по формуле простейшей зависимости, вида ее графика. Выражение по формуле одной переменной через другие. Ознакомление с определением функции, формулирование его. Нахождение области определения и области значений функции.
Свойства функции. Графическая интерпретация.	Ознакомление с примерами функциональных зависимостей в реальных процессах из смежных

Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях	дисциплин. Ознакомление с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков. Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Составление видов функций по данному условию, решение задач на экстремум.
Обратные функции	Изучение понятия обратной функции, определение вида и построение графика обратной функции, нахождение ее областиопределения и области значений. Применение свойств функций при исследовании уравнений и решении задач на экстремум.Ознакомление с понятием сложной функции.
Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.Обратные тригонометрические функции	Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов. Построение графиков степенных и логарифмических функций. Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам. Ознакомление с понятием непрерывной периодической функции, формулирование свойств синуса и косинуса, построение их графиков. Ознакомление с понятием гармонических колебаний и примерами гармонических колебаний для описания процессов в физике и других областях знания. Ознакомление с понятием разрывной периодической функции, формулирование свойств тангенса и котангенса, построение их графиков. Применение свойств функций для сравнения значений тригонометрических функций, решения тригонометрических уравнений. Построение графиков обратных тригонометрических функций и определение по графикам их свойств.
НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА	

Последовательности	Ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов. Ознакомление с понятием предела последовательности. Ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
Производная и ее применение	Ознакомление с понятием производной. Изучение и формулирование ее механического и геометрического смысла, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной. Составление уравнения касательной в общем виде. Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций, составления уравнения касательной. Изучение теорем о связи свойств функции и производной, формулировка их. Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой. Установление связи свойств функции и производной по их графикам. Применение производной для решения задач на нахождение.
Первообразная **и интеграл**	Ознакомление с понятием интеграла и первообразной. Изучение правила вычисления первообразной и теоремы Ньютона— Лейбница. Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции. Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей
УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА	
Уравнения и системы уравнений **Неравенства и системы неравенств с двумя переменными**	Ознакомление с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, понятиями исследования уравнений и систем уравнений. Изучение теории равносильности уравнений и ее применения. Повторение записи решения стандартных уравнений, приемов преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению.

	Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений и систем. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем. Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Решение систем уравнений с применением различных способов. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений
ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ	
Основные понятия комбинаторики	Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения. Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач. Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля. Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики.
Элементы теории вероятностей	Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей. Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий.
Представление данных (таблицы, диаграммы, графики)	Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками. Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик

ГЕОМЕТРИЯ	
Прямые и плоскости в пространстве	Формулировка и приведение доказательств признаков взаимного расположения прямых и плоскостей. Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений. Формулирование определений, признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей, двугранных и линейных углов. Выполнение построения углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями по описанию и распознавание их на моделях. Применение признаков и свойств расположения прямых и плоскостей при решении задач. Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения. Решение задач на вычисление геометрических величин. Описывание расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве. Формулирование и доказывание основных теорем о расстояниях (теорем существования, свойства). Изображение на чертежах и моделях расстояния и обоснование своих суждений. Определение и вычисление расстояний в пространстве. Применение формул и теорем планиметрии для решения задач. Ознакомление с понятием параллельного проектирования и его свойствами. Формулирование теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника. Применение теории для обоснования построений и вычислений. Аргументирование своих суждений о взаимном расположении пространственных фигур
Многогранники	Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств. Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников. Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование

	своих суждений. Характеристика и изображение сечения, развертки многогранников, вычисление площадей поверхностей. Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии. Ознакомление с видами симметрий в пространстве, формулирование определений и свойств. Характеристика симметрии тел вращения и многогранников. Применение свойств симметрии при решении задач. Использование приобретенных знаний для исследования и моделирования несложных задач.
Тела и поверхности вращения	Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Формулирование теорем о сечении шара плоскостью и плоскости, касательной к сфере. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел. Изображение основных круглых тел и выполнение рисунка по условию задачи.
Измерения в геометрии	Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами. Решение задач на вычисление площадей плоских фигур с применением соответствующих формул и фактов из планиметрии. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Ознакомление с методом вычисления площади поверхности сферы. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел.
Координаты и векторы	Ознакомление с понятием вектора. Изучение декартовой системы координат в пространстве, построение по заданным координатам точек и плоскостей, нахождение

	координат точек. Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками. Изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами. Применение теории при решении задач на действия с векторами. Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний. Ознакомление с доказательствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей с использованием векторов

Перечень практических работ

№	Тема	часы
1.	Проценты: решение основных задач на проценты. Вычисление сложных процентов.	2
2.	Выполнение приближенных вычислений. Вычисление абсолютной и относительной погрешностей вычисления, сравнение числовых выражений.	2
3.	Выполнение действий над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.	2
4.	Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.	2
5.	Преобразование алгебраических выражений.	2
6.	Вычисление и сравнение корней.	2
7.	Преобразование выражений, содержащих радикалы.	2
8.	Преобразование выражений, содержащих степени с рациональными показателями.	2
9.	Преобразование выражений, содержащих степени с действительными показателями.	2
10.	Вычисление и сравнение степенных выражений.	2
11.	Вычисление и сравнение логарифмов.	2
12.	Применение основного логарифмического тождества.	2
13.	Применение основных правил логарифмирования.	2
14.	Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы.	2
15.	Исследование свойств линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. Нахождение области определения и области значений функции.	2
16.	Исследование свойств функции: монотонность, четность, ограниченность,	2

	периодичность.	
17.	Построение графика степенной функции.	2
18.	Построение графика показательной функции.	2
19.	Построение графика логарифмической функции	2
20.	Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия, растяжение и сжатие вдоль осей координат.	2
21.	Решение рациональных уравнений и неравенств.	2
22.	Решение неравенств методом интервалов.	2
23.	Решение иррациональных уравнений и неравенств.	2
24.	Решение показательных уравнений.	2
25.	Решение показательных неравенств.	2
26.	Решение логарифмических уравнений.	2
27.	Решение логарифмических неравенств.	2
28.	Решение систем уравнений и неравенств с применением различных методов.	2
29.	Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.	2
30.	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.	2
31.	Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.	2
32.	Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.	2
33.	Выполнение тождественных преобразований с помощью формул приведения.	2
34.	Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Исследование свойств и построение графиков тригонометрических функций. Гармонические колебания.	2
35.	Выполнение тождественных преобразований с помощью формул сложения.	2
36.	Исследование свойств и построение графиков обратных тригонометрических функций.	2
37.	Выполнение тождественных преобразований с помощью формул удвоенного аргумента.	2
38.	Выполнение тождественных преобразований с помощью формул половинного аргумента.	2
39.	Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение.	2
40.	Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.	2
41.	Преобразование тригонометрических выражений.	2
42.	Решение уравнений вида $y=\cos x$ и $y=\sin x$.	2
43.	Решение уравнений вида $y=\operatorname{tg} x$ и $y=\operatorname{ctg} x$.	2
44.	Основные методы решения тригонометрических уравнений.	2
45.	Решение тригонометрических неравенств.	2
46.	Числовая последовательность, способы ее задания. Вычисление предела последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая последовательность.	2
47.	Геометрический и механический смысл производной.Составление уравнения касательной в общем виде.	2
48.	Применение основных правил дифференцирования.	2
49.	Вычисление производных основных элементарных функций.	2
50.	Вычисление производных сложных функций.	2
51.	Исследование функции на монотонность.	2

52.	Определение экстремумов функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.	2
53.	Исследование функции с помощью производной.	2
54.	Использованиепроизводной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах.	2
55.	Вычисление первообразной для данной функции.	2
56.	Применение интеграла для вычисления физических величин и площадей.	2
57.	Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками.	2
58.	Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Вычисление угла между двумя векторами. Вычисление координат вектора.	2
59.	Вычисление скалярного произведения векторов.	2
60.	Использование координат и векторов при решении математических и приклад-ных задач.	2
61.	Координаты в пространстве. Действия над векторами.	2
62.	Определение взаимного расположения прямых и угла между ними.Определение взаимного расположения прямых и плоскостей.	2
63.	Применение признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей.	2
64.	Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.	2
65.	Определение расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями. Вычисление двугранных углов.	2
66.	Построение куба, параллелепипеда и их сечений.	2
67.	Вычисление основных элементов куба и параллелепипеда.	2
68.	Построение прямой и наклонной призмы и их сечений.	2
69.	Вычисление основных элементов призмы.	2
70.	Построение пирамиды и ее сечений.	2
71.	Вычисление основных элементов пирамиды.	2
72.	Исследование симметрии в многогранниках. Построение правильных многогранников.	2
73.	Построение усеченной пирамиды и вычисление ее основных элементов.	2
74.	Построение цилиндра и его сечений.	2
75.	Вычисление основных элементов цилиндра.	2
76.	Построение конуса и его сечений.	2
77.	Вычисление основных элементов конуса.	2
78.	Построение усеченного конуса, вычисление его основных элементов.	2
79.	Построение шара и сферы, их сечений. Уравнение сферы.	2
80.	Вычисление площади поверхности и объёма призмы.	2
81.	Вычисление площади поверхности и объёма пирамиды.	2
82.	Вычисление площади поверхности и объёма цилиндра.	2
83.	Вычисление площади поверхности и объёма конуса.	2
84.	Вычисление площади сферы и объёма шара.	2
85.	Вычисление площади поверхности и объёма усеченной пирамиды и усеченного конуса.	2
86.	Подсчет числа размещений.	2
87.	Подсчет числа сочетаний.	2
88.	Подсчет числа перестановок.	2

89.	Решение задач на перебор вариантов.	2
90.	Решение задач на применение формулы бинома Ньютона.	2
91.	Решение задач с помощью теоремы сложения вероятностей.	2
92.	Решение задач с помощью теоремы умножения вероятностей.	2
93.	Составление закона распределения дискретной случайной величины и вычисление ее числовых характеристик.	2
94.	Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.	1

Критерии оценивания практических работ

1. Оценка «отлично» выставляется обучающемуся за безошибочно выполненные задания первого, второго уровня в полном объеме с учетом рациональности выбранных решений;

2. Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся за работу, выполненную в полном объеме с недочетами;

3. Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в полном объеме;

4.Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся за выполненные задания первого уровня в не полном объеме.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Проценты: решение основных задач на проценты. Вычисление сложных процентов.

Цель работы: научиться решать основные задачи на проценты, вычислять сложные проценты.

Результаты (метапредметные): целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях.

Ход работы:

Уровень А.

Решите задачи.

1. В один стакан чая обычно кладут 2 чайные ложки сахара и считают такой чай сладким. Масса чая в стакане 200 г, масса сахара в одной чайной ложке 10 г. Какова концентрация сахара в чае?

2. Токарь и его ученик должны были за смену изготовлять 130 деталей. Рабочий перевыполнил план на 10%, а его ученик – на 20%, и они вместе изготовили 148 деталей. Сколько деталей каждый из них должен был изготовлять до повышения производительности труда?

3. На сколько процентов число 32 меньше числа 40?

4. После двукратного повышения цены на 25% стоимость банки сока составила 57 р. 50 к. Какова была ее исходная цена?

5. Телевизор стоил 10 000 р. В апреле он подорожал на 30%, а в декабре он подешевел на 40%. Сколько стал стоить телевизор в декабре?

6. Цену товара повысили на 30%, а через некоторое время снизили на 40%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена товара?

7. К 200 г 40%-ного раствора соли долили 300 г воды. Какой стала концентрация раствора соли?

8. Некоторое количество 15%-ного раствора соли смешали с таким же количеством 45%-ного раствора этой же соли. Какова концентрация получившегося раствора?

9. Имеется два сорта сливок – жирностью 10% и 20%. Их смешали в отношении 3:1. Какова жирность получившихся сливок?

10. Клиент банка внес 8000 р. на вклад с годовым доходом 5%. Какая сумма окажется у него на счету через 2 года, если он никаких сумм со счета не снимал и дополнительных вложений не делал?

Уровень Б.

1. Цена на сахар снизилась на 20%. На сколько процентов больше сахара, чем раньше, можно купить теперь на 100 руб.?

2. Некоторое количество 30%-ного раствора соли смешали с вдвое большим количеством 15%-ного раствора этой же соли. Какова концентрация получившегося раствора?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Выполнение приближенных вычислений. Вычисление абсолютной и относительной погрешностей вычисления, сравнение числовых выражений.

Цель работы: научиться вычислять абсолютную и относительную погрешность вычисления.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной); сравнение числовых выражений, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях.

Ход работы:

В следующих заданиях принято: «точное» значение числа π= 3,14159; ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли g=9,81 м/с^2; постоянная Авогадро N_a= 6,02·10^{23}моль$^{-1}$.

Уровень А

1. Округлите до десятитысячных

1) 2,3289654; 2)3,6540345

2. Вычислите относительную погрешность

1) $\pi \approx 3{,}141$; 2) $g \approx 10$ м/с^2

3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных.

1) 735 274; 2) 32 455 103

4. Вычислите с точностью до 0,01 значения выражений x+y, x-y, xy, $\frac{x}{y}$

1) x=2,1; y=3,5; 2) x=6,18; y=2,24.

5. Найдите относительную погрешность (в процентах) следующих измерений; проценты вычислите с точностью до 0,1.

1) A= 240$\pm$1.

2) Радиус Земли (в км): R=6380$\pm$1.

Уровень Б

1. Округлите до десятитысячных
1) 2,32802654; 2) 123,7659012.

Вычислите относительную погрешность
1) $\pi \approx 3{,}1416$; 2) $g \approx$ 9,8 м/$с^2$

3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных.
1) 6,0054; 2) 0,000000011

4. Вычислите с точностью до 0,01 значения выражений x+y, x-y, xy, $\frac{x}{y}$

1) x=26,4; y=17,3; 2) x=6,347; y=2,24.

5. Найдите относительную погрешность (в процентах) следующих измерений; проценты вычислите с точностью до 0,1.
1) Скорость света (в км/с): $|c - 2{,}998 \cdot 10^5| < 100$
2) Диаметр Луны (в км): d = 3476$\pm$1

Уровень В

1. Округлите до десятитысячных
1) 2,3285554; 2) 0,0006754
2. Вычислите относительную погрешность
1) $\pi \approx 3{,}1416$; 2) Na $\approx$ $6 \cdot 10^{23}$ $моль^{-1}$
3. Запишите число в стандартном виде. Укажите его порядок и округлите мантиссу до тысячных.
1) $139{,}2 \cdot 10^{-3}$; 2) $7\,543 \cdot 10^{-5}$
4. Вычислите с точностью до 0,01 значения выражений x+y, x-y, xy, $\frac{x}{y}$

1) $x=2{,}13 \cdot 10^{-2}$; $y=3{,}51 \cdot 10^{-2}$; 2) $x=0{,}18 \cdot 10^{-3}$; $y=2{,}24 \cdot 10^{-2.}$
5. Найдите относительную погрешность (в процентах) следующих измерений; проценты вычислите с точностью до 0,1.
1) Масса Земли (в кг) M= $5{,}976 \cdot 10^{24}$ (все цифры верные);
2) Диаметр Солнца (в км): d = $1{,}392 \cdot 10^{-2.}$(все цифры верные).

2. Ответьте на контрольные вопросы:

1) Как можно описать точность вычислений?
Почему при вычислениях с приближенными значениями накапливается ошибка?
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Выполнение действий над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.

Цель работы: научиться выполнять действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях

Ход работы:

Уровень А

1. Вычислите значения выражений:

1) $3 + 17i+\frac{2-i}{3}$; 4) $(i +1)^2$

2) $(3 + 17i)(\frac{2-i}{3})$5) $|2 – 14i|$

3) $(3 + 11i) / i$ 6) $(1 + i)^2 + \frac{-2+i}{2i}$.

2. Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения:

1) $z^2 + 1=0$; 2) $z^3 – 3z^2 + z – 3 = 0$; 3) $z^3 + 1 = 0$.

Уровень Б

1. Вычислите значения выражений:

1) $\frac{2-i}{5}+\frac{2+i}{10}$; 4) $(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2})^4$;

2) $(\frac{2-i}{5})\,(\frac{2+i}{10})$ 5) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ + i $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3) $(\frac{2-i}{5}) : (\frac{2+i}{10})$ 6) $\frac{1+iz}{1-iz}$, где z = -2+3i.

2. Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения:

1) z^3- 1=0; 2) z^3– z^2 + 3z –3 = 0; 3) z^4- 1 = 0.

Уровень В

1. Вычислите значения выражений:

1) $\frac{4-i}{5+i} - \frac{i}{1-i}$; 4) $(\sqrt{3i}+ 1)^5$;

2) $(\frac{4-i}{5+i})\,(\frac{i}{1-i})$ 5) $(\sqrt{3i} + 1)^3$;

3) $(\frac{4-i}{5+i}) : (\frac{i}{1-i})$ 6) $\frac{2z^2+i}{1z+2}$, где z = -2+i.

2. Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения:

1) z^3+ $5z^2$+6z +2=0; 2) z^4 – $4z^2$ + 3 = 0; 3) z^5–z^4– z +1= 0.

Ответьте на контрольные вопросы:
1) Что такое комплексное число и как выполняются арифметические действия с комплексными числами?
3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом

Цель работы: научиться решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.
Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы, нахождение ошибок в преобразованиях и вычислениях

Ход работы: Найдите все (в том числе комплексные) корни уравнения.

Уровень А.

1) $z^2 + 1=0$; 2) $z^3 – 3z^2 + z– 3 =0$; 3) $z^3 + 1 =0$; 4) $z^2 +7z+100=0$; 5) $z^2-11z+90=0$.

Уровень Б.

1) $z^3 – 1 = 0$; 2) $z^3 – z^2 +3z – 3 =0$; 3) $z^4 – 1 = 0$; 4) $z^3-8=0$; 5) $z^3+8=0$.

Уровень В.

1) $z^3 +5z^2 + 6z + 2 = 0$; 2) $z^4 +4z^2 + 3 = 0$; 3) $z^5 – z^4 – z + 1 =0$; 4) $z^4+8z+7=0$;

5) $z^4+12z^2+32=0$.

Ответьте на контрольные вопросы:

1) Как производятся вычисления с комплексными числами?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5
Преобразования алгебраических выражений.

Цель работы: научиться выполнять преобразования над алгебраическими выражениями.

Результаты:

метапредметные:

Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций,

использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

Виды деятельности: Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы. Определение равносильности выражений с радикалами. Решение иррациональных уравнений. Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня *n*-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней.

Ход работы:

I. Формулы сокращенного умножения

Самостоятельная работа.

1.Результат упрощения выражения $\left(\frac{1+a}{1-a}-\frac{4a}{1-a^2}\right):\frac{1-a}{a}+\frac{1}{a+1}$ равен

A) 1 B) $\frac{2}{a+1}$ C) – 1 D) $-\frac{2}{a+1}$ E) 2

2. Выражение $\left(\frac{x^2-5x}{x^2-10x+25}+\frac{25}{x^2-25}\right)\cdot\frac{x+5}{125-x^3}$ после упрощения примет вид

A) 1 B) $\frac{x}{x-5}$ C) $-\frac{1}{(x-5)^2}$ D) 4 E) $\frac{1}{x+5}$

3.Результат упрощения выражения $\frac{x\sqrt{x}-8y\sqrt{y}-6\sqrt{xy}(\sqrt{x}-2\sqrt{y})}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}$ имеет вид

A) $x-4y$ B) $4y-x$ C) $2\sqrt{y}-\sqrt{x}$ D) $2\sqrt{y}+\sqrt{x}$ E) $(2\sqrt{y}-\sqrt{x})^2$

4.Упростите выражение $\frac{8-a\sqrt{a}}{\sqrt{a}}\cdot\left(\frac{a+2\sqrt{a}+4}{2\sqrt{a}+a}\right)^{1}$

A) $2-a$ B) $\sqrt{a}+2$ C) $1+\frac{2}{\sqrt{a}}$ D) $2-\sqrt{a}$ E) $4-a$

5.Результат упрощения выражения $\frac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}:\left(\frac{a+b}{ab}\right)^{-1}-b^{-2}$ равен

A) $a^{-1}+b^{-1}$ B) $b^{-1}(a^{-1}-b^{-1})$ C) a^{-2} D) ab E) $\frac{1}{a+b}$

6.Результат упрощения выражения $\frac{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}}+a\frac{a^{-\frac{1}{3}}-a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-a^{-\frac{1}{3}}}$ имеет вид

A) $1-a^2$ B) $a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{4}{3}}$ C) a^2-1 D) $a^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{4}{3}}$ E) $(1-a)^2$

7.Упростив выражение $\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{5a^{\frac{3}{2}}+5ab^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{2}}b+b^{\frac{3}{2}}}+\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{5a-b}$, вычислите его значение при условии, что $\frac{b}{a}=3$

A) 2,5 B) 2 C) 1,5 D) 1 E) 0,5

8.Сократив дробь $\frac{5m^2+6mn+n^2}{5m^2-4mn-n^2}$, вычислите его значение при $\frac{m}{n}=\frac{5}{7}$

A) –2 B) –3 C) –4 D) –5 E) –6

9.Вычислите значение дроби $\frac{5xz-2xy+yz}{x^2-3y^2-z^2}$ при условии, что $\frac{z}{y}=3$, $\frac{y}{x}=-1$

A) $-\frac{10}{13}$ B) $\frac{10}{11}$ C) $1\frac{1}{3}$ D) 1,2 E) $1\frac{3}{13}$

10.Вычислить значение выражения

$$\frac{0{,}6^2+0{,}1^2-1{,}2\cdot 0{,}1}{1{,}5-1{,}5^2}$$

Задание. Ответьте на вопросы:

1.Что называется алгебраическим выражением?

2.Какие алгебраические преобразования знаете?

3.Какие ещё тождественные преобразования используются для этого?

4.Сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

Вычисление и сравнение корней.

Цель работы: научиться вычислять и сравнивать корни.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания ;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Ознакомление с понятием корня n-й степени, свойствами радикалов и правилами сравнения корней. Формулирование определения корня и свойств корней. Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня.

Ход работы:I уровень.

Разберите решение следующих примеров:

1) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2 \cdot \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$ и т.д.

3) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{9}}{3} = \sqrt[3]{9}$.

4) $\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 + \sqrt[3]{2} + 1}{\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 - 1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$.

5) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2 \cdot 2}} = \sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[6]{8}$.

6) $\sqrt[3]{0{,}01 \cdot a^4 b^{10}} = \sqrt[3]{0{,}001 \cdot 10 \cdot a^3 \cdot a \cdot b^9 \cdot b} = \sqrt[3]{\left(0{,}1ab^3\right)^3 \cdot 10ab} = 0{,}1ab^3\sqrt[3]{10ab}$.

Примеры на сравнение чисел, записанных с помощью радикалов:

1) $\sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{5}$, так как $x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt[n]{x_1} < \sqrt[n]{x_2}$.

2) $\sqrt[3]{3} > \sqrt[5]{3}$, так как $n < m, \quad a > 1 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$.

3) $\sqrt[3]{0{,}3} < \sqrt[5]{0{,}3}$, так как $n < m, \quad 0 < a < 1 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$.

Выполните самостоятельную работу:

1.Найдите значение выражения:

а)$\sqrt{0{,}04}$; е) $\sqrt{\frac{81}{121}}$;

б)$\sqrt{\frac{144}{169}}$; ж) $0{,}3^2$;в)$\sqrt{196}$; з) $(-0{,}3)^2$;

г) $\sqrt{\frac{16}{49}}$; и) $(\frac{4}{5})^2$;

д) $\sqrt{2,25}$; к) $(\frac{-4}{5})^2$

2. Соединить линиями уравнения с соответствующими им корнями.
1) $x^2 = 0,81$ а) $x = 0$
2) $x^2 = 46$ б) $x = 16$
3) $\sqrt{x} = 9$ в) $x_1 = 0,9$ и $x_2 = - 0,9$
4) $x^2 – 5 = 0$ г) нет корней
5) $x^2 + 16 = 0$ д) $x_1 = 4$ и $x_2 = - 4$
6) $\sqrt{x} = 0$ е) $x_1 = - \sqrt{46}$ и $x_2 = \sqrt{46}$
7) $\frac{1}{2} x^2 = 8$ ж) $x_1 = \sqrt{5}$ и $x_2 = - \sqrt{5}$
8) $\sqrt{x^2} + 9 = 5$з) $x = 81$

3.Решите самостоятельно:

1 вариант	**2 вариант**
1.Вынесите множитель из-под знака корня: а) $\sqrt{72}$; б) $0,01\sqrt{800}$	*1.Вынесите множитель из-под знака корня:* а) $\sqrt{98}$; б) $0,021\sqrt{1200}$
2.Внесите множитель под знак корня: а) $3\sqrt{5a}$; б) $-10\sqrt{0,2}$	*2.Внесите множитель под знак корня:* а) $5\sqrt{2}$; б) $-20\sqrt{0,1}$
3. Сравните значения выражений: а) $\frac{1}{3}\sqrt{54}$ и 3; б) $4\sqrt{50}$ и $5\sqrt{32}$	*3. Сравните значения выражений:* а) $\frac{1}{4}\sqrt{48}$ и 2; б)$5\sqrt{27}$ и $3\sqrt{75}$

4)Найдите значение выражения:

1) $\sqrt[3]{-125}+\frac{1}{8}\sqrt[6]{64}$; 2) $\sqrt[5]{32}-0{,}5\sqrt[3]{-216}$;

3) $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81}+\sqrt[4]{625}$; 4) $\sqrt[3]{-1000}-\frac{1}{4}\sqrt[4]{256}$;

5) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}}+\sqrt[3]{-0{,}001}-\sqrt[4]{0{,}0016}$.

2 уровень.

1) Вычислите:

1) $\sqrt[5]{3^{10}\cdot 2^{15}}$; 2) $\sqrt[3]{2^3\cdot 5^6}$;

3) $\sqrt[4]{3^{12}\left(\frac{1}{3}\right)^8}$; 4) $\sqrt[10]{4^{30}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{20}}$.

2)Найдите значение выражения:

1) $\sqrt{\sqrt[3]{729}}$; 2) $\sqrt[5]{\sqrt{1024}}$; 3) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{9}}\cdot\sqrt[9]{3^7}$; 4) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{25}}\cdot\sqrt[6]{5^5}$.

3)

Упростить выражение:

1) $(\sqrt[3]{x})^6$; 2) $(\sqrt[3]{y^2})^3$; 3) $(\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{b})^6$;

4) $(\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{b^3})^{12}$; 5) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2b}}\right)^6$; 6) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{27a^3}}\right)^4$.

4)

Сравнить значения выражений:

1) $\sqrt{3}+\sqrt[3]{30}$ и $\sqrt[3]{63}$; 2) $\sqrt[3]{7}+\sqrt{15}$ и $\sqrt{10}+\sqrt[3]{28}$.

5)Выполните действия:

1) $\sqrt{9+\sqrt{17}}\cdot\sqrt{9-\sqrt{17}}$; 2) $\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{5+\sqrt{21}}+\sqrt{5-\sqrt{21}}\right)^2$.

Ответьте на вопросы:

1. Как вынести числовой множитель из-под знака корня?2. Как внести положительный (отрицательный) множитель под знак корня?3.Как сравнивать значения выражений, содержащих корни?4.Как сравнивать два квадратных корня?4. В каких ситуациях используются преобразования с корнями?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

Преобразование выражений, содержащих радикалы.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащие радикалы.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности:

Вычисление и сравнение корней, выполнение прикидки значения корня. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы. Выполнение расчетов по формулам, содержащим радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Определение равносильности выражений с радикалами.

Ход работы: I уровень.

1)Вычислите **1)** $\sqrt[3]{5^3 \cdot 7^3}$; **2)** $\sqrt[4]{11^4 \cdot 3^4}$; **3)** $\sqrt[5]{(0{,}2)^5 \cdot 8^5}$; **4)** $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 21^7}$.

2.

Упростить выражение:

1) $(\sqrt[3]{x})^6$; **2)** $(\sqrt[3]{y^2})^3$; **3)** $(\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b})^6$;

4) $(\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{b^3})^{12}$; **5)** $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2 b}}\right)^6$; **6)** $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{27a^3}}\right)^4$.

3.

Выяснить, какое из чисел больше:

1) $3^{\sqrt{71}}$ **или** $3^{\sqrt{69}}$; **2)** $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ **или** $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$;

3) $4^{-\sqrt{3}}$ **или** $4^{-\sqrt{2}}$; **4)** $2^{\sqrt{3}}$ **или** $2^{1,7}$;

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4}$ **или** $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$; **6)** $\left(\frac{1}{9}\right)^{\pi}$ **или** $\left(\frac{1}{9}\right)^{3,14}$.

4.

Сравнить числа:

1) $0,88^{\frac{1}{6}}$ и $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$; 2) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}}$ и $0,41^{-\frac{1}{4}}$;

3) $4,09^{\sqrt[3]{2}}$ и $\left(4\frac{3}{25}\right)^{\sqrt[3]{2}}$; 4) $\left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}}$ и $\left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}$.

5)Найдите значение выражения:

1) $\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[4]{343}}{\sqrt[12]{7}}$; 3) $(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})$.

2 уровень. 1)Вычислите:

1) $(\sqrt[6]{7^3})^2$; 2) $(\sqrt[6]{9})^{-3}$; 3) $(\sqrt[10]{32})^2$; 4) $(\sqrt[8]{16})^{-4}$.

2) Найдите значение выражения:

1) $2^{2-3\sqrt{5}}\cdot 8^{\sqrt{5}}$; 2) $3^{1+2\sqrt[3]{2}} : 9^{\sqrt[3]{2}}$;

3) $(5^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}}$; 4) $(5^{1-\sqrt{5}})^{1+\sqrt{5}}-(\sqrt{5})^0$.

1) $2^{1-2\sqrt{2}}\cdot 4^{\sqrt{2}}$; 2) $3^{2-3\sqrt{3}}\cdot 27^{\sqrt{3}}$;

3) $9^{1+\sqrt{3}}\cdot 3^{1-\sqrt{3}}\cdot 3^{-2-\sqrt{3}}$; 4) $4^{3+\sqrt{2}}\cdot 2^{1-\sqrt{2}}\cdot 2^{-4-\sqrt{2}}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8

Преобразование выражений, содержащих степени с рациональными показателями.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащих степени с рациональными показателями.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства.

Ход работы: I уровень.

1) Вычислите устно и запишите ответы:

1) $7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{3}{4}}$ 2) $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}}$ 3) $\left(16^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{9}{4}}$ 4) $24^{\frac{2}{3}}$ 5) $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$

1) 48^0, 10^{-2}, $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$, $(0,3)^{-3}$, $(-1,2)^{-2}$, $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-2}$;

2) $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[4]{81}$, $\sqrt[5]{32}$, $\sqrt[6]{8^2}$, $\sqrt[8]{16^2}$, $\sqrt[3]{27^2}$;

3) $8^{\frac{1}{3}}$, $27^{\frac{2}{3}}$, $10000^{\frac{1}{4}}$, $32^{\frac{2}{5}}$, $32^{-\frac{3}{5}}$, $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$.

2)Вычислите:

3)Найдите значение выражения:

1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$; 2) $(0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}}$;

3) $8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}}$; 4) $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}$.

4. **Представить в виде степени с рациональным показателем:**

1) $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$; 2) $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}$; 3) $\sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}}$;

4) $a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a}$; 5) $x^{1,7} \cdot x^{2,8} : \sqrt{x^5}$; 6) $y^{-3,8} : y^{-2,3} \cdot \sqrt[3]{y}$.

5.

Сравнить числа:

1) $0,88^{\frac{1}{6}}$ и $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$; 2) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}}$ и $0,41^{-\frac{1}{4}}$;

6.

Пользуясь тождеством $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, разложить на множители:

1) $a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$; 2) $y^{\frac{2}{3}} - 1$; 3) $a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}$;

4) $x - y$; 5) $4a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$; 6) $0{,}01m^{\frac{1}{6}} - n^{\frac{1}{6}}$.

2 уровень.

Вынести общий множитель за скобки:

1) $x^{\frac{1}{2}} + x$; 2) $(ab)^{\frac{1}{3}} + (ac)^{\frac{1}{3}}$; 3) $y^{\frac{3}{4}} - y^{\frac{1}{3}}$; 4) $12xy^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}y$.

Вычислить:

1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 810000^{0.25} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$; 2) $27^{\frac{2}{3}} - (-2)^{-2} + \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$;

3) $(0{,}001)^{-\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-1\frac{1}{3}}$; 4) $(-0{,}5)^{-4} - 625^{0.25} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}}$.

Упростить:

1) $\dfrac{ab^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} - 1}$; 2) $\dfrac{b}{a-b} + \dfrac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}$.

Ответьте на вопросы:

1) Какое число является рациональным?
2) Какие свойства верны для степени с любым рациональным показателем и положительным основанием?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

Преобразование выражений, содержащих степени с действительными показателями.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащих степени с действительными показателями.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Ознакомление с понятием степени с действительным показателем. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства. Записывание корня n-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Формулирование свойств степеней. Вычисление степеней с рациональным показателем, выполнение прикидки значения степени, сравнение степеней. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства.

Ход работы: I уровень.

Найти значение выражения:

1) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[6]{a}$ при $a = 0{,}09$; 2) $\sqrt{b} : \sqrt[6]{b}$ при $b = 27$;

3) $\dfrac{\sqrt{b}\,\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}}$ при $b = 1{,}3$; 4) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[4]{a}\cdot\sqrt[12]{a^5}$ при $a = 2{,}7$.

Разложить на множители, используя тождество $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ или $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$:

1) $a - x$; 2) $x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}$; 3) $a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$; 4) $27a + c^{\frac{1}{2}}$.

Вычислить:

1) $2^{\sqrt{5}}\cdot 2^{-\sqrt{5}}$; 2) $3^{2\sqrt{2}} : 9^{\sqrt{2}}$; 3) $(5^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$; 4) $((0{,}5)^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}}$.

Сократить дробь:

1) $\dfrac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}}$; 2) $\dfrac{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}{m + 2\sqrt{mn} + n}$; 3) $\dfrac{c - 2c^{\frac{1}{2}} + 1}{\sqrt{c} - 1}$.

Сравнить число с единицей:

1) 2^{-2}; 2) $(0{,}013)^{-1}$; 3) $\left(\dfrac{2}{7}\right)^5$; 4) $27^{1{,}5}$;

5) $2^{-\sqrt{5}}$; 6) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$; 7) $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{5}-2}$; 8) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\sqrt{8}-3}$

2 уровень.

Вычислить:

1) $\left(2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}\right)\sqrt[3]{6}$; 2) $\left(5^{\frac{1}{4}} : 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} : 5^{\frac{3}{4}}\right)\sqrt[4]{1000}$.

Сравнить числа:

1) $\sqrt[3]{10}$ и $\sqrt[5]{20}$; 2) $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt[3]{7}$; 3) $\sqrt{17}$ и $\sqrt[3]{28}$; 4) $\sqrt[4]{13}$ и $\sqrt[5]{23}$.

Упростить выражение:

1) $x^{-2\sqrt{2}} \cdot \left(\dfrac{1}{x^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1}$; 2) $\left(\dfrac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \dfrac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}}$.

Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:

1) $\dfrac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; 2) $\dfrac{\sqrt{5}}{5+\sqrt{10}}$; 3) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{4}}$; 4) $\dfrac{2}{\sqrt[4]{27}}$; 5) $\dfrac{3}{\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{2}}$;

Сократить дробь:

1) $\dfrac{y-16y^{\frac{1}{2}}}{5y^{\frac{1}{4}}+20}$; 2) $\dfrac{a^{\frac{4}{5}}-b^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{2}{5}}-b^{\frac{2}{5}}}$.

Ответьте на вопросы:

1)Какое число является действительным?

2)При каких условиях степени с действительным показателем сохраняют все известные свойства с рациональным показателем?

3)Когда выражение 0^x не имеет смысла?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

Вычисление и сравнение степенных выражений.

Цель работы: научиться вычислять и сравнивать степенные выражения.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:
сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Решение показательных уравнений. Ознакомление с применением корней и степеней при вычислении средних, делении отрезка в «золотом сечении». Решение прикладных задач на сложные проценты.

Ход работы:I уровень.

Вычислите:

1 Вычислить:

1) $\dfrac{15^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{7}{3}}}{5^{-\frac{1}{3}}}$; 2) $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{-2} - \left(\dfrac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + 4 \cdot 379^0$; 3) $\left(\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{\dfrac{1}{4}}\right) : \sqrt[3]{2}$.

2 Упростить выражение: 1) $\sqrt[3]{\dfrac{ab^2}{c}} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{a^5 b}{c^2}}$; 2) $\dfrac{a^{-3} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}}$.

3 Сократить дробь $\dfrac{a - 9a^{\frac{1}{2}}}{7a^{\frac{1}{4}} + 21}$.

4 Сравнить числа $\sqrt[5]{\left(\dfrac{2}{9}\right)^3}$ и $\sqrt[5]{\left(\dfrac{1}{4}\right)^3}$.

5 Упростить выражение $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})^2 - (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$.

2 уровень.1) Вычислите:

1) $\sqrt[5]{3^{10} \cdot 2^{15}}$; 2) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 5^6}$;

3) $\sqrt[4]{3^{12}\left(\dfrac{1}{3}\right)^8}$; 4) $\sqrt[10]{4^{30} \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{20}}$.

Сравнить числа: 1) $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[3]{3}$; 2) $\sqrt[4]{5}$ и $\sqrt[4]{7}$.

Расположить числа в порядке возрастания:

1) $1^{3,75}$, 2^{-1}, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 2) 98^0, $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$, $32^{\frac{1}{5}}$.

Сравнить значения выражений:

1) $3{,}1^7$ и $4{,}3^7$; 2) $\left(\frac{10}{11}\right)^3$ и $\left(\frac{12}{11}\right)^3$;

3) $0{,}3^8$ и $0{,}2^8$; 4) $2{,}5^2$ и $2{,}6^2$;

5) $\left(\frac{7}{9}\right)^{-2}$ и $\left(\frac{8}{10}\right)^{-2}$; 6) $\left(\frac{14}{15}\right)^{-6}$ и $\left(\frac{15}{16}\right)^{-6}$;

7) $(4\sqrt{3})^{-3}$ и $(3\sqrt{4})^{-3}$; 8) $(2\sqrt[3]{6})^{-5}$ и $(6\sqrt[3]{2})^{-5}$.

5.Найдите значение выражения:

1) $\frac{10^{2+\sqrt{7}}}{2^{2+\sqrt{7}}\cdot 5^{1+\sqrt{7}}}$; 2) $\frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}}\cdot 3^{1+\sqrt{5}}}$;

3) $(25^{1+\sqrt{2}}-5^{2\sqrt{2}})\cdot 5^{-1-2\sqrt{2}}$; 4) $(2^{2\sqrt{3}}-4^{\sqrt{3}-1})\cdot 2^{-2\sqrt{3}}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№11

Вычисление и сравнение логарифмов.

Цель работы: научиться вычислять и сравнивать логарифмы.

Результаты:

метапредметные:

Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов. Построение графиков степенных и логарифмических функций. Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам. Выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы. Нахождение значений степени, используя при необходимости инструментальные средства.

Ход работы: I уровень.

Самостоятельная работа.

1.Сравните числа

а) log2 0,5 иlog2 0,4; 6)log 9иlog 17.

2.Найдите значение выражения:

а)$\log_2 24+\log_2 6$. б) $\log_{\sqrt{3}}81 =$в) $\log_{0,25}\sqrt[6]{4} =$ г)$(3\log_7 2 - \log_7 24) : (\log_7 3 - \log_7 9)$.

3.Вычислить:

1. $\log_6 4 + \log_6 9$.
2. $\log_2 48 - \log_2 3$.
3. $\log_3 135 - \log_3 5$.

4. Вычислить $\log_a \sqrt{ab}$, если $\log_a b = 7$

5. Упростить выражение

$$\frac{3\lg 4 + \lg \frac{1}{2}}{\lg 7 - \lg 14}$$

6. Найти значение выражения:

$$3^{\log_3 14 - \log_3 7} + \log_{\sqrt{3}} 27$$

7.

Вычислить (не используя микрокалькулятор):

1) $\frac{\log_5 2}{\log_5 6} + \frac{\log_4 3}{\log_4 6}$; 2) $\left(\log_7 2 + \frac{1}{\log_5 7}\right)\lg 7$; 3) $\frac{2\log_2 3}{\log_4 9}$.

8.

Вычислить:

1) $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2}\log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3}\log_3 72}$; 2) $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3}\log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2}\log_6 150}$;

3) $\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3\log_2 2}$; 4) $\frac{3\log_7 2 - \frac{1}{2}\log_7 64}{4\log_5 2 + \frac{1}{3}\log_5 27}$.

2 уровень:

Сравнить числа:

1) $\log_3 \frac{6}{5}$ и $\log_3 \frac{5}{6}$; 2) $\log_{\frac{1}{3}} 9$ и $\log_{\frac{1}{3}} 17$;

3) $\log_{\frac{1}{2}} e$ и $\log_{\frac{1}{2}} \pi$; 4) $\log_2 \frac{\sqrt{5}}{2}$ и $\log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вычислить:

1) $36^{\log_6 5}+10^{1-\log_{10} 2}-8^{\log_2 3}$;

2) $\left(81^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_9 4}+25^{\log_{125} 8}\right)\cdot 49^{\log_7 2}$;

3) $16^{1+\log_4 5}+4^{\frac{1}{2}\log_2 3+3\log_8 5}$;

4) $72\cdot\left(49^{\frac{1}{2}\log_7 9-\log_7 6}+5^{-\log_{\sqrt{5}} 4}\right)$.

7. Ответьте на контрольные вопросы.

По каким признакам можно сравнить два логарифма? На какие элементы логарифма обращаем внимание при их сравнении? Какими формулами вы воспользуетесь при решении?

8.Сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12

Применение основного логарифмического тождества.

Цель работы: научиться применять основное логарифмическое тождество.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.

Ход работы: I уровень.

1) Вычислите:

1) $3^{\log_3 18}$; 2) $5^{\log_5 16}$; 3) $10^{\log_{10} 2}$; 4) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 6}$.

1) $3^{5\log_3 2}$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{6\log_{\frac{1}{2}} 2}$; 3) $0{,}3^{2\log_{0,3} 6}$; 4) $7^{\frac{1}{2}\log_7 9}$.

2.Найдите значения выражений:

1. $\dfrac{25^{\log_5 2}+1}{49^{\log_7 4}}$; 2) $\dfrac{16^{0,5^{\log_4 10}}}{10^{\lg 4}+1}$;

3) $\log_2 12+\log_2\frac{5}{3}+\log_2\frac{4}{5}$; 4) $3^{2-\log_3 5}+\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 5}$.

Тест № 1

1.

Вычислите: $5^{\log_5 3}\cdot 100^{-\log_{0,1}\sqrt{6}}$

А)9 Б)$8\sqrt{6}$ в)18 г)$3\sqrt{6}$ д)27

2.Найти значение выражения: $\frac{2}{5}\left(\log_3 81+16^{\log_2 3}\right)^{\log_{85} 25}$

А)5 Б)15 в)20 г)25 д)10

3.Используя определение и свойства логарифмов, найдите значение выражения: $\left(\frac{3}{7}\right)\left(\log_2 32+27^{\log_3 4}\right)^{\log_{69} 14}$.

А)9 Б)3 в)4 г) 5 д)6

2 уровень.

1) Упростите выражения, пользуясь основным логарифмическим тождеством:

а) $5^{1+\log_5 3}$; б) $10^{1-\lg 2}$; в) $4^{2\log_4 3}$.

Вычислите: а) $\left(5^{\log_5 \sqrt[4]{7}}\right)^4$; б) $\left(13^{\log_4 11}\right)^{\log_{13} 4}$;

в) $16^{\frac{1}{4}\log_2 15}$; г) $4^{2-\log_2 7}$; д) $\left(8^{\log_8 \sqrt{6}}\right)^2$ е) $\sqrt{9^{\log_9 2}+2^{\log_2 5}+3^{\log_3 74}}$ ж) $\left(8^{\log_8 \sqrt[3]{11}}\right)^3$

з) $\sqrt{8^{\log_8 2}+5^{\log_5 6}+7^{\log_7 41}}$

Ответьте на вопросы:

1) Чем является логарифм?

2)Запишите определение логарифма символически.

3)Формула основного логарифмического тождества.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13

Применение основных правил логарифмирования.

Цель работы: научиться применять основные правила логарифмирования.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.

Ход работы:I уровень

1.Вычислите:а) $\lg 8 + \lg 125 =$ б) $\lg 13 - \lg 130 =$ в) $\dfrac{\lg 8 + \lg 18}{2\lg 2 + \lg 3} =$

г) $\log_5 25 + \log_3 81 =$ д) $\log_3 81 + \log_2 16$ е) $\log_5 50 - \log_5 2$ ж) $\log_{42} \dfrac{1}{6} + \log_{42} \dfrac{1}{7}$

2. Найдите значение выражения $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$

3.Вычислить:$\log_{0,2}\frac{1}{125}$ $\log_9 243 =$ $2\log_6 3+\log_6 4 =$ $\log_2 8+\log_4 8 =$

Ответы (в беспорядке): 2; 2,5; 4,5; 3.

4.Вычислите, применяя свойства логарифмов:

1) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$;
2) $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$;
3) $\frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 - 3\log_7 \sqrt[3]{21}$;
4) $2\log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 400 + 3\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$.

5.Выполните преобразование выражений:

1) $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$; 2) $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$; 3) $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$; 4) $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$.

6.

Найти x по данному его логарифму ($a > 0$, $b > 0$)

1) $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$;
2) $\log_5 x = 2\log_5 a - 3\log_5 b$;
3) $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}} b$;
4) $\log_{\frac{2}{3}} x = \frac{1}{4}\log_{\frac{2}{3}} a + \frac{4}{7}\log_{\frac{2}{3}} b$.

7.Разберите решение примеров:

Примеры перехода к новому основанию логарифма:

$$1)\log_4 11 = \frac{\log_2 11}{\log_2 4} = \frac{\log_2 11}{2};$$
$$2)\log_5 81 = \frac{\log_3 81}{\log_3 5} = \frac{4}{\log_3 5};$$

Перейти можно к любому новому основанию (положительному и отличному от единицы).

Упростить выражения:

а) $\log_3 64 + \log_9 64 + \log_{27} 69$;

б) $9\log_{27}8-3\log_3 4;$

в) $2\log_5 3+4\log_{25}2.$

Ответ. 1) $2\log_5 6.$ 2) $11\log_3 2$; 3) $3\log_3 2$;

2 уровень.

7.Разберите решение примера:

$$2^{\log_{\sqrt{2}}2{,}5}-7^{\log_{343}(7{,}25)^3}+3^{4\log_9 2{,}5}$$

Упростим все показатели степеней: наша задача привести их к логарифмам, в основании которых стоит то же число, что и в основании степени.

$\log_{\sqrt{2}}2{,}5=\log_{2^{\frac{1}{2}}}2{,}5$ =(по свойству) $2\log_2 2{,}5$ =(по свойству) $\log_2 2{,}5^2=\log_2 6{,}25$

$$\log_{343}(7{,}25)^3=\log_{7^3}(7{,}25)^3=\frac{1}{3}\log_7(7{,}25)^3=\frac{3}{3}\log_7(7{,}25)=\log_7(7{,}25)$$

$$4\log_9 2{,}5=4\log_{3^2}2{,}5=\frac{4}{2}\log_3 2{,}5=2\log_3 2{,}5=\log_3 2{,}5^2=\log_3 6{,}25$$

Подставим показатели, которые у нас получились в исходное выражение. Получим:

$$2^{\log_2 6{,}25}-7^{\log_7(7{,}25)}+3^{\log_3 6{,}25}=6{,}25-7{,}25+6{,}25=5{,}25$$

Вычислить:

1) $\dfrac{\log_2 24-\frac{1}{2}\log_2 72}{\log_3 18-\frac{1}{3}\log_3 72}$;

2) $\dfrac{\log_7 14-\frac{1}{3}\log_7 56}{\log_6 30-\frac{1}{2}\log_6 150}$;

3) $\dfrac{\log_2 4+\log_2\sqrt{10}}{\log_2 20+3\log_2 2}$;

4) $\dfrac{3\log_7 2-\frac{1}{2}\log_7 64}{4\log_5 2+\frac{1}{3}\log_5 27}$.

2.Для усвоения материала предлагается тест с кодированными ответами. В результате правильного выполнения, которого получается фамилия шотландского математика

I вариант	**II вариант**
Вычислите:	Вычислите:
1. $\frac{\ln 128}{\ln 4}$	1. $\frac{\ln 125}{\ln 5}$
Р-124, Е-32, П -ln124, Н-3,5	Р-75, Н-3, Е-35, П- ln25
2. $\log_5 \log_7 7 - \log_7 \frac{1}{7}$	2. $\log_7 \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{11}} 11$
Р-1/7, Е-1, П-1, Н-6	Р-1/11, Н-1, Е-1, П-10
3. $27^{\log_3(2)}$	3. $8^{\log_2 4}$
Р-81, Е-54, П-8, Н-29	Р-16, Н-32, Е-12, П-64
4. $\frac{\log_3 8 + \log_3 2}{\log_2 36 - \log_2 9}$	4. $\frac{\log_3 16 + \log_3 4}{\log_3 24 - \log_3 6}$
Р-8/9, Е- $\log_3 4$, П-10/27, Н-4	Р-$\log_3 16$, Н-10/9, Е-3, П-10/3
5. $\log_2 x - \log_2 7 = \frac{2}{3} log_4 125$	5. $\log_3 x - \log_3 5 = \frac{2}{5} log_9 32$
Р-35, Е-125/7, П-63, Н-(5+$\log_2 7$)	Р-10,Н-32/5, Е-(2+$\log_3 5$), П-20

Упростить выражения:

а) $\log_3 64 + \log_9 64 + \log_{27} 69;$

б) $9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4;$

в) $2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2.$

Ответ. а) $11 \log_3 2$; б) $3 \log_3 2$; в) $2 \log_5 6.$

Ответьте на вопросы:1) Какие основные правила логарифмирования использованы в примере №7?

2)Формулы перехода к новому основанию логарифма:…….

3) Как фамилия шотландского математика, составившего таблицы логарифмов?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14

Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы.

Цель работы: научиться преобразовывать выражения, содержащие степени и логарифмы.

метапредметные:

Результаты: владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

Виды деятельности: Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства. Выполнение преобразований выражений, применение формул, связанных со свойствами степеней и логарифмов. Определение области допустимых значений логарифмического выражения.

Ход работы: I уровень

1.Задача. Найти значения выражений:

1)log6 270 − log6 7,5 2) log5 775 − log5 6,2

3)79 · 311 : 218, 4) 247 : 36 : 165, 5) 306 : 65 : 252.

6) $5 \cdot 49^{\log_7 3}$; $3^{\log_3 11} + 2^{\log_8 125}$; $\frac{33}{5^{\log_{25} 121}}$

2. Вычислить: а) lg8+lg125; б) log27-log27/16 в) log316/log34.
г) 81log275 log54 д)(8log23 + 31/ log23) - log0,25.

3. Вычислите: а) 2^{-1} ; б) $27^{\frac{1}{3}}$; в) $\left(\left(\frac{125}{8}\right)^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$; г) $\frac{25 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}{625 \cdot 5^{-3}}$

д) $\frac{a^{-9}}{a^{-2} \cdot a^{-5}}$ при а= $\frac{1}{2}$

Самопроверка:

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{32}$; б) $log_{49}7$.

2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+log_3 2}$.

3. Прологарифмируйте по основанию 2 выражение $16b^7\cdot\sqrt[5]{c}\ \ (c>0,\ b>0)$.

4. Найдите x, если $log_3 x = 2log_3 7 + \frac{2}{3}log_3 27 - \frac{3}{2}log_3 16$.

2 уровень.

1.Вычислить значение выражения:

$\log_5(90) - \log_4(18)\cdot\log_7(4)\cdot\log_5(7)$;

2. Вычислить: а) 1^{-7}; б) $27^{\frac{2}{3}}$; в) $9\cdot 0{,}027^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$; г) $48^{\frac{2}{5}}\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{5}}$.

д) $\frac{a^3\cdot a^{-7}}{a^{-2}}$ при a=2

3.Вычислите: а) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; б) $125^{\frac{2}{3}}$; в) $4^{-2}\cdot\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$; г) $\frac{12^{\frac{3}{4}}\cdot 3^{\frac{9}{4}}}{4^{-\frac{1}{4}}}$

д) $\frac{x^6}{(x^3)^3}$ при а=2

Самопроверка:

1. Найдите: а) $log_5\frac{1}{25}$; б) $log_{64}8$.

2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $2^{1+log_2 5}$.

3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{c^4}{\sqrt[3]{100b^4}}\ \ (c>0,\ b>0)$.

4. Найдите x, если $log_2 x = 2log_2 5 - \frac{1}{3}log_2 8 + log_2 0{,}2$.

Ответьте на вопросы: а) Дайте определение логарифма числа. б) Дайте определение степени числа.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №15

Исследование свойств линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-рациональной функций. Нахождение области определения и области значения функции

Цель: научиться исследовать линейную, квадратичную, кусочно-линейную и дробно-рациональную функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Ознакомление с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков.

Ход работы:

Провести полное исследование функции и построить ее график

I. 1) $y = x + 4$; 2) $y = 5 - 2x$; 3) $y = 2 - \frac{1}{2}(x - 1)$; 4) $y = (x + 1)^2 - x^2$; 5) $y = |2x - 3|$; 6) $y = \frac{1}{x+2}$; 7) $y = 2 - \frac{1}{x}$; 8) $y = \frac{x}{x-3}$; 9) $y = x^2 - 3$; 10) $y = 2x - x^2$; 11) $y = 6 - 7x - x^2$;

II. 1) $y = 3x + 2;\ x\epsilon[-1; 3]$; 2) $y = \frac{x^2+x-2}{x-1}$; 3) $y = 3x - |2x + 4|$;

4) $y = \frac{2}{x}$, $|x| \le 4$; 5) $y = \frac{|x+1|}{2x-5}$; 6) $y = \frac{2x^2}{3-x} + 2x$; 7) $y = x^2 + 2x, x\epsilon[-2; 1]$; 8) $y = x^2 - 6x + 1, x\epsilon[0; 4]$;

III. 1) $y = \begin{cases} 2x + 1 \text{ при } x \ge -1, \\ -x - 2 \text{ при } x < -1; \end{cases}$ 2) $y = |5x - 3| - |x + 1|$; 3) $y = |x| + |x + 2| + |x - 3|$; 4) $y = \left|1 - \frac{1}{x}\right|$, $|x| \ge 2$; 5) $y = \frac{1}{1-\frac{5}{x}}$; 6) $y = |x^2 - 9|$; 7) $y = 2x^2 + |x| - 3$;

Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{3x-2}{5x+3}$; в) $y = \frac{5+6x}{2x-4}$;

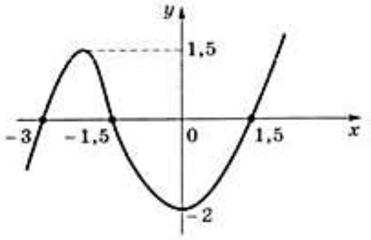
б) $y = \frac{6}{x^2-16}$; г) $y = \frac{7}{25-x^2}$.

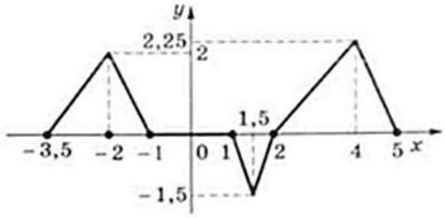
Постройте график заданной функции, найдите область определения и область значений функции:

а) $y = x^2 + 2$; в) $y = \sqrt{x}$;

б) $y = 3 - 2x^2$; г) $y = \sqrt{x-3}$;

Дан график функции $y = f(x)$. Определите по графику: а) область определения функции; б) множество значений функции;





Найти область определения функции:

I. 1) $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$; 2) $f(x) = \frac{2}{x^2-4}$; 3) $f(x) = \sqrt{2-x}$; 4) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$;

II. 1) 1) $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+x-2}}$; 2) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$; 4) $f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}$;

III. 1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2+x-1}}$; 2) $f(x) = \frac{2}{1+\frac{1}{x+1}}$; 3) $f(x) = \sqrt{2x^2-5x+2} + \frac{2x^2-4}{\sqrt{10-2x}}$;

Найти значения функции при указанных значениях x:

1) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$; 2) $f(x) = \frac{x-3}{2x-5}$, $x = -3$, $x = t+1$;

3) $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0, \end{cases}$ вточках -2; $-\frac{1}{3}$; 0; 5;

Найти область значения функции:

1) $y = \frac{x}{x-3}$; 2) $y = 2 + \frac{4}{x-3}$; 3) $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$; 4) $f(x) = \frac{2}{x^2-4}$;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 16

Исследование свойств функции: монотонность, четность, ограниченность, периодичность.

Цель: научится исследовать функцию на монотонность, четность, ограниченность, периодичность.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Построение и чтение графиков функций. Исследование функции. Построение и чтение графиков функций. Составление видов функций по данному условию, решение задач на экстремум.

Ход работы:

Исследовать на четность функции:

1) y=5x; 2) y=$\frac{1}{x^2}$; 3) $f(x) = x^4 - x^2 + 1$; 4) y=$x + \frac{1}{x}$; 5) $f(x) = |x|$; 6) $y = (x^3 - 7)x$; 7) $y = \sqrt{2x^2} + 6x$; 8) y=$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$; 9) y=$\frac{x}{x^2+1}$; 10) $f(x) = x^2 - |1 - x|$; 11) $f(x) = \frac{x}{x^3+x}$; 12) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$; 13) $f(x) = \begin{cases} x при x \neq 0, \\ 1 \ при x = 0; \end{cases}$

Исследуйте функции на монотонность:

1. а) $y = 2x^3 - 3$; в) $y = \frac{2}{3} - x^3$;

2. а) $y = x^2 + 2x + 1,\ x \geqslant -1$; в) $y = -x^2 + 6x - 12,\ x \geqslant 3$;
б) $y = \frac{1}{x + 2},\ x < -2$; г) $y = \frac{-2}{x + 5},\ x > -5$.

Исследуйте функции на ограниченность:

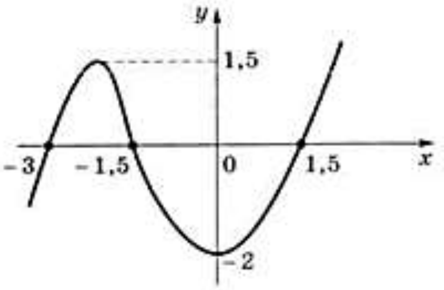
1. а) $y = x^2 - 8x + 1$; в) $y = -2x^2 - 6x + 15$;
б) $y = \frac{2x - 4}{x},\ x > 0$; г) $y = \frac{5 - 2x}{1 - x},\ x < 1$.

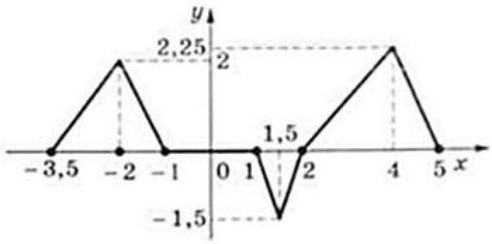
2. а) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$; в) $y = \sqrt{-2x^2 + 8x + 9}$;
б) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 1}{5}}$; г) $y = \sqrt{\frac{5}{2x^2 - 4x + 2}}$.

Построить график и выяснить, является ли ограниченной функция:

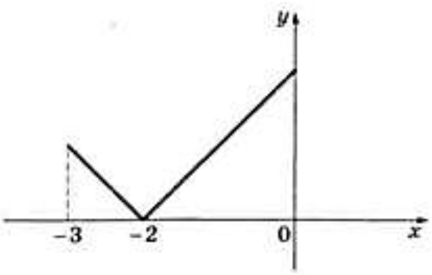
1) $y=\begin{cases}2x-x^2 \text{ при } x\leqslant 1,\\ 2-x \text{ при } x>1;\end{cases}$ 2) $y=\begin{cases}x^2+2x+2 \text{ при } x<1,\\ \sqrt{x} \text{ при } x\geqslant 1.\end{cases}$

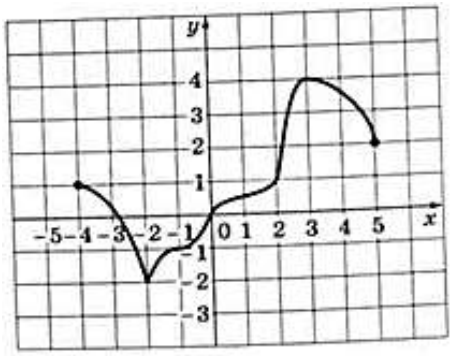
Дан график функции $y=f(x)$. Определите по графику: а) промежутки монотонности; б) нули функции; в) промежутки знакопостоянства; г) симметрию графика.





Достройте график функции так, чтобы она была периодической:





Дан график функции f. Определите по графику: промежутки монотонности и точки экстремума

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 17

Построение графика степенной функции.

Цель: научиться строить график степенной функции

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

- владение стандартными приемами решения степенных уравнений и неравенств;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Использование свойств функций для сравнения значений степеней. Построение графиков степенных функций.

Ход работы:

Найти область определения степенной функции:

1) $y = \sqrt{x+2}$; 2) $y = \sqrt{5-2x}$; 3) $y = -2x^{\frac{2}{3}}$; 4) $y = 3(x-1)^{-\frac{1}{4}}$

Построить графики функций:

1) $y = x^2$; 2) $y = x^3$; 3) $y = x^{-2}$; 4) $y = x^{\frac{1}{2}}$

Изобразить схематически график функции и указать её область определения и множество значений; выяснить, является ли функция ограниченной сверху (снизу):

1) $y = x^6$; 2) $y = x^5$; 3) $y = x^7$;

4) $y = x^{-2}$; 5) $y = x^{-3}$; 6) $y = x^6$.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке:

1) $y = x^4$, $x \in [-1; 2]$; 2) $y = x^7$, $x \in [-2; 3]$;

3) $y = x^{-1}$, $x \in [-3; -1]$; 4) $y = x^{-2}$, $x \in [1; 4]$.

Постройте и сравните графики функций:

а) $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = x^{\frac{1}{3}}$; б) $y = \sqrt[4]{x}$ и $y = x^{\frac{1}{4}}$.

Известно, что $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$. Вычислите:

а) $f(4)$; б) $f\left(\frac{1}{9}\right)$; в) $f(0)$; г) $f(0{,}01)$.

Известно, что $f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$. Вычислите:

а) $f(1)$; б) $f(8)$; в) $f\left(\frac{1}{8}\right)$; г) $f(0)$.

Сравнить значения выражений:

1) $3{,}1^7$ и $4{,}3^7$; 2) $\left(\frac{10}{11}\right)^3$ и $\left(\frac{12}{11}\right)^3$;

3) $0{,}3^8$ и $0{,}2^8$; 4) $2{,}5^2$ и $2{,}6^2$;

5) $\left(\frac{7}{9}\right)^{-2}$ и $\left(\frac{8}{10}\right)^{-2}$; 6) $\left(\frac{14}{15}\right)^{-6}$ и $\left(\frac{15}{16}\right)^{-6}$;

7) $(4\sqrt{3})^{-3}$ и $(3\sqrt{4})^{-3}$; 8) $(2\sqrt[3]{6})^{-5}$ и $(6\sqrt[3]{2})^{-5}$.

Постройте графики функций:

1) $y = 2\sqrt{x}$; 2) $y = \sqrt{4 - x}$; 3) $y = -x^4 + 2$;

Решите графически уравнение:

а) $x^{\frac{1}{2}} = 6 - x$; в) $x^{\frac{1}{4}} = x^3$;

б) $x^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^2}$; г) $x^{\frac{2}{3}} = x - 4$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

Построение графика показательной функции.

Цель: научиться строить график показательной функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение стандартными приемами решения показательных уравнений и неравенств;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Построение графиков показательных функций. Решение показательных уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Ход работы:

Среди заданных функций укажите те, которые являются показательными:

а) $y = 3^x$; **б)** $y = x^3$; **в)** $y = x^{\frac{5}{3}}$; **г)** $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$.

Найдите значение аргумента x**, при котором функция** $y = 2^x$ **принимает заданное значение:**

а) 16; **б)** $8\sqrt{2}$; **в)** $\frac{1}{\sqrt{2}}$; **г)** $\frac{1}{32\sqrt{2}}$.

Найдите значение аргумента x**, при котором функция** $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ **принимает заданное значение:**

а) $\frac{1}{25}$; **б)** 125; **в)** $\frac{1}{25\sqrt{5}}$; **г)** $625\sqrt{5}$.

Найти область определения показательной функции:

1) $y = \sqrt{2^x - 8}$; 2) $y = \frac{3}{2^x - 8}$; 3) $y = \frac{1}{9^x - 3^{x+1}}$;

Определите характер монотонности показательной функции, заданной на всей числовой оси:

I. 1) $y = 5^{x-3}$; 2) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$; 3) $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$; 4) $y = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x$;

II. 1) $y = 3^{-x}$; 2) $y = -2 \cdot 5^{-x}$; 3) $y = 4^{2-x}$; 4) $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{1-x}$;

Построить графики функций:

1) $y = 2^x$; 2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 3) $y = 3^{-x}$; 4) $y = 3^{\frac{1}{x}}$

Постройте график функции:

а) $y = 2^x + 1$; **в)** $y = 4^x - 1$;

б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$; **г)** $y = (0{,}1)^x + 2$.

а) $y = 5^{x+1}$; **в)** $y = 3^{x-2}$;

б) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2}$; **г)** $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+0{,}5}$.

Схематично изобразите график показательной функции:

а) $y = \left(\sqrt{2}\right)^x$; **б)** $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$; **в)** $y = \left(\sqrt{7}\right)^x$; **г)** $y = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^x$.

Дана функция $y = f(x)$, **где** $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, \text{ если } x < 0, \\ \sqrt{x} + 1, \text{ если } x \geqslant 0. \end{cases}$

а) Вычислите $f(-5)$; $f(-2,5)$; $f(0)$; $f(4)$; $f(1,69)$;
б) постройте график функции $y = f(x)$;
в) прочитайте график функции.

Найдите область значений функции:

а) $y = 3 \cdot 2^x$; **в)** $y = \frac{1}{2} \cdot 7^x$;

б) $y = 14 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$; **г)** $y = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Сравните числа:1) 3^{400} и 4^{300}; 2)4^{500} и 5^{400} 3) $\sqrt[6]{24}$ и $\sqrt[3]{5}$; 4) $\sqrt[8]{10}$ и $\sqrt[4]{3}$;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19

Построение графика логарифмической функции.

Цель: научиться строить график логарифмической функции.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Использование свойств функций для сравнения значений логарифмов. Построение графиков логарифмических функций. Решение логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Ход работы:

Найдите значение логарифмической функции $y = \log_2 x$ в указанных точках:

а) $x_1 = 4,\ x_2 = 8,\ x_3 = 16;$ в) $x_1 = \frac{1}{8},\ x_2 = \frac{1}{32},\ x_3 = \frac{1}{128};$

б) $x_1 = \frac{2}{\sqrt{8}},\ x_2 = \frac{4}{\sqrt{2}};$ г) $x_1 = \sqrt{32},\ x_2 = 16\sqrt{128}.$

Постройте (схематично) график функции:

а) $y = \log_{\sqrt{3}} x;$ в) $y = \lg x;$

б) $y = \log_{\frac{1}{\pi}} x;$ г) $y = \log_{0,2} x.$

Постройте графики функций:

1. а) $y = 2 + \log_3 x;$ в) $y = -3 + \log_4 x;$
   б) $y = -1 + \log_{\frac{1}{2}} x;$ г) $y = 0,5 + \log_{0,1} x.$
2. а) $y = 3\log_4 x;$ в) $y = 5\log_8 x;$
   б) $y = 2\log_{\frac{1}{3}} x;$ г) $y = \frac{1}{2}\log_{0,5} x.$
3. а) $y = -2\log_7 x;$ в) $y = -0,5\log_2 x;$
   б) $y = -4\log_{\frac{1}{6}} x;$ г) $y = -\log_{\frac{2}{3}} x.$

4. а) $y = \log_2 (x + 4)$; в) $y = \log_5 (x - 1)$;
б) $y = \log_{\frac{1}{5}} (x - 3)$; г) $y = \log_{0,3} (x + 5)$.

Сравните числа:

а) $\log_4 7$ и $\log_4 23$; в) $\log_9 \sqrt{15}$ и $\log_9 13$;

б) $\log_{\frac{2}{3}} 0,8$ и $\log_{\frac{2}{3}} 1$; г) $\log_{\frac{1}{12}} \frac{1}{7}$ и $\log_{\frac{1}{12}} \frac{2}{3}$.

Сравните с единицей число:

а) $\log_3 41$; б) $\log_{2,3} 0,1$; в) $\log_{\frac{1}{7}} 2,6$; г) $\log_{\sqrt{7}} 0,4$.

Расположите числа в порядке возрастания:

а) $\log_2 0,7$; $\log_2 2,6$; $\log_2 0,1$; $\log_2 \frac{1}{6}$; $\log_2 3,7$;

б) $\log_{0,3} 17$; $\log_{0,3} 2,7$; $\log_{0,3} \frac{1}{2}$; $\log_{0,3} 3$; $\log_{0,3} \frac{2}{3}$.

Сравните числа:

а) $\log_3 4$ и $\sqrt[3]{9}$; в) $\log_2 5$ и $\sqrt[3]{7}$;

б) $\log_{0,5} 3$ и $\sin 3$; г) $\lg 0,2$ и $\cos 0,2$.

Найдите область определения функции:

а) $y = \log_6 (4x - 1)$; в) $y = \log_9 (8x + 9)$;
б) $y = \log_{\frac{1}{9}} (7 - 2x)$; г) $y = \log_{0,3} (2 - 3x)$.

Решите графически неравенство:

а) $\log_2 x \geqslant -x + 1$; в) $\log_9 x \leqslant -x + 1$;
б) $\log_{\frac{3}{7}} x > 4x - 4$; г) $\log_{\frac{1}{3}} x < 2x - 2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20

Преобразование графиков: параллельный перенос, симметрия, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Цель: научиться преобразовывать графики функций с помощью параллельного переноса, симметрии, растяжения и сжатия вдоль осей координат.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Виды деятельности:

Вычисление значений функций по значению аргумента. Определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот. Выполнение преобразования графиков

Ход работы:

Задача 1. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

1) $y = x$;

2) $y = 2x$;

3) $y = \frac{1}{5} \cdot x$;

4) $y = 2 \cdot |x|$;

5) $y = 2\cdot|x| + 3$;

6) $y = |2\cdot|x| + 3|$;

Задача 2. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

1) $y = x^2$;

2) $y = x^2 + 3$;

3) $y = (x-2)^2 + 3$;

4) $y = \left|(x-2)^2 + 3\right|$;

5) $y = -\left|(x-2)^2 + 3\right|$;

Задача 3. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

1) $y = \sqrt{x}$;2) $y = 2\cdot\sqrt{x}$;3) $y = 2\cdot\sqrt{\frac{1}{3}\cdot x}$;4) $y = 2\cdot\sqrt{\frac{1}{3}\cdot x - 2}$;5) $y = 2\cdot\sqrt{\frac{1}{3}\cdot(x+1) - 2}$;

Задача 4. Используя преобразования графиков, в одной и той же системе координат постройте графики функций:

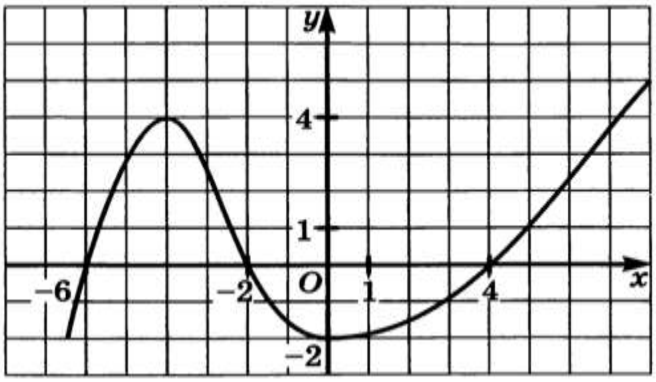
1) $y = \frac{1}{x}$;2) $y = \frac{1}{x+2}$;3) $y = \frac{1}{x+2} - 3$;4) $y = \left|\frac{1}{x+2} - 3\right|$;5) $y = \left|\frac{1}{x+2} - 3\right| + 5$;

Задание 5.

Используя график функции $y = f(x)$, изображенный на рис. постройте график функции:

а) $y = f(-x)$; **в) $y = -f(-x)$;**

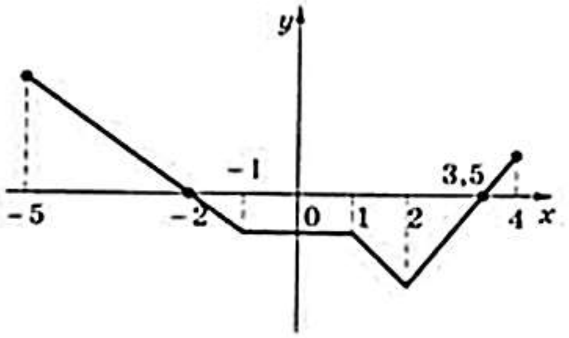
б) $y = -f(x)$; **г) $y = f(x-1) + 2$.**



Задача 6. Выделить в квадратном трехчлене $y = x^2 + 4x + 6$ полный квадрат, постройте график функции, используя правила преобразования.

Задача 7. Преобразуйте функцию $y = \dfrac{x+1}{x-1}$, постройте ее график, используя правила преобразования.

Задание 8. Дан график функции $y = f(x)$. Постройте график функции $y = g(x)$при указанных g.



1) $g(x) = f(-x)$; 2) $g(x) = -f(x)$; 3) $g(x) = f(x) - 2$; 4) $g(x) = f(x + 1)$;
5) $g(x) = f(2x)$; 6) $g(x) = 5f(x)$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №21

Решение рациональных уравнений и неравенств

Цель работы:научиться решать рациональные уравнения и неравенства

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности:Изучение теории равносильности уравнений и ее применения. Повторение записи решения стандартных уравнений, приемов преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Ход работы:

I уровень

ТЕСТ:

1) Решить уравнение: $\frac{x-1}{x-1}=1.$

Б) 1, А) 0, В) Нет решений, Г) $x\in(-\infty;1)\cup(1;\infty)$.

2) Решить уравнение: $\frac{x^2+6x+5}{x+1}=0$

А) Нет решений, Б) – 1, В) – 5,Г) – 1; – 5.

3) Решить уравнение: $\frac{2x-3}{x-3}+\frac{5-x}{x-3}-\frac{x+2}{x-3}=0.$

А) – 2;   Б) Нет решений, В) $x\in(-\infty;3)\cup(3;\infty)$,Г)$x\in R$.

4) Решить уравнение: $ax = 1$.

А) Если$a\neq 0$, то $x\in R$; если $a = 0$,то нет решений,

Б) Если $a = 0$, то нет решений; если $a\neq 0$, то $x = 1/a$,

В) Если $a = 0$, то $x\in R$;если $a\neq 0$, то $x = 1/a$.

Г)Нет решений.

2 уровень:

Решить уравнение $\frac{1}{3x+1}-\frac{2}{3x-1}-\frac{5x}{9x^2-1}=\frac{3x^2}{1-9x^2}$.

Найти корни уравнения:

1) $\frac{3}{x-1}-\frac{4x-1}{x+1}=\frac{x^2+5}{x^2-1}-5;$

2) $\frac{x+2}{x-2}-\frac{x(x-4)}{x^2-4}=\frac{x-2}{x+2}-\frac{4(3+x)}{4-x^2}.$

Решить неравенство:

1) $x^3-3x^2+2x-6>2x^3-x^2+4x-2;$

2) $x^3-3x^2-4x+12>-3x^3+x^2+12x-4.$

4) При каких а уравнение$ax^2-4x+a+3=0$имеет более одного корня?

А) $-4<a<0$,

Б) $0<a<1$, В) $a\in(-\infty;0)\cup(0;\infty)$,Г) $-4<a<0$; $0<a<1$.

5) При каких а уравнение$(a-2)x^2+$

$+(4-2a)x+3=0$имеет единственное решение?

А) 2,Б)$a\in(-\infty;2)\cup(2;\infty)$,В) 5, Г) -4.

6)Решить уравнение: $|x^2-1|+|a(x-1)|=0$.

2. Ответьте на контрольные вопросы: а) Что значит решить уравнение?б) Что значит решить неравенство?

3. Оформите и сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №22

Решение неравенств методом интервалов.

Цель работы: научиться решать неравенства методом интервалов.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;***предметные:***

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности:Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Ход работы: I уровень

1.Запишите алгоритм решения неравенств методом интервалов:

1. Найти область определения функции.
2. Найти нули функции.
3. Отметить на координатной прямой интервалы, на которые область определения разбивается нулями функции.
4. Определить знак функции на каждом промежутке (интервале), для этого выбираем число из данного промежутка и подставляем в функцию.
5. Записать ответ, удовлетворяющий знаку неравенства.

2.Решите неравенства методом интервалов:

а) $(x-1)(x+7)\le 0$; б) $(2x-5)(x+3)\ge 0$;

в) $x(3-x)(6+x)(x-9)>0$.

3.Решите неравенство, разложив его левую часть на множители:

а) $(x^2-16)(x+7)>0$; б) $x^3-25x<0$;

б) $4x^2+4x-3<0$.

4.Найдите область определения функции:

а) $y=\sqrt{(5-x)(x+8)}$; б) $y=\sqrt{x(x+9)(2x-8)}$.

5.Разберите алгоритм решениярациональных неравенств методом интервалов:

Заметим, что рациональные неравенства $\frac{P(x)}{Q(x)}\vee 0$ легко сводятся к решению неравенств высоких степеней. Умножим обе части такого неравенства на многочлен $Q^2(x)$, который положителен при всех допустимых значениях x (т.к. $Q(x)\neq 0$). Тогда знак исходного неравенства не меняется, и получаем неравенство $P(x)\cdot Q(x)\vee 0$, эквивалентное данному неравенству.

Итак: $\frac{P(x)}{Q(x)}\vee 0$ эквивалентно системе неравенств $\begin{cases} P(x)\cdot Q(x)\vee 0, \\ Q(x)\neq 0, \end{cases}$ которая далее решается методом интервалов.

6.Решите неравенство:

а) $\frac{x-8}{x+4}>0$; б) $\frac{6x+2}{x+4}\leq 0$.

2 уровень.

1.Решите неравенство:

а) $(x-1)^2(x-24)<0$; б) $(x+7)(x-4)^2(x-21)>0$;

в) $(x-9)^2(x-2)^5(x+6)^8(x-1)\geq 0$.

Ответьте на вопросы: а)Какое нужно выполнить преобразование неравенства, что бы применять метод интервалов? б) Как решаются рациональные неравенства методом интервалов? в) Как происходит смена знаков в корнях различной кратности при решении неравенств высоких степеней методом интервалов?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №23

Решение иррациональных уравнений и неравенств

Цель работы:научиться решать иррациональные уравнения и неравенства;

Результаты:
метапредметные:
Владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
предметные:
владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

Виды деятельности: Решение рациональных, иррациональных, показательных и тригонометрических уравнений и систем. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем. Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Ход работы: 1 уровень.

Задание 1. Используя, изученные методы решения иррациональных уравнений, выполните самостоятельную работу:

Вариант 1

Решить неравенство

1. $\sqrt{2x+1} > -3$

2. $\sqrt{x+8} < x+2$

3. $\sqrt{x+2} > \sqrt{4-x}$

Решить уравнение

4. $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+6} = 4$

5. $\sqrt[3]{x^3 - 7} = 1$

Вариант 2

Решить неравенство

1. $\sqrt{7-\frac{x}{2}} \geq -1$

2. $\sqrt{x+8} > x+2$

3. $\sqrt{2x-8} \leq \sqrt{6x+13}$

Решить уравнение

4. $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1$

5. $\sqrt[3]{x^3 - 26} = 1$

2 уровень:

Решить уравнение

1) $\sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x} = \sqrt{x+4}$;

2) $\sqrt{7x+1} - \sqrt{6-x} = \sqrt{15+2x}$.

3) $\sqrt[4]{25x^2-144} = x$;

4) $x^2 = \sqrt{19x^2-34}$.

Решить неравенство

1) $\sqrt{x+2} > \sqrt{4-x}$;

2) $\sqrt{3+2x} \geqslant \sqrt{x+1}$;

3) $\sqrt{2x-5} < \sqrt{5x+4}$;

4) $\sqrt{3x-2} > x-2$;

Задание 2. Запишите ответы на следующие вопросы:

1. Какие уравнения и неравенства называются иррациональными? Приведите пример.

2. Какими должны быть подкоренное выражение и значения корня, если показатель корня четное (нечетное) число?

3. На чем основаны методы решения иррациональных уравнений?

4. Какие методы решения иррациональных уравнений существуют и в чем они заключаются?

5. Рассмотрите решения уравнений на применение этих методов.

Подсказка: Учебник М.И.Башмаков стр.231. Найти ответ на вопрос:

6)Какие формулы полезно помнить при решении простейших иррациональных уравнений?

Подсказка: Учебник стр.243. Найти и записать кратко метод возведения неравенствав квадрат.

7. Оформите и сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №24

Решение показательных уравнений

Цель работы: научиться решать показательные уравнения

Результаты:

метапредметные:

Использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода).

Ход работы: I уровень

Задание 1.
Перечислите способы решения показательных уравнений.
Задание 2. Построить график функций и записать их свойства.

Вариант-1. а) $y=\left(\frac{1}{9}\right)^x$, б) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ Вариант-2. а) $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$, б) $y=\left(\frac{1}{8}\right)^{-x}$.

Задание3. Разберите решение следующих уравнений:

1) $4^{x+3} + 4^{x} = 260$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} = \left(\frac{1}{16}\right)^{x}$

3) $\frac{2^x+10}{4} = \frac{7}{2^x-2}$; 4) $36^{x} - 2*18^{x} = 8*9^x$;

Решение:1) $4^{x+3} + 4^{x} = 260 \Rightarrow 4^{x}(4^3 + 1) = 260 \Rightarrow 4^{x}*65 = 260$ (: 65) $\Rightarrow 4^{x} = 4 \Rightarrow$ **x=1**

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x} \Rightarrow x^2 - 5 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -1$

Ответ. $x_1 = 5$, $x_2 = -1$

3) $\frac{2^x+10}{4} = \frac{7}{2^x-2}$; $2^x = t > 0 \Rightarrow \frac{t+10}{4} = \frac{7}{t-2}, t \neq 2 \Rightarrow t^2 + 8t - 48 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = 4$ и $t_2 = -12 \notin$ ОДЗ $\Rightarrow 2^x = 4 \Rightarrow x = 2$ Ответ: x=2

4). $36^{x} - 2*18^{x} = 8*9^x \Rightarrow (4*9)^{x} - 2*(2*9)^{x} = 8*9^x \Rightarrow 9^x*(4^x - 2*2^x - 8) = 0 \Rightarrow$ $9^x \neq 0$ тогда $4^x - 2*2^x - 8 = 0$ $2^x = t > 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 4$ и

$t = -2 \notin$ ОДЗ тогда $2^x = 4 \Rightarrow x = 2$ Ответ; x= 2

Задание4: Решите самостоятельно уравнения:

Вариант-1. а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x-5} = 1$, б) $(27)^{3x} = \frac{1}{9}$, в) $3^{2x} - 4\cdot 3^x + 3 = 0$
г) $5^{x+1} + 5^{x-1} - 5^x = 105$, д) $3^{x+3} - 5\cdot 7^x = 7^{x+1} - 3^x$

Вариант-2. а) $(2{,}5)^{x^2+6x-7} = 1$, б) $(36)^{7x} = \frac{1}{6}$, в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x + 6 = 0$
г) $4^{2x+1} + 4^{2x-1} - 4^{2x} = 52$, д) $2^{8-x} + 7^{3-x} = 7^{4-x} + 11\cdot 2^{3-x}$

2 уровень:

5. Решить систему уравнений.

Вариант-1. а) $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$ Вариант-2. а) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 2^{x-y} = 8. \end{cases}$

Контрольные вопросы:

1. Что называется показательной функцией?

2. Какими свойствами она обладает?

3. Как расположен график показательной функции?

4. Какие уравнения называются показательными?

Оформите и сдайте отчет преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №25

Решение показательных неравенств.

Цель работы: научиться решать показательные неравенства.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
предметные:
владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Ход работы:I уровень

1.Запишите способы решения и решите данные неравенства.

А. Неравенства, сводящиеся к простейшим. Решаются приведением обеих частей неравенства к степени с одинаковым основаниема)$2^{x2}> 2^{x+2}$;б)$\left(\frac{1}{9}\right)^{x} \le \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

Б. Неравенства, решаемые с помощью вынесения за скобки общего множителя.

$8 \times 2^{x-1} - 2^{x} > 48$

В. Неравенства, решаемые с помощью замены переменной.

$2^{x} + 2^{3-x} < 9$

2.Решить неравенства: 1)$27^{x+2} \le 81$2) $\mathbf{4^{5-2x}<0,25}$.

3) $\mathbf{4^{2x+1} \ge 0,16}$ 4) $(0.5)^{(7-3*x)} < 4$5) $\mathbf{4^{5-2x}<0,25}$.6) $\mathbf{0,4^{2x+1} \ge 0,16}$7) $(0.5)^{(7-3*x)} < 4$.

8) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+8} \le \left(\frac{3}{2}\right)^{2-7x}$.

Решить графически неравенство:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x} \geqslant x+1$; **2)** $\left(\frac{1}{2}\right)^{x} < x-\frac{1}{2}$;

3) $2^{x} \leqslant 9-\frac{1}{3}x$; **4)** $3^{x} > -\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$.

2 уровень.

1.Найти наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству:

$$\frac{440}{6^{x}} - 2\cdot 6^{x} > 8\cdot 6^{-x}$$

Решить графически уравнение:

1) $2^{x} = 3-2x-x^{2}$; **2)** $3^{-x} = \sqrt{x}$;

3) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x} = -\frac{3}{x}$; **4)** $\left(\frac{1}{2}\right)^{x} = x^{3}-1$.

Решить неравенство:

2. **1)** $11^{\sqrt{x+6}} > 11^{x}$; **2)** $0{,}3^{\sqrt{30-x}} > 0{,}3^{x}$

Ответьте на вопросы: а) На каких свойствахфункцииосновывается решение простейших показательных неравенств?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №26

Решение логарифмических уравнений.

Цель работы: научиться решать логарифмические уравнения.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

предметные:

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Ход работы: I уровень

1.Указать и исправить ошибки в решении уравнения:

$$\log_2 x^4 + \log_2 x^2 = 6$$
$$4\log_2 x + 2\log_2 x = 6$$
$$6\log_2 x = 6$$
$$\log_2 x = 1$$
$$\textit{ответ}: 2$$

2.Решите уравнение $\log_4(5x+1) = 2$ по определению.

3. Разберите алгоритм решенияуравнения заменой переменной и запишите его в тетрадь.

$$\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$$
новая
переменная
$$t = \log_2 x$$
$$t^2 - 5t + 4 = 0$$
$$\left[\begin{matrix} t=1 \\ t=4 \end{matrix}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{matrix} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 4 \end{matrix}\right. \\ x \succ 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{matrix} x = 2^1 \\ x = 2^4 \end{matrix}\right. \\ x \succ 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} x = 2 \\ x = 16 \end{matrix}\right.$$

4. Мини-Тест

	неравенства	ь	т	я	п
	$\log_5(4x-3) \prec 1$	$(-\infty;2)$	$\left(\frac{3}{4};\infty\right)$	$\left(-\frac{3}{4};2\right)$	$\left(\frac{3}{4};2\right)$
2.	$\log_3 x^2 = 4$	± 2	9	± 9	81
3.	$\log_{\frac{1}{2}}(3+x) = -1$	2	1	3,5	-2
4.	$\lg 3x \prec 2\lg 3$	$(0;3)$	$(0;9)$	$(2;3)$	$(0;1)$

5.Решить уравнения: $\log_2(3x+1) = \log_2 3 + 1$, $\log_5^2 x - 3\log_5 x + 2 = 0$,

$\log_3(4x-1)=3$

2 уровень.

1.Решить уравнение и неравенство повышенной сложности, дать теоретическое обоснование этапов решения

А). $\log_4 \frac{4+2x}{x-5}=2$ Б). $\log_{0{,}3}(x^2+x+31)<\log_{0{,}3}(10x+11)$

1. $\log_4\log_2(x-3)=0$ 2. $\lg(1+2x)=\lg 3+1$ 3. $\log_7(x^2-2x-8)=1$

Ответьте на вопросы:

Какие уравнения называются логарифмическими? Всегда ли логарифмическое уравнение решаемо, т.е. имеет смысл? Назовите методы решения, которые целесообразно использовать для этих уравнений.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №27

***Решение логарифмических неравенств*.**

Цель работы:научиться решать логарифмические неравенства.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; ***предметные:***

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам.

Ход работы: I уровень

1. **Найти область определения функции:**

1) $y=\lg(3x-2)$; **2)** $y=\log_2(7-5x)$;

3) $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2)$; **4)** $y=\log_7(4-x^2)$.

2. Разберите алгоритм решения неравенства и запишите его полное решение:

$$\log_{0,5}(x^2+x-6) \geqslant \log_{0,5}(x+4).$$

Решение. Начнем с определения области допустимых значений неравенства. Выражение, стоящее под знаком логарифмической функции, должно принимать только положительные значения. Это значит, что искомая область допустимых значений определяется следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} x^2+x-6>0, \\ x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty;-3) \cup (2;+\infty), \\ x>-4 \end{cases}$$

……

Решить неравенства: 1. $\log_7(2x-1) < 2$, 2. $\lg(2x-3) > \lg(x+1)$,

3. $\log_{\frac{1}{2}}(2-x) > -1$ 4. $\lg(3x+1) \le \lg(x-3)$ 5. $\log_2(x^2+4x+3) > 3$

2 уровень.

Решить неравенства:

1) $\log_5 \frac{3x-2}{x^2+1} > 0$; **2)** $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x^2+3}{x-7} < 0$; 3) $\log_{0,5} x + \log_{0,5}(x+1) \geq 1$

Найти область определения функции:

1) $y = \log_5 (x^2 - 4x + 3)$; **2)** $y = \log_6 \frac{3x+2}{1-x}$;

3) $y = \sqrt{\lg x + \lg(x+2)}$; **4)** $y = \sqrt{\lg(x-1) + \lg(x+1)}$.

Ответьте на вопросы: Что нужно определить вначале для правильного решения логарифмические неравенства? Каким может быть число под знаком логарифма?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №28

Решение систем уравнений и неравенств с применением различных методов.

Цель работы: научиться решать системы уравнений и неравенств с применением различных методов.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; ***предметные:***

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности:Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. Повторение основных приемов решения систем. Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода). Решение систем уравнений с применением различных способов. Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.

Ход работы: I уровень

1.Решить систему уравнений: а) $\begin{cases} x+y=3, \\ xy=-4. \end{cases}$

A) (4; -1); **B)** (-1; 4), (4; -1); **C)** (-1; 4); **D)** (-2; 5), (4; -1); **E)** (-1; 4), (5; -2).

б) $\begin{cases} 4x^2-y=2 \\ 3x-2y=-1 \end{cases}$ в) $\begin{cases} x+2y=-1, \\ 4^{x+y^2}=16 \end{cases}$ (способом подстановки)

г) $\begin{cases} y-x-1=0, \\ y+x+1=0. \end{cases}$(графически) д) $\begin{cases} x^2+2y^2=36 \\ 3x^2-2y^2=-20 \end{cases}$(сложения)

2.Решите уравнение: $\frac{18}{x^2-6x}-\frac{12}{x^2+6x}=\frac{1}{x}$

4.Найдите наибольшее целое значение a, при котором сумма дробей $\frac{11-2a}{5}$ и $\frac{3-2a}{2}$ положительна. $\boxed{a=2}$(методом интервалов).

5.Решить неравенство $\log_8(x^2-4x+3)<1$

6.Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 2y^2 - 8 = 0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$

2 уровень.

Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} 2^x \cdot 9^y = 162, \\ 3^x \cdot 4^y = 48. \end{cases}$ (подсказка: перемножьте уравнения данной системы)

2) $\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1 \\ \log_2 xy = 3 \end{cases}$

Ответьте на вопрос: Какие еметоды решениясистемы уравнений и неравенств вы знаете?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 29

Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.

Цель работы: научиться решать уравнения и неравенства используя свойства и графики функций.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения; ***предметные:***

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Использование свойств и графиков функций для решения уравнений. . Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода).

Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.

Ход работы: I уровень

1.Найти область определения функции $y=\sqrt{2x^2+5x-5}$.

$y = \log_2 (x^2 - 4)$, если 1)(-2; 2); 2) (-∞;- 2) U (2; +∞).

2.Решите графически уравнение: $2x^2=x+1$

3. Решить уравнение $\sqrt{3-x}=\log_5(x-3)$

Найти промежутки, на которых график функции:

1) $y=x^8$; **2)** $y=x^{\frac{1}{3}}$ **— лежит выше (ниже) графика функции** $y=x$.

Найти область определения функции:

1) $y=\sqrt[3]{1-x}$; **2)** $y=\sqrt[6]{2-x^2}$;

3) $y=(3x^2+1)^{-2}$; **4)** $y=\sqrt{x^2-x-2}$.

Выяснить с помощью графиков, сколько корней имеет уравнение:

1) $\sqrt{x-6}=-x^2$; **2)** $\sqrt[3]{x}=(x-1)^2$;

3) $\sqrt{x+1}=x^2-7$; **4)** $x^3-1=\sqrt{x+1}$.

Решить графически уравнение:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^x=x+1$; **2)** $\left(\frac{1}{2}\right)^x=x-\frac{1}{2}$;

3) $2^x=-x-\frac{7}{4}$; **4)** $3^x=11-x$.

2 уровень.1.

Решить графически уравнение:

1) $2^x=3-2x-x^2$; **2)** $3^{-x}=\sqrt{x}$;

3) $\left(\frac{1}{3}\right)^x=-\frac{3}{x}$; **4)** $\left(\frac{1}{2}\right)^x=x^3-1$.

Решить графически уравнение:

1) $\log_2 x = -x + 1$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} x = 2x - 5$;

3) $\lg x = \sqrt{x}$; 4) $\lg x = 2^{-x}$.

Ответьте на вопрос: На чём основанорешении уравнений и неравенств?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №30

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Цель работы: научиться решать несложные задач из различных областей науки и практики.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

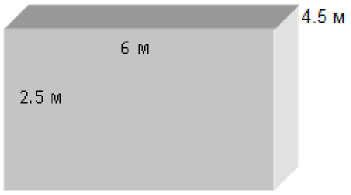
Виды деятельности:Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретирование результатов с учетом реальных ограничений.

Ход работы: I уровень

Задача №1.Длина прямоугольника на 3 см больше ширины. Какую ширину должен иметь прямоугольник, если его площадь больше 28 $см^2$?

Задача №2. Решено комнату (включая потолок) оклеить обоями. Обои покупаются с запасом 20% от оклеиваемой площади. Стоимость обоев указана в таблице. Потолок решено оклеить белыми обоями, стены - зелеными.

Ширина двери комнаты равна 0,8 м, высота - 2 м. Ширина окна - 1,5 м, высота - 1 м. Сколько рублей надо заплатить за обои, если эскиз комнаты представлен на рисунке?



Цена обоев за 1 м2 (в руб.) в зависимости от покупки	до 30 м2	от 30 до 100 м2	свыше 100 м2
Белые	14	13	12
Зеленые	12	11	10

Задача №3. Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План «500»	600 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	850 руб. за 800 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь планирует, что его трафик составит 600 Мб и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей должен заплатить пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 600 Мб?

Задача №4.Фирма состоит из двух отделений, суммарная величина прибыли, которых в минувшем году составила 13 млн. рублей. На этот год запланировано увеличение прибыли первого отделения на 75%, а второго - на 140%. В результате, суммарная прибыль фирмы должна вырасти в 2 раза. Какова величина прибыли каждого из отделений: 1)в минувшем году? 2)в текущем году?

Задача №5. Поперечное сечение железнодорожной насыпи представляет собой равнобокую трапецию с углом 450 и основаниями 8 м и 14 м. Сколько земли надо, чтобы сделать такую насыпь на протяжении 100 м.

2 уровень.

Задача №1. Один катет прямоугольного треугольника на 14 см больше другого, а гипотенуза равна 34 см. Найдите катеты и в ответе укажите их сумму.

А) 46; **В)** 45; **С)** 44; **D)** 43; **Е)** 42.
Задача №2. Если быстро вращать ведро с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в Ньютонах, равна , где m – масса воды (кг), v – скорость движения ведра (м/с), g – ускорение свободного падения (считайте g = 10 м/с 2) , L – длина веревки (м). С какой минимальной скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 0,784 м? Ответ выразите в м/с.

Ответьте на вопросы:

а) В каких областях науки встречается математика?

б) Нужна ли в вашей профессии знания математики?

Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»

Цель работы:контроль и учёт знаний по решению простейших уравнений и неравенств.

Результаты:

метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности:Решение уравнений с применением всех приемов (разложения на множители, введения новых неизвестных, подстановки, графического метода).Решение систем уравнений с применением различных способов.Ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использование свойств и графиков функций при решении неравенств.Решение неравенств и систем неравенств с применением различных способов.

Ход работы: I уровень

1 вариант	2 вариант
1 вариант 1. Решите уравнение: $\log_2(3x+2) = -1+\log_2(6-x)$ $1).\ \frac{10}{7}; 2).\ 2; 3).\ -14; 4).\ \frac{2}{7}$ 2. Решите уравнение: $3\log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0$ $1).\ 1; -\frac{2}{3}; 2).\ 3; \frac{1}{\sqrt[3]{9}}; 3).\ -1; \frac{2}{3}; 4).\ \frac{1}{3}; \sqrt[3]{9}$ 3.Решите уравнение: $2^x + 3\cdot 2^{x-3} = 22$; 4. Решите уравнение: $\sqrt{5x-10} = 2-x$ 5Решите неравенство $\sqrt{3-x} < 5$;	**2 вариант** 1. Решите уравнение: $\log_3(x+6) = -2+\log_3(4-x)$ $1).\ -6,25; 2).\ -5; 3).\ 3; 4).\ 5,25$ 2. Решите уравнение: $2\lg^2 x + \lg x - 1 = 0$ $1).\ 1; -\frac{1}{2}; 2).\ 10; \frac{1}{\sqrt{10}}; 3).\ 0,1; \sqrt{10}; 4).\ -1; \frac{1}{2}$ 3. Решите уравнение: $2\cdot 3^x + 3^{x-2} = 57$; 4.Решите неравенство: $\sqrt{2x-5}=\sqrt{4x-7}$ 5 Решите неравенство $\sqrt{x-2} < 1$;

2 уровень

1. Решить уравнение:

а) $\lg(x^2+7x-3) = \lg(4x+1)$

б) $\sqrt{x^2+5x+2} - \sqrt{x^2-3x+3} = 3$.

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 64^{x-3y} = 8 \\ 12x + y = 2 \end{cases}$$

3. Решить неравенство:

а) $0,3^{x^2-4} \geq 1$

б) $\log_2(2x+3)+\log_2(x+2) > \log_2(-2x-1)$

в) $\sqrt{2x-x^2} < 5-x$

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 31

Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой.

Цель работы: изучить радианный метод измерения углов вращения и их связь с градусной мерой.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой. Изображение углов вращения на окружности, соотнесение величины угла с его расположением. Формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и острых углов прямоугольного треугольника и объяснение их взаимосвязи.

Ход работы:

Уровень А

1. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

   1)88°; 2)100°; 3) 145°; 4)-200°; 5)300˚; 6)400˚; 7)-30˚; 8)-120˚; 9) -415˚; 10) -520˚.

2. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

   1) 2π; 2) π/12; 3)10π; 4) 9π/14.

Уровень Б

1. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

1) $7\pi/15$; 2)$-9\pi/17$; 3)$11\pi/12$; 4)$23\pi/20$; 5)$31\pi/21$; 6) $-14\pi/5$; 7) $-23\pi/6$; 8) $25\pi/7$; 9) $-21\pi/4$;

10) $-39\pi/5$.

2. Выразите углы в долях π:

1) 135˚; 2)220˚; 3)1200˚; 4)-330˚

Уровень В

1. Определите, в какой четверти лежит данный угол:

1)1,6; 2)3; 3)4; 4)-2,1; 5)-1,8; 6)8; 7)-7,5; 8)10; 9)15; 10)-31.

2. Укажите знак sin, cos, tg, ctg в этих углах:

Ответьте на контрольные вопросы:

1) Что такое угол и как он измеряется?

2) Зачем обобщается понятие угла?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 32

Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.

Цель работы: научиться применять основные тригонометрические тождества для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них

Ход работы:

1. Вычислите значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла, используя имеющуюся информацию.

Уровень А.

1) $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\alpha > 0$; 2) $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\alpha < 0$; 3) $\sin\alpha = -\frac{1}{2}$, $-\pi < \alpha < 0$;

4) $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, $\sin\alpha > 0$; 5) $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$, $\sin\alpha < 0$; 6) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha > \frac{1}{2}$; 7) $\sin\alpha = \frac{1}{3}$,

$\sin\alpha\cos\alpha > 0$; 8) $\sin\alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{1}{\cos\alpha} < 1$; 9) $\cos\alpha = 0$,

$-5{,}6\pi < \alpha < -4{,}8\pi$; 10) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $\sin\alpha > \frac{1}{2}$.

Уровень Б.

1) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha > \sin\alpha$; 2) $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\alpha \leq \sin\alpha$; 3) $\sin\alpha = -\frac{1}{3}$,

$\sin\alpha + \cos\alpha < 0$; 4) $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$, $\sin\alpha < |\cos\alpha|$; 5) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{5}$, $\cos\alpha > \sin\alpha$.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1) Зачем преобразуют тригонометрические выражения?

2) Запишите основное тригонометрическое тождество и следствия из него.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 33

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул приведения

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул приведения.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его. Ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростите выражение.

1)tg (t - $\frac{\pi}{2}$); 2) cos ($\frac{3\pi}{2}$ + 3t); 3) sin (-$\frac{\pi}{2}$ - t); 4) ctg (270˚ + t); 5) cos (π + α) tg (α + $\frac{\pi}{2}$);

6) sin (270˚ + α) - sin (270˚ - α); 7) sin (α – π) cos (- α - $\frac{3\pi}{2}$) + 1.

2. Расположите в порядке возрастания.

1) ctg 270˚, sin$\frac{11\pi}{6}$, sin$\frac{\pi}{3}$, tg$\frac{7\pi}{6}$; 2) sin 5π, cos 150˚, ctg$\frac{7\pi}{2}$, cos (- 600˚);

3) sin 40˚, sin 80˚, sin 120˚, sin 200˚; 4) tg 46˚, ctg 47˚, 2 sin2$\frac{5\pi}{4}$; 5) sin 3, cos$\frac{\pi}{2}$, sin 1, cos 10π; 6) cos 1, cos 2, cos 3, cos 4; 7) tg$\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, sin$\frac{5\pi}{4}$, sin 2.

Уровень Б.

1. Вычислите значение выражения.

1) sin$\frac{14\pi}{6}$, cos $\frac{19\pi}{6}$, tg $\frac{15\pi}{4}$, cos 1470˚, sin 840˚;

2) [sin (π + α) + cos ($\frac{\pi}{2}$ +α)]^2+ [cos(2π – α) –sin ($\frac{3\pi}{2}$ – α)]^{2}приα = $\frac{\pi}{6}$.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1) Для чего нужны формулы приведения?

2) Следствием чего являются формулы приведения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 34

Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

Цель работы: Научиться выполнять операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений.

Ход работы:

Уровень А.

1. Представить в тригонометрической форме следующие числа:

1) 2; 2) 6i; 3) -2 + $\sqrt{3}$i, 4) 2 – 2i, 5) - $\sqrt{3}$ – i.

2. Представить в алгебраической форме следующие числа:

1) $z = 2\ (\cos 2\pi + \imath \sin 2\pi)$; 2) $z = \sqrt{2}\ [\cos 3\pi/4 + \imath \sin \pi/12]$

1. Найти произведение.

$2\ [\cos(\pi/6) + i \sin(\pi/6)] \cdot [\cos(\pi/12) + i \sin(\pi/12)]$.

2. Выполнить деление:

$10 \cos(3\pi/4) + i\sin(3\pi/4)]:2[\cos(\pi/4) + i\sin(\pi/4)]$.

Уровень Б.

1. Возвести в степень.

1) $[\cos(\pi/6) + i \sin(\pi/6)]^6$

2) $[3/2 – (\sqrt{3}/2)i]^{10}$

2. Извлечь корни из комплексных чисел:$\sqrt{i}, \sqrt[3]{1}$.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 35

Исследование свойств и построение графиков тригонометрических функций. Гармонические колебания. Исследование свойств и построение графиков обратных тригонометрических функций

Цель работы: научиться строить графики тригонометрических функций и исследовать их свойства

Результаты (метапредметные): готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников,научиться строить графики обратных тригонометрических функций и исследовать их свойства

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений.

Ход работы:

1. Проведите полное исследование и постройте графики следующих функций:

Уровень А.

1) $y = \sin 4x$; 2) $y = \cos\frac{x}{3}$;

Уровень Б.

3) $y = -\operatorname{tg} 2x$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

1) Почему для записи промежутков знакопостоянства и промежутков монотонности синуса и косинуса удобнее выбирать разные промежутки основного периода?

2) Как обосновать возрастание функции $y = \operatorname{tg} x$ на промежутке $[0; \frac{\pi}{2}]$, используя определение этой функции и свойства синуса и косинуса?

3) Как доказать, что основной период тангенса и котангенса вдвое меньше основного периода синуса и косинуса?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

Уровень А.

1. Для функции $y=\sin x$ выберите промежуток, на котором функция имеет обратную. Укажите монотонность обратной функции.

1) $[0; \pi]$; 2) $[\pi/2;3\pi/2]$; 3) $[-2\pi; \pi]$; 4) $[-\pi; \pi]$; 5) $[-4,5\pi; -3\pi]$; 6) $[21\pi/2;23\pi/2]$; 7) $[3;5]$; 8) $[12;13]$.

2. Вычислите значение функции.

1) $\arccos(\sin 4\pi/3)$; 2) $\arccos(\sin 270^\circ)$; 3) $\arcsin(\cos 2\pi/3)$; 4) $\arcsin(\cos 0)$;

5) arcsin (sin 5π/4); 6) arccos (cos 7π/6); 7) sin (arcos 1/3); 8) cos (arcsin 4/5);

9) tg (arcsin 9/15); 10) tg (arccos(-0,6)); 11) arcsin (sin 3); 12) arcsin (sin 5);

13) arcsin (cos 4); 14) arccos (sin 8); 15) arcsin (sin 15).

Уровень Б.

Для данной функции составьте формулу обратной функции на указанном промежутке:

1) y=sinx на [3π/2; 5π/2]; 2) y=sin2x на [-3π/4; -π/4]; 3) y=sin(x-π/3) на [7π/3; 17π/6]; 4) y=cosx на [π; 2π]; 5) y=cosx на [-4π; -3π]; 6) y=2cosx на [9π; 10π].

2. Ответьте на контрольные вопросы:

1) Что такое arcsin a?

2) Какие тождества для арксинуса вам известны?

3) При каких a определен arcsin a?

4) Какие значения может принимать arcsin a?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 36

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул сложения.

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул сложения.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упроститевыражение:

   1) $\cos\alpha + \cos(240° + \alpha) + \cos(240° - \alpha)$; 3) $\frac{\sin 56° \sin 124° - \cos 34° \cos 236°}{\cos 28° \cos 88° + \cos 178° \sin 208°}$;

   2) $\frac{\sin 22° \cos 8° - \cos 158° \cos 98°}{\sin 23° \cos 7° + \cos 157° \cos 97°}$; 4) $\sin 20° + \sin 13° \sin 57° - \sin 33° \sin 77°$;

2. Вычислитезначениевыражения:

1) $2\cos(60° - \alpha) - \sqrt{3}\sin\alpha - \cos\alpha$;
2) $\cos^2(\alpha - 30°) + \cos^2(\alpha + 30°) + \sin^2\alpha$;
3) $\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) - \cos^2\alpha + \sin^2\beta$;
4)$\sin 15° + \mathrm{tg}\, 30° \cos 15°$;
5) $\frac{\sqrt{2}\cos\alpha - 2\sin(45° - \alpha)}{2\sin(60° + \alpha) - \sqrt{3}\cos\alpha}$.

Уровень Б.

1. Найдите значение выражения:

1)$\mathrm{tg}(\alpha + \beta)$, если $\mathrm{tg}\alpha$ и $\mathrm{tg}\beta$ – корни уравнения $x^2 - 4x + 2 = 0$

2) $\sin 4\alpha$, если $\mathrm{tg}\alpha$ – корень уравнения $8(t - t^3) = (1 + t^2)^2$

3) $\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} + \mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2}$, если $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $(\cos 5\alpha)(\cos\alpha)^{-1}$, если $\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$

5) $\cos 3\alpha + \cos\alpha$, если α – корень уравнения $2\cos^3\alpha + 1 = \cos\alpha$

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Для чего нужны формулы сложения?

2. Какие формулы сложения вы знаете.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 37

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул удвоенного аргумента.

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул удвоенного аргумента.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Ход работы:

Вариант А.

1. Упростите выражение.

1) $2\cos^2\alpha - \cos 2a$; 2) $\frac{\sin^2\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha}{\sin 2a}$; 3) $\frac{\cos 70^\circ}{\cos 35^\circ+\sin 35^\circ}+\sin 35^\circ$; 4) $\cos 2\alpha + 2\sin^2\alpha$

2. Вычислитезначениевыражения.

1) $\sin\alpha + \cos\alpha$, если$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}= 3$; 2) $\sin 4\alpha$, если$\mathrm{ctg}\alpha = 2$; 3) $\cos 2a$, если $2\,\mathrm{ctg}^2\alpha + 7\,\mathrm{ctg}\alpha = 0$ и $\frac{3\pi}{2}< \alpha<\frac{7\pi}{4}$

Вариант Б.

1. Найдите значение выражения.

1) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$, если $\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}= \frac{1}{2}$;2) $\frac{\sqrt{\sin 4\alpha}}{\sqrt{\mathrm{ctg}\alpha-\mathrm{tg}\alpha}}\cdot\frac{1}{\sin 2a}$, если $\frac{3\pi}{4}< \alpha < \pi$;

3) $\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{5\pi}{7}$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

1) Для чего нужны формулы удвоенного аргумента?

2) Какие формулы удвоенного аргумента вы знаете.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 38

Выполнение тождественных преобразований с помощью формул половинного аргумента.

Цель работы: научиться выполнять тождественные преобразования с помощью формул половинного аргумента.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростить выражение.

1) $4\sin\frac{\alpha}{2}\sin(90^\circ + \frac{\alpha}{2})\sin(270^\circ - \alpha)$; 2) $(1 - tg^2\frac{\pi}{8})\,/\,tg\frac{\pi}{8}$; 3) $\frac{1}{1-tg\alpha} - \frac{1}{1+tg\alpha}$;

4) $(1 + \mathrm{tg}\alpha\ \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}) / (\mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2} + \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2})$

2. Вычислитезначениевыражения.

1) $(\mathrm{tg}^2\alpha + \mathrm{ctg}^2\alpha - 6) / (\mathrm{tg}^2\alpha + \mathrm{ctg}^2\alpha + 2)$, еслиα$= \frac{3\pi}{16}$; 2) $\cos 4\alpha$, еслиsinα $= \frac{1}{3}$

3. Докажитетождество.

1) $\sin^6\alpha + \cos^6\alpha = \frac{3\cos^2 2\alpha+1}{4}$;   2) $\sin\frac{\pi}{5}\cos\frac{2\pi}{5} = \frac{1}{4}\mathrm{tg}\frac{\pi}{5}$

Вариант Б.

1. Найдите значение выражения.

1) $4 \sin 18^\circ \sin 306^\circ$; 2) $\sin 2\alpha$, если $t = \mathrm{ctg}\alpha$ – корень уравнения $t^2 + 4t + 1=0$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

1) Для чего нужны формулы половинного аргумента?

2) Какие формулы половинного аргумента вы знаете.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 39

Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение.

Цель работы: научиться преобразовывать суммы тригонометрических функций в произведение.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Ход работы:

Уровень А.

1. Преобразуйте в произведение.

1) $\sin\frac{11\pi}{12} + \sin\frac{5\pi}{12}$; 2) cos 6α – cos 3α; 3) $tg\,(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}) - tg\,(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})$;

4) sin α + cos α; 5) sin α - cos β; 6)$\sqrt{3}$ – tgα.

2. Докажитетождества.

1) $1 - \sin\alpha - \cos\alpha = 2\sqrt{2}\,\sin\frac{\alpha}{2}\,\sin\,(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ)$;

2) $\sin\alpha + \sin\beta + \sin(\alpha - \beta) = 4\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

3) $1 - 2\cos\alpha + \cos 2\alpha = -4\cos\alpha\,\sin^2\frac{\alpha}{2}$

4) $\sin 16^\circ + \sin 24^\circ + \sin 40^\circ = 4\sin 20^\circ\cos 12^\circ\cos 8^\circ$

Уровень Б.

1. Вычислите значение выражения.

1) $\cos 20^\circ + \sin 190^\circ + \cos 140^\circ$; 2)

2. Сравните по величине числа.

1) $a = \sin 39^\circ + \sin 41^\circ$ и $b = \sin 38^\circ + \sin 42^\circ$

2) $a = 1 - 2\sin 29^\circ$ и $b = 2\sin 31^\circ - 1$; 3) $a = tg\,22^\circ + ctg\,24^\circ$ и $b = tg\,24^\circ + ctg\,22^\circ$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Для чего нужно преобразовывать тригонометрические выражения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 40

Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.

Цель работы: научиться преобразовывать произведения тригонометрических функций в сумму.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Изучение основных формул тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применение при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Ход работы:

Уровень А.

Преобразуйте в сумму.

1) $\sin\frac{\pi}{10}\cos\frac{\pi}{40}$; 2) $\cos 18^\circ \cos 66^\circ$; 3) $\sin 5\alpha \sin 3\alpha$; 4) $\cos\alpha \sin 3\alpha$

2. Докажитетождества.

$4 \cos\alpha \cos (60^\circ - \alpha) \cos (60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$

3. Вычислите значение выражения.

$32 \sin 70^\circ \cos 40^\circ \sin 10^\circ$

Уровень Б.

1. Вычислите значение выражения.

1) $\sin 130^\circ \sin 190^\circ + \sin^2 110^\circ$; 2) $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$;

3) $\sin 20^\circ \cos 50^\circ \sin 60^\circ \cos 10^\circ$

2. Сравните по величине числа.

$a = \sin\frac{\pi}{16}\cos\frac{\pi}{16}\cos\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{4}$ и $b = \frac{1}{7}$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как можно преобразовать произведения тригонометрических функций в сумму?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 41

Преобразование тригонометрических выражений.

Цель работы: научиться преобразовывать тригонометрические функции.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Ход работы:

Уровень А.

1. Упростите выражение.

1) [sin ($\frac{\pi}{4}$ + a) – cos ($\frac{\pi}{4}$ + a)] / [sin ($\frac{\pi}{4}$ + a) + cos ($\frac{\pi}{4}$ + a)];

2) [sin 2a + sin 2] / sin (1 + a); 3)$\frac{tg\,\alpha + tg\,\beta}{tg\,(\alpha+\beta)} + \frac{tg\,\alpha - tg\,\beta}{tg\,(\alpha-\beta)}$; \

3) [1 – ctg(π – 2α) ctgα] / [ctg ($\frac{3\pi}{2}$ – α) + ctg α]; 4) $\cos^2(\alpha + 2\beta) + \sin^2(\alpha - \beta) - 1$;

5) $\cos^2(\frac{3\pi}{8} - \frac{\alpha}{4}) - \cos^2(\frac{11\pi}{8} + \frac{\alpha}{4})$

Уровень Б.

1) [tg^2(2α - $\frac{\pi}{4}$) – 1] / [tg^2 (2α - $\frac{5\pi}{4}$) + 1] 2)$\frac{\sin(80^\circ+4\alpha)}{4\sin(20^\circ+\alpha)\sin(70^\circ-\alpha)}$

2. Ответьте на контрольные вопросы:

Зачем преобразуют тригонометрические выражения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 42

Решение уравнений вида y=cos x и y=sin x.

Цель работы: научиться решать уравнения вида y=cos x и y=sin x.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Ход работы:

Уровень А.

1. Решите уравнение на указанном промежутке.

1) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (-\pi;-\frac{\pi}{2})$; 2) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (0;\pi)$; 3) $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x \in (\pi;\frac{3\pi}{2})$

4) $\sin x = \frac{1}{2}$, $x \in (0;2\pi)$; 5) $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x \in (\frac{5\pi}{2};\frac{7\pi}{2})$; 2) $\cos(1 - x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x \in (5;7)$;

2. Решитеуравнение.

1) $\sin x + \sin 3x = 0$; 2) $\sin 2x + \cos x = 0$; 3) $\sin 3x = -\cos x$;

4) $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$

УровеньБ.

1) $\cos\frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$, $x \in (\frac{7\pi}{2};\frac{11\pi}{2})$; 2) $\sin(2-x) = \frac{1}{2}$, $x \in (-1;4)$;

3) $\sin x = \cos 4x$; 4) $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos x$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Что полезно иметь в виду при решении тригонометрических уравнений?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 43

Решение уравнений вида y=tg x и y=ctg x.

Цель работы: решать уравнения вида y=tg x и y=ctg x.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Ход работы:

Уровень А.

1. Решите уравнение на указанном промежутке

1) $tgx = -\sqrt{3}$, $x \in (0;2\pi)$; 2) $ctgx = \sqrt{3}$, $x \in (\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2})$; 3) $tg\,(2x - 3) = -1$, $x \in (10;11)$;

2. Решитеуравнение.

1) $tgx - 2\sin x = 0$; 2) $\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x = 2\sin 5x$

Уровень Б.

1) $ctg\,(3x - 2) = 1$, $x \in (3;4)$;

2) $\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2}\cos 5x$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как решаются основные типы тригонометрических уравнений?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 44

Основные методы решения тригонометрических уравнений.

Цель работы: научиться решать тригонометрические уравнения.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Решение по формулам и тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений. Применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Ход работы:

Уровень А.

Решите уравнение.

1) $3\sin^2 x + \cos^2 x = 5\cos x$; 2) $\frac{5}{2\sin x+1} + \sin x = 3$; 3) $\sin x + 2\cos x = 0$

4) $\sin^2 x = 2\cos^2 x + 2\cos 2x$; 5) $\frac{1}{\cos x-1} + \cos x + 2 = 0$; 6) $3\sin x - \cos x = 0$

7) $\sin x\, \mathrm{tg}\, x = \frac{3}{2}$ 8) $2\sin^2 x + 5\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$ 9) $\mathrm{ctg}\, 2x - \mathrm{tg}\, 2x = \frac{2}{3}\mathrm{tg}\, 4x$

Уровень Б.

1) $\cos^2 x - 4\cos^2(\frac{x}{2}) - 1=0$ 2) $3\sin^2 x + 4\sin x\cos x - 7\cos^2 x = 0$

3) $1 - \cos x = 2\mathrm{tg}\frac{x}{2}$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как, зная одно решение простейшего тригонометрического уравнения, найти все его решения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 45

Решение тригонометрических неравенств.

Цель работы: научиться решать тригонометрические неравенства.

Результаты (метапредметные): умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.

Результаты (предметные): владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

Виды деятельности: Умение отмечать на круге решения простейших тригонометрических неравенств

Ход работы:

Уровень А.

Решите неравенства.

1) $\sin x \geq 0$; 2) $\cos 2x < 0$; 3) $\cos 2x \geq 1$; 4)$\sin 2x \leq -1$; 5) $\sin x < -\frac{1}{2}$; 2) $\sin x > -\frac{1}{2}$; 6) $\sin x > \frac{1}{4}$; 7) $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$

УровеньБ.

1) $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos x > -\frac{1}{2}$; 3) $\cos x < \frac{1}{3}$; 4) $\sin x < -\frac{1}{5}$

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как решаются основные типы тригонометрических неравенств?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 46

Числовая последовательность, способы ее задания. Вычисление предела последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая последовательность.

Цель: научиться определять числовую последовательность, вычислять предел последовательности

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

***личностные*:**

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов. Ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Решение задач на применение формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Ход работы:

I. Запишите первые шесть членов последовательности, заданной различными способами:

1) a_n — n-е натуральное число, делящееся на 6;
2) a_n — n-е простое число;
3) a_n — n-е натуральное число, являющееся полным квадратом;
4) a_n — остаток от деления числа 2^n на n;
5) a_n — остаток от деления на 5 числа 3^n;
6) $a_n = 2^n + 1$;
7) $a_n = \dfrac{n-1}{n^2+1}$;
8) $a_{n+1} = 3a_n - n$; $a_1 = 2$;
9) $a_{n+1} = (-1)^n a_n + 4$; $a_1 = 2$;
10) $a_{n+1} = (a_n)^{0.5}$; $a_1 = 1024$.

II.

II. Изобразить на числовой прямой несколько членов последовательности $\{x_n\}$ и выяснить, к какому числу они приближаются:

1) $x_n = \frac{1}{n}$ 2) $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$ 3) $x_n = \frac{n+1}{n}$ 4) $x_n = \frac{n-2}{n}$

III. Составьте одну из возможных формул n-го члена последовательности по первым пяти ее членам:

1) 0, 1, 2, 3, 4, ... ; 2) -1, -2, -3, -4, -5, ... ; 3) 5, 10, 15, 20, 25, ... ;

4) 6, 12, 18, 24, 30, ... ; 7)3, 9, 27, 81, 243, ... ; 8) 9, 16, 25, 36, 49, ... ;

9) 5, 6, 7, 8, 9, ... ; 10) 10, 9, 8, 7, 6, ... 11) 4, 8, 12, 16, 20, ... ;

IV. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n), если:

1) $b_1 = 3$, $q = \frac{1}{3}$; 2) $b_1 = -1$, $q= 0{,}2$; 3) $b_1 = -5$, $q = -0{,}1$ 4) $b_1 = 2$, $q = -\frac{1}{3}$

V. Вычислите:

1) $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots$;2) $49 + 7 + 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \ldots$; 3) $125 + 25 + 5 + 1 + \ldots$

VI. Вычислите пределы

А

1) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2}{x^2+1}$; 2) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x-1}{x^3-1}$; 3) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x^2-x-2}$; 4) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^2+2}{x^3+1}$;

5) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x}$; 6) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x^2-x+1}{x^2+2}$.

Б

1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x}{\sin\frac{x}{2}}$; 2) $\lim\limits_{x \to 4} \frac{x+\sqrt{x}-6}{x-5\sqrt{x}+6}$; 3) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt{2x+1}}{x}$; 4) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^2}{2^x}$;

5) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2+4}}{x} - \frac{x^2-x+1}{x^2+x} \right)$; 6) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt{2x+1}}{\sin x}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 47

Геометрический и механический смысл производной. Составление уравнения касательной в общем виде

Цель: научиться определять геометрический и механический смысл производной. Научиться решать задачи на составление уравнения касательной в общем виде

Результаты:

предметные: - сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

***личностные*:**

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Изучение и формулирование механического и геометрического смысла производной, изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.

Ход работы:

1. **Найдите тангенс угла между касательной к графику функции $y = h(x)$ в точке с абсциссой x_0 и осью x:**

а) $h(x) = x^6 - 4x,\ x_0 = 1;$

2. б) $h(x) = \sqrt{x} - 3,\ x_0 = \frac{1}{4};$

к гра-

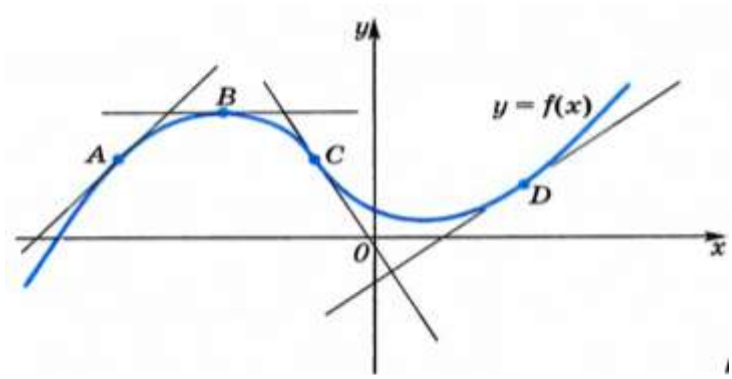
ложи-

в) $h(x) = -x^5 - 2x^2 + 2,\ x_0 = -1;$

г) $h(x) = \frac{25}{x} + 2,\ x_0 = \frac{5}{4}.$

б) $h(x) = 4\sqrt{x} - x;$ г) $h(x) = \mathrm{tg}\, x - 4x.$

3. **На рисунке 55 изображен график функции $y = f(x)$ и касательные к графику в точках A, B, C, D. Определить знак производной этой функции в точках A, B, C, D.**



Определите знак углового коэффициента касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$, изображенному на заданном рисунке, в точках с абсциссами a, b, c: 4.

а) рис. 41; б) рис. 42.

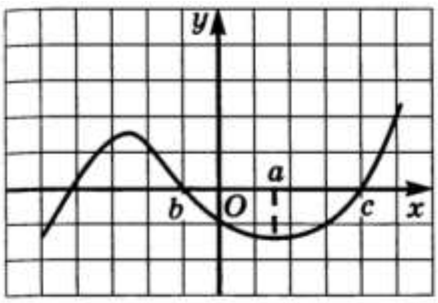


Рис. 41

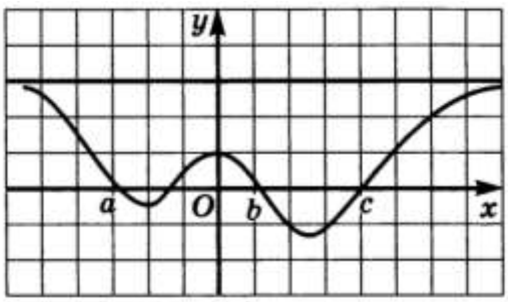


Рис. 42

5.

Укажите точки, в которых производная равна нулю, и точки, в которых производная не существует, если график функции изображен на заданном рисунке:

а) рис. 43; б) рис. 44; в) рис. 45; г) рис. 46.

6. а)

Закон движения тела задан формулой $s(t)=0,5t^2+3t+2$ (s — в метрах, t — в секундах). Какой путь пройдет тело за 4 с? Какова скорость движения в этот момент времени?

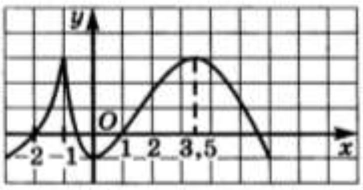


Рис. 43

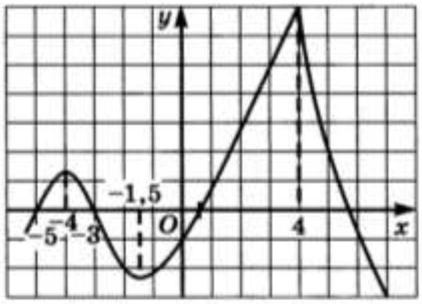


Рис. 44

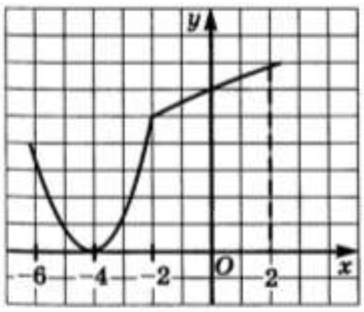


Рис. 45

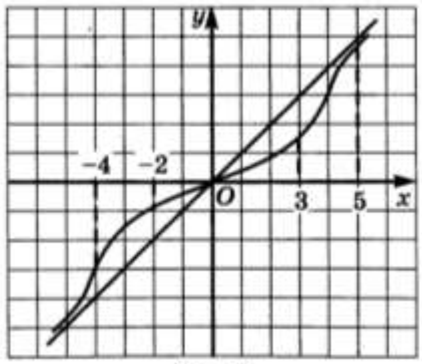


Рис. 46

б)Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени t = 9с.

в) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + 7t- 3$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени t = 10с.

г) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 13t + 23$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?

д) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = (1/3)t^3 - 3t^2 - 5t + 3$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

Задача с решением: Написать уравнение касательной к графику функции $y=x^2$ в точке $x_0=3$. Сделать чертеж.

Решение. Запишем уравнение касательной к графику функции y=f (x) в точке с абсциссой x_0 в общем виде: $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$.

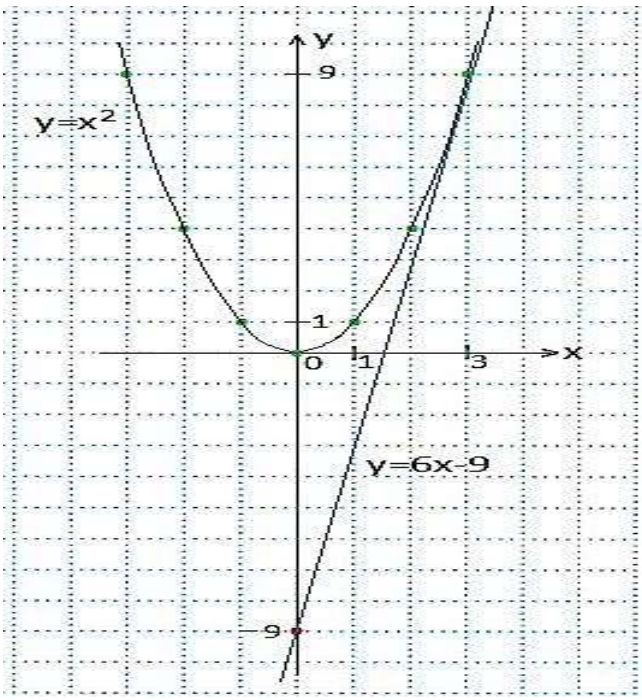
Находим значение данной функции в точке с данной абсциссой: $f(x_0)=f(3)=3^2=9$.

Находим производную $f'(x)=(x^2)'=2x$ и находим значение этой производной при x=3.

Тогда $f'(x_0)=f'(3)=2\cdot 3=6$.

Подставим найденные значения $f(x_0)=9$ и $f'(x_0)=6$ в уравнение касательной, получим: $y=9+6\cdot(x-3)$; $y=9+6x-18$;

$y=6x-9$ — искомое уравнение касательной.



Ответ: $y=6x-9$.

1. **Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0, если:**

1) $f(x) = x^3 + x^2 + 1,\ x_0 = 1;$ **2)** $f(x) = 6x - 3x^2,\ x_0 = 2;$

3) $f(x) = \frac{1}{x^3},\ x_0 = 1;$ **4)** $f(x) = \frac{1}{x^2},\ x_0 = -2;$

5) $f(x) = \cos x,\ x_0 = \frac{\pi}{3};$ **6)** $f(x) = e^x,\ x_0 = 0;$

7) $f(x) = \ln x,\ x_0 = 1;$ **8)** $f(x) = \sqrt{x},\ x_0 = 1.$

2. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^5 - 32}{5}$ в точке его пересечения с осью абсцисс.

3. На графике функции $y = x(x^2 - 6x)$ найдите точки, в которых касательные к графику параллельны оси абсцисс.

Задача с решением:

Даны функции $f(x) = -x^2 - 2x - 3$ и $g(x) = x^2 + 4x + 6$. Напишите уравнение общей касательной к графикам функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$.

Уравнение касательной - это уравнение прямой и имеет вид y=kx+b

Общая касательная пересекается с каждым графиком в одной точке. Тогда для первого графика точку пересечения с касательной можно найти из уравнения $-x^2-2x-3 = kx+b$, для второго графика из уравнения $x^2+4x+6 = kx+b$

1) $-x^2-2x-3 = kx+b$

$x^2+2x+3+kx+b = 0$

$x^2+(2+k)x+(3+b) = 0$

Касательная имеет с графиком только одну общую точку, следовательно, корень уравнения должен быть один, а это возможно, когда дискриминант равен нулю.

$D = (2+k)^2-4(3+b) = 0$

2) $x^2+4x+6 = kx+b$

$x^2+4x+6 = kx+b$

$x^2+4x+6-kx-b = 0$

$x^2+(4-k)x+(6-b) = 0$

Приравниваем дискриминант к нулю: $D = (4-k)^2-4(6-b) = 0$

Так как касательная общая, значит, дискриминанты обоих уравнений должны быть равны нулю вместе. Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases}(2+k)^2-4(3+b)=0;\\(4-k)^2-4(6-b)=0.\end{cases}$$

$$\begin{cases}4+4k+k^2-12-4b=0;\\16-8k+k^2-24+4b=0.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\mathbf{k^2+4k-8-4b=0};\\\mathbf{k^2-8k-8+4b=0}\end{cases}$$

Вычтем почленно из первого уравнения второе:

$12k-8b = 0$, $b = 3k/2$ - подставим в первое уравнение:

$k^2 + 4k - 8 - 4\cdot 3k/2 = 0$

$k^2 + 4k - 8 - 6k = 0$

$k^2 - 2k - 8 = 0$

$k_1 = -2$, $k_2 = 4$

$b_1 = -2\cdot 3/2 = -3$, $b_2 = 4\cdot 3/2 = 6$

Решение состоит из двух пар чисел (k=-2; b=-3) и (k=4; b=6).

Это означает, что графики имеют две общие касательные, уравнения которых:

$y = -2x - 3$ и $y = 4x + 6$

4. Составьте уравнение общей касательной к графикам функций:

1) $y = x^2$ и $y = x^3$.

2) $y = 2x^2 - 2x + 7$и $y = 5 - x^2 + 2x$;

3) $y = 2x^2 + 2x + 9$и $y = 6 - x^2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 48

Применение основных правил дифференцирования

Цель: научиться применять основные правила дифференцирования

Результаты *предметные:*

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

***личностные*:**

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций.

Ход работы

1. Найти производные функций:

1). а) $y = (x^2 - 1)(x^4 + 2)$; в) $y = (x^2 + 3)(x^4 - 1)$;

б) $y = (x^3 + 1)\sqrt{x}$; г) $y = \sqrt{x}(x^4 + 2)$.

2). а) $y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)(2x - 3)$; в) $y = \left(\frac{1}{x} + 8\right)(5x - 2)$;

б) $y = \sqrt{x}\cos x$; г) $y = \sqrt{x}\sin x$.

3). а) $y = x \operatorname{tg} x$; в) $y = x \operatorname{ctg} x$;

б) $y = \sin x \operatorname{tg} x$; г) $y = \cos x \operatorname{ctg} x$.

4).

а) $y = \frac{x^3}{2x + 4}$; в) $y = \frac{x^2}{3 - 4x}$;

б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$; г) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

2. Вычислить значение производной функции:

1) $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$, $x = -2$;

2) $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^3 + 1}$, $x = 1$;

3) $f(x) = \dfrac{3x - 1}{2x + 1}$, $x = 2$.

4) $f'(2) - f'(-2)$, если $f(x)=x^2-\dfrac{1}{2x^2}$

5) $f'(0)$, если $f(x)=\dfrac{1-10^x}{1+10^x}$;

6) $f'(1)$; $f'(e)$; $f'\left(\dfrac{1}{e}\right)$; $f'\left(\dfrac{1}{e^2}\right)$, если $f(x)=x\cdot\ln x$;

3. Продифференцировать функции:

1) $\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$; 2) $\dfrac{\sqrt{3x}}{3^x+1}$; 3) $\dfrac{x^2-2x+3}{x^2+4x+1}$; 4) $\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$.

1) $\dfrac{e^x-e^{-x}}{x}$; 2) $\dfrac{2^x-\log_2 x}{x\ln 2}$; 3) $\dfrac{\sin x-\cos x}{x}$; 4) $\dfrac{1-\sin 2x}{\sin x-\cos x}$.

4. Найдите производную функции:

1) $2\cos 3x$; 2) $-5e^{2x}$; 3) $-4\ln 2x$;
4) $-3\sin 2x$; 5) $\dfrac{3}{10}e^{-2x}$; 6) $2e^x-4e^{-2x}$.

5. Найдите производную функции:

1) $6x^4-9e^{3x}$; 2) $\dfrac{1}{4}x^8+3\sin 3x$; 3) $3\sqrt[3]{x}-4\cos 4x$;
4) $\dfrac{5}{x^2}+4e^{\frac{x}{4}}$; 5) $\dfrac{1}{3x^3}+\dfrac{1}{2}\ln 4x$; 6) $3\operatorname{tg} 2x-2\sqrt[3]{x}$.

6. Найти производную функции:

1) $y = x\sin x$; 2) $y = xe^{-x}$; 3) $y = (x+1)\sqrt{x}$; 4) $y = \frac{x}{x^2+1}$ 5) $y = \frac{sinx}{x}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 49

Вычисление производных основных элементарных функций

Цель: научиться вычислять производные основных элементарных функций

Результаты:*предметные:*

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

***личностные*:**

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием производной. Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций.

1. Найти производную функции

1) $y = 4x^3$; 2) $y = 3x^{4}$; 3) $y = 4x^{3/4}$;

4) $y = \sqrt[3]{x^2}$; 5) $y = \sqrt[3]{8x}$; 6) $y = \frac{1}{2}\sqrt[3]{x^{2}}$.

2.

1) $y = \dfrac{2}{x^3}$; 2) $y = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$; 3) $y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$;

3. 4) $y = \dfrac{6}{\sqrt[3]{x^2}}$; 5) $y = \dfrac{1}{\sqrt{4x^3}}$; 6) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^{2/3}}}$.

Найти производную функции:

1) x^2+x; 2) x^2-x; 3) $8x^2$; 4) $-27x^2$;
5) $-4x^3$; 6) $0{,}6x^3$; 7) $13x^2+26$; 8) $8x^2-16$.

Продифференцировать функцию:

1) $3x^2-6x+6$; 2) $6x^2+5x-7$;
3) $x+12x^2$; 4) $x-8x^2$;
5) x^3+6x; 6) $-12x^3+18x$;
4. 7) $2x^3-8x^2+6x+1$; 8) $-3x^3+2x^2-x-5$.

Найти $f'(0)$ и $f'(2)$, если:

1) $f(x)=x^2-2x+1$; 2) $f(x)=x^3-2x$;
5. 3) $f(x)=-x^3+2x^2$; 4) $f(x)=3x^2+x+1$.

6. Найти производную функции:

1) а) $y = x^2 - 7x$; в) $y = 7x^2 + 3x$;
б) $y = \sqrt{x} - 9x^2$; г) $y = \sqrt{x} - 5x^2$.

2) а) $y = \dfrac{1}{x} + 4x$; в) $y = \dfrac{1}{x} - 6x$;
б) $y = -2\sqrt{x} - \dfrac{1}{x}$; г) $y = 8\sqrt{x} + \dfrac{1}{x}$.

а) $y = \sin x + 3$; в) $y = \cos x - 6$;
3) б) $y = 4\cos x$; г) $y = -2\sin x$.

а) $y = \cos x + 2x$; в) $y = \sin x - 3x$;
4). б) $y = 3\sin x + \cos x$; г) $y = 2\cos x + \sin x$.

5). а) $x = x^9$; б) $y = x^{10}$; в) $x = x^{39}$; г) $y = x^{201}$.

1) $\ln x+\sin x$; 2) $e^x-\sin x$; 3) $\sqrt{x}-\cos x$;
4) $\dfrac{1}{x^2}+e^x$; 5) $\operatorname{tg} x+\ln x$; 6) $e^x-\operatorname{ctg} x$.
6)

Дана функция $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+3x$.
1) Используя определение производной, найти $f'(x)$.
7. 2) Найти значение $f'(x)$ в точке $x=0,1$.

8.Вычислите производную $f'(x)$ при данном значении аргумента x

1) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - x - 1$, $\quad x = -1$;
2) $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 4x - 1$, $\quad x = -1$;
3) $f(x) = 1 - x^2 + x^3 - x^4 + x^5$, $\quad x = 2$.

Используя определение производной, найти производную функции:
1) $f(x)=2x+3$; 2) $f(x)=5x-6$;
9. 3) $f(x)=-3x^2+2$; 4) $f(x)=3x^2+5x$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 50

Вычисление производных сложных функций

Цель: научиться вычислять производные сложных функций

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

личностные:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке; науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Виды деятельности:

Усвоение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение для дифференцирования функций.

Ход работы

Найти производные сложных функций:

I. **1)** $(2x-1)^3$; **2)** $(x+3)^2$; **3)** $(3x^2-2x)^2$; **4)** $(x^3-x^2)^3$;

5) y=$2^{3x}+x^5+e^{-x^2}+\frac{1}{x}$; 6) y=$\sqrt{x}\cdot e^{\sqrt{x}}$; 7) y=$(x+2)e^{-x^2}$; 8) y=$\sin(x^2+5x+2)$;

9) y=$\sqrt{1-x^2}$; 10) y=$\sqrt{2x-\sin 2x}$; 11) $f(x)=(3x^3-4x^2+2x-1)^2$;

12) $f(x)=(x^3-2x^2+3x+2)^3$.

II.

1) $\sqrt[3]{\frac{2x-1}{3}}+\ln\frac{2x+3}{5}$; 2) $\sqrt{\frac{1-x}{6}}-2\ln\frac{2-5x}{3}$;

3) $2e^{\frac{1-x}{3}}+3\cos\frac{1-x}{2}$; 4) $5\sin\frac{2x+3}{4}-4\sqrt{\frac{1}{x-1}}$;

5) $\sqrt[3]{\frac{1}{2-x}}-3\cos\frac{x-2}{3}$; 6) $6\sqrt[3]{\frac{1}{(2-x)^2}}+4e^{\frac{3-5x}{2}}$.

III.

1) $\log_2(x^3+4)$; 2) 2^{x^2+3x};

3) $\mathrm{tg}^2 2x$; 4) $\ln\frac{x-2}{x+2}$.

IV.

1) $\sqrt{x^2+1}\cdot\mathrm{ctg}\,4x$; 2) $e^{\frac{x}{2}}\sin^3 3x$;

3) $\sqrt{x}\cdot\sin 4x$; 4) $e^{3-2x}\cdot\cos(3-2x)$.

5) $y=\frac{1}{2}\sin 4x$;   6) $y=(3-2x)^4$; 7) $y=\sqrt{4x+1}$; 8) $y=\sqrt[3]{(2x-1)^2}$

9) $y=\frac{\cos 2x}{3x}$;   10) $y=\frac{2lnx+3}{x^2}$;   11) $y=(3x+5)cos^2x$;   12) $y=\frac{5\sin 3x}{6\cos 5x}$;

13)$y=(5x+7)^3\ln(5x+7)$

V.

1) $y=\sqrt{3x^2-\sqrt{x}}$; 2) $y=\frac{x\sin 4x}{\cos^2 2x}$; 3) $y=2^{(x-1)^{\frac{5}{6}}}$; 4) $y=x^2\cos 2x$;

5) $y=e^{\sin x}$; 6) $y=\frac{\ln(1-3x)}{1-3x}$; 7) $y=\arcsin 2x$; 8) $y=\mathrm{tg}^2\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$;

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 51

Исследование функции на монотонность

Цель: научиться исследовать функцию на монотонность

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Изучение теорем о связи свойств функции и производной, формулировка их. Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой. Установление связи свойств функции и производной по их графикам.

Ход работы:

1. Определите промежутки монотонности функции:

1) **а)** $y = x^2 - 5x + 4$; **в)** $y = -x^2 + 8x - 7$;
б) $y = 5x^2 + 15x - 1$; **г)** $y = x^2 - x$.

2) **а)** $y = x^3 + 2x$;
б) $y = 60 + 45x - 3x^2 - x^3$;
в) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$;
г) $y = -x^5 + 5x$.

2. Исследуйте функцию на монотонность:

1) **а)** $y = x^4 - 2x^2 - 3$; **в)** $y = -3x^4 + 4x^3 - 15$;
б) $y = -x^5 - x$; **г)** $y = 5x^5 - 1$.

а) $y = \frac{1}{x+3}$; в) $y = \frac{2}{x} + 1$;

2) б) $y = \frac{3x-1}{3x+1}$; г) $y = \frac{1-2x}{3+2x}$.

а) $y = \sqrt{3x-1}$; в) $y = \sqrt{1-2x}$;

3) б) $y = \sqrt{1-x} + 2x$; г) $y = \sqrt{2x-1} - x$.

3.

Докажите, что заданная функция возрастает:

а) $y = \cos x + 2x$; в) $y = \sin x + x^3 + x$;

б) $y = x^5 + 3x^3 + 7x + 4$; г) $y = x^5 + 4x^3 + 8x - 8$.

Докажите, что заданная функция убывает:

а) $y = \sin 2x - 3x$; б) $y = \cos 3x - 4x$.

Докажите, что функция монотонна на всей числовой прямой; укажите характер монотонности:

а) $y = x^5 + 6x^3 - 7$; в) $y = x - \cos x + 8$;

б) $y = \sin x - 2x - 15$; г) $y = 11 - 5x - x^3$.

4. 1) Докажите, что функция является монотонной на всей области определения

а) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 2$; б) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 5$; в) $y = x + \sin x$;

г) $y = \cos x + 3x$; д) $y = x + 2\ln(x+3)$.

2) Найдите промежутки возрастания (убывания) функции.

а) $y = x^3 + 6x^2 - 15x + 3$; б) $y = x^4 - 4x^2$; в) $y = x + \frac{16}{x}$;

г) $y = \frac{x^2-1}{x}$.

5.

1) Найдите промежутки монотонности функции.

а) $y = \frac{x^2+x-4}{x^2}$; б) $y = \frac{2x-3}{x-1}$; в) $y = (x-2)e^{2x}$; г) $y = x - e^{2x}$.

2) При каких значениях параметра a функция $y = f(x)$ будет монотонна на области определения?

а) $f(x) = x^3 + ax$; б) $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax$; в) $f(x) = e^x - ax$;

г) $f(x) = \sin x + ax$.

6.

1) Найдите промежутки монотонности функции $y = f(x)$.

а) $f(x) = xe^{-5x}$; б) $f(x) = \dfrac{1}{x\ln x}$; в) $y = e^{3x^2+2x-1}$; г) $f(x) = 8^x - 32^x$.

2) Определите, при каких значениях параметров функция $y = f(x)$ обладает указанным свойством.

а) $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + (a-1)x^2 + 2$ монотонно возрастает на множестве действительных чисел;

Определите, какой знак имеет производная функции $y = f(x)$ в точках с абсциссами a, b, c, d, если график функции изображен на рисунках:

7. а) рис. 47; б) рис. 48.

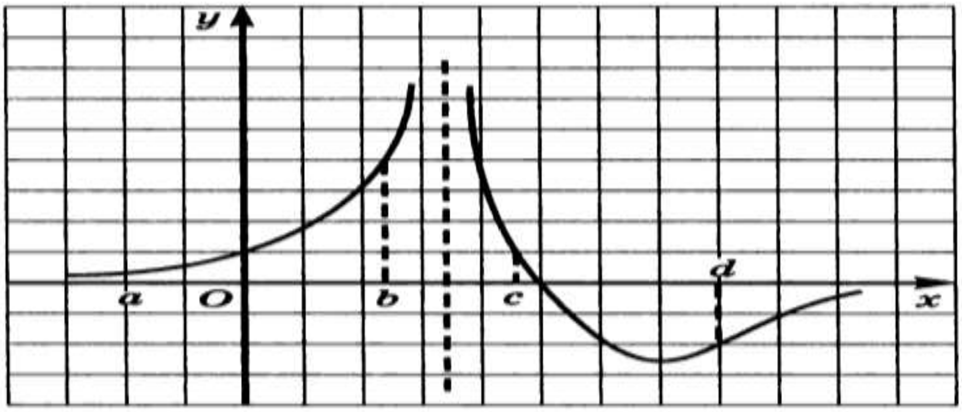


Рис. 47

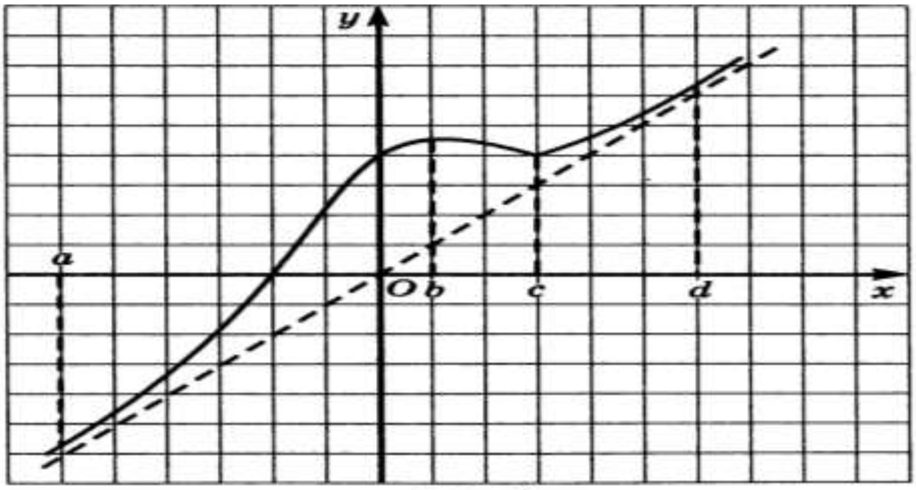


Рис. 48

8.

Определите промежутки возрастания и убывания функции, график которой изображен на рисунках:

а) рис. 47; б) рис. 48.

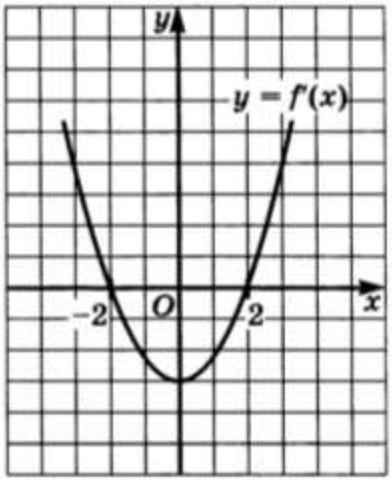


Рис. 49

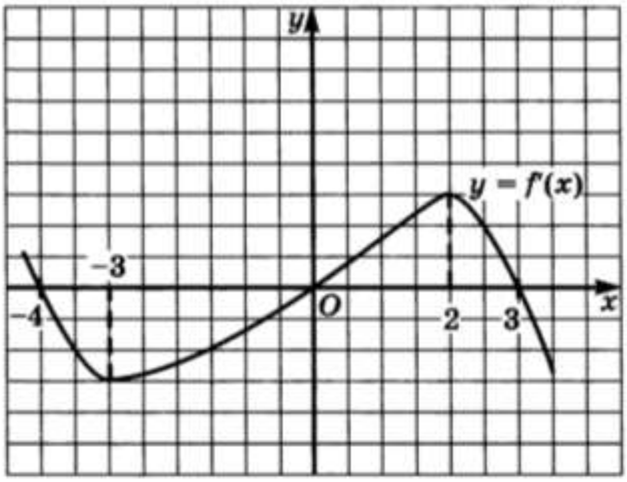


Рис. 50

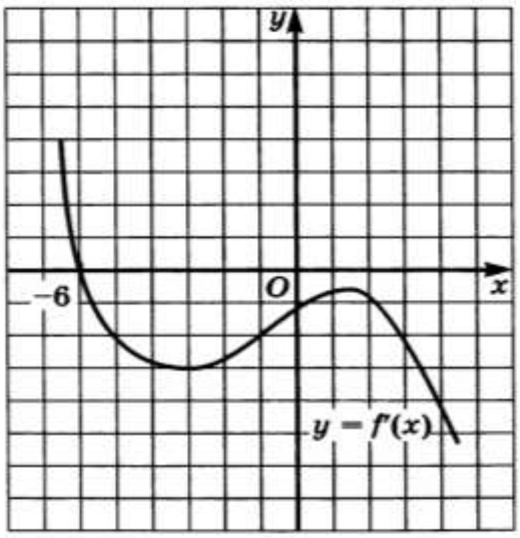


Рис. 51

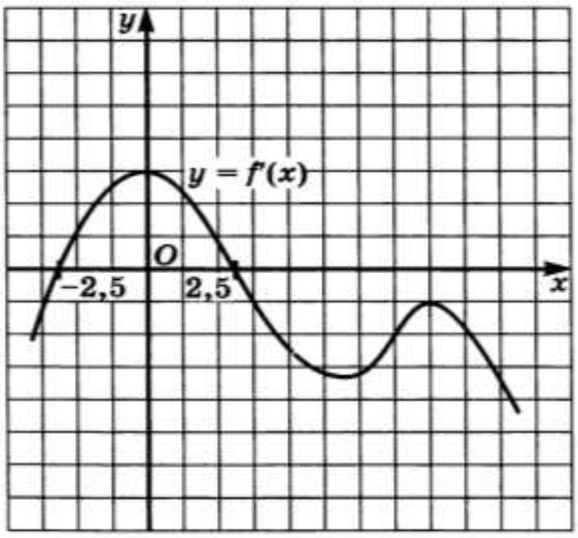


Рис. 52

9.

По графику производной, изображенному на рисунках, определите, на каких промежутках функция $y = f(x)$ возрастает, а на каких — убывает:

а) рис. 49; в) рис. 51;

б) рис. 50; г) рис. 52.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 52

Определение экстремумов функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Цель работы: научиться определять экстремумы функции и находить наибольшее и наименьшее значение

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

Виды деятельности:

Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума

Ход работы:

По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите точки, в которых $f'(x)$ не существует:

а) рис. 64; в) рис. 66;

1. б) рис. 65; г) рис. 67.

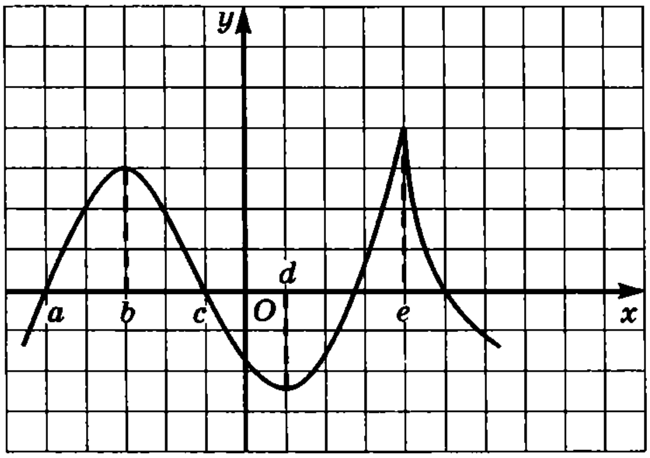


Рис. 64

2.

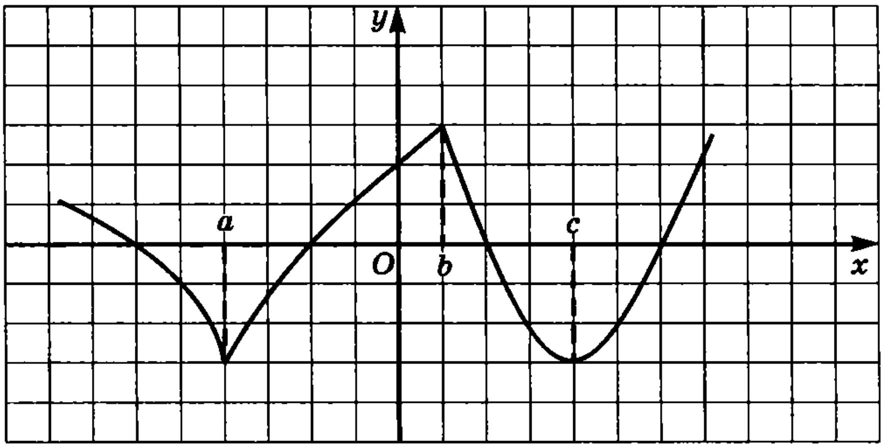


Рис. 65

Сколько точек максимума имеет функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке:

а) рис. 64; в) рис. 66;

3. б) рис. 65; г) рис. 67.

Сколько точек минимума имеет функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке:

а) рис. 64; в) рис. 66;

б) рис. 65; г) рис. 67.

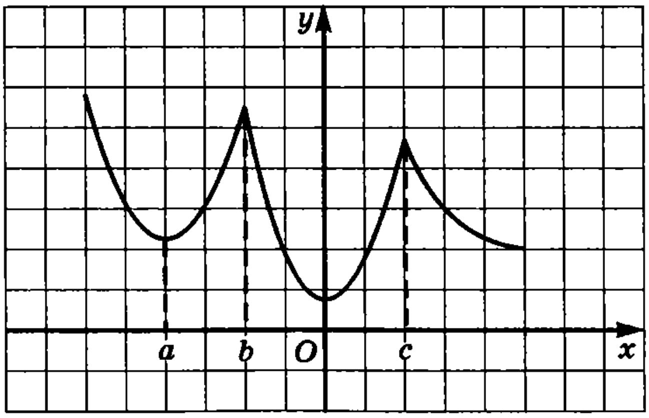


Рис. 66

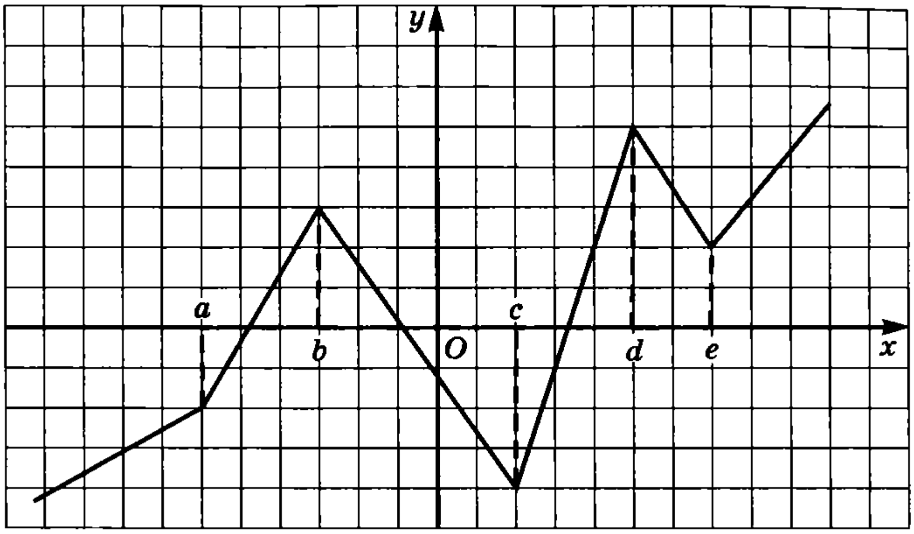


Рис. 67

Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер:

а) $y = 7 + 12x - x^3$; в) $y = 3x^3 + 2x^2 - 7$;

4. б) $y = 8 + 2x^2 - x^4$; г) $y = x^4 - 8x^2$.

а) $y = 2x + \frac{8}{x}$; в) $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$;

5. б) $y = \sqrt{2x - 1}$; г) $y = (x - 3)^4$.

а) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1$;

б) $y = x^3 - 27x + 26$;

в) $y = x^3 - 7x^2 - 5x + 11$;

6. г) $y = -2x^3 + 21x^2 + 19$.

7. **Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном отрезке:**

а) $y = 3x - 6$, $[-1;\ 4]$;

б) $y = -\frac{8}{x}$, $\left[\frac{1}{4};\ 8\right]$;

в) $y = -0{,}5x + 4$, $[-2;\ 6]$;

г) $y = \frac{3}{x}$, $[0{,}3;\ 2]$.

8.

а) $y = 2\sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2};\ \pi\right]$;

б) $y = -2\cos x$, $\left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$;

в) $y = 6\cos x$, $\left[-\frac{\pi}{2};\ 0\right]$;

г) $y = -0{,}5\sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

9.

а) $y = \operatorname{tg} x$, $\left[-\frac{\pi}{3};\ -\frac{\pi}{6}\right]$;

б) $y = -3\operatorname{tg} x$, $\left[\pi;\ \frac{4\pi}{3}\right]$;

в) $y = -2\operatorname{tg} x$, $\left[0;\ \frac{\pi}{6}\right]$;

г) $y = \frac{1}{2}\operatorname{tg} x$, $\left[-\pi;\ -\frac{3\pi}{4}\right]$.

10.

а) $y = \sqrt{x}$, $[0;\ 9]$;

б) $y = \sqrt{-x}$, $[-4;\ 0]$;

в) $y = -\sqrt{x}$, $[4;\ 16]$;

г) $y = -\sqrt{-x}$, $[-9;\ -4]$.

а) $y = 12x^4$, $[-1;\ 2]$;

б) $y = -6x^5$, $[0{,}1;\ 2]$;

в) $y = -3x^7$, $[0;\ 1]$;

г) $y = \frac{1}{9}x^4$, $[-1;\ 3]$.

11.

а) $y = x^2 - 8x + 19$, $[-1;\ 5]$;

б) $y = x^2 + 4x - 3$, $[0;\ 2]$;

в) $y = 2x^2 - 8x + 6$, $[-1;\ 4]$;

г) $y = -3x^2 + 6x - 10$, $[-2;\ 9]$.

12.

Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном промежутке:

а) $y = x^3 - 2x^2 + 1$, $[0,5;\ +\infty)$;

б) $y = x - 2\sqrt{x}$, $[0;\ +\infty)$;

в) $y = \frac{1}{5}x^5 - x^2$, $(-\infty;\ 1]$;

г) $y = \frac{x^4}{x^4 + 1}$, $(-\infty;\ +\infty)$.

13. Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер

А

1) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 4$; 2) $f(x) = x + \frac{1}{x}$; 3) $f(x) = 2 - 6x - 2x^3 + x^2$;
4) $f(x) = x\,(x - 2)^2$; 5) $f(x) = 0{,}8x^5 + 4x^3 + 9x - 8$; 6) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$;
7) $f(x) = xe^{-x}$; 8) $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

Б

1) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$; 2) $f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$; 3) $f(x) = x + \frac{1}{1 + x^2}$;
4) $f(x) = x^2 \ln x$; 5) $f(x) = \frac{e^x}{x}$; 6) $f(x) = 2x + \sin x$;
7) $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$; 8) $f(x) = (2x + 1)^4 - x$.

В

1) $f(x) = \sqrt{2 + 3x - x^2}$; 2) $f(x) = \ln(x^2 + 3x)$; 3) $f(x) = x^2 e^{x^2}$;
4) $f(x) = x - 6\sin\frac{x}{3}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 53

Исследование функции с помощью производной.

Цель работы: научиться исследовать функцию с помощью производной

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность;

Виды деятельности:

Проведение с помощью производной исследования функции, заданной формулой.

Ход работы:

1. **Найти вторую производную функции:**

1) $f(x)=\sin^2 x$; 2) $f(x)=x^3\sin x$;

3) $f(x)=x^4+3x^2-x+1$; 4) $f(x)=x^4-3x^3+5x+6$;

5) $f(x)=e^{\sin x}$; 6) $f(x)=\ln(x^2+1)$.

2. **Найти интервалы выпуклости вверх и интервалы выпуклости вниз функции:**

1) $f(x)=x^5-10x^2+3x+1$; 2) $f(x)=x^4-6x^2+3x+4$.

3. **Найти точки перегиба функции:**

1) $f(x)=\cos x,\ -\pi<x<\pi$;

2) $f(x)=x^5-80x^2$;

3) $f(x)=x^3-2x^2+x$;

4) $f(x)=\sin x-\frac{1}{4}\sin 2x,\ -\pi<x<\pi$.

4. **Найти интервалы выпуклости вверх и интервалы выпуклости вниз функции:**

1) $f(x)=(x^2-3x+2)e^x$; 2) $f(x)=x^3-6x\ln x$.

Найти точки перегиба функции:

1) $f(x)=12x^3-24x^2+x+5$; 2) $f(x)=x^4-12x^3+48x^2+3$;

3) $f(x)=x^3e^{-4x}$; 4) $f(x)=x^2\ln x$.

5. Проведите исследование функции и постройте ее график по следующему плану:

1) найти область определения функции; выяснить, является ли функция четной (нечетной), периодической;
2) найти точки пересечения графика с осями координат и промежутки, на которых $f(x)>0$ и $f(x)<0$;
3) найти асимптоты графика функции;
4) вычислить $f'(x)$, найти промежутки возрастания (убывания) функции и ее экстремумы;
5) вычислить $f''(x)$, определить направление выпуклости и найти точки перегиба;
6) изобразить график функции.

А

1) $y = 7 - 6x - x^2$; 2) $y = x^3 - 3x - 2$; 3) $y = x^4 - 2x^3 + 1$;
4) $y = \dfrac{x^4}{2} - 2x^2 - 6$; 5) $y = x + \dfrac{4}{x}$; 6) $y = 4x - \dfrac{1}{x}$; 7) $y = x - 3 - 2\sqrt{x}$;
8) $y = x + e^{-x}$; 9) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$; 10) $y = x^4 - 10x^2 + 9$.

Б

1) $y = x^2 + \dfrac{1}{x}$; 2) $y = \dfrac{x^2-1}{x^2+1}$; 3) $y = \dfrac{x+2}{x^2-9}$; 4) $y = \dfrac{1-x}{(x-2)^3}$;
5) $y = \dfrac{x^2+2x}{x-1}$; 6) $y = \dfrac{2x}{x^2+x+1}$; 7) $y = \dfrac{x^2}{x^3-1}$; 8) $y = \dfrac{-x}{x^2+4}$;
9) $y = x + \sin x$; 10) $y = x^4(x-12)^2$.

В

1) $y = \dfrac{1}{(x-1)(x-4)}$; 2) $y = \dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$; 3) $y = e^x \cos x$;
4) $y = 2\ln x + x\left(\dfrac{x}{2} - 3\right)$; 5) $y = 7\cos\dfrac{x}{2} - x$; 6) $y = 2\sin\dfrac{x}{3} - \dfrac{1}{3}$;
7) $y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$; 8) $y = \dfrac{x}{x^2-9}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА№ 54

Использование производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах

Цель работы: научиться использовать производную для наилучшего решения в прикладных задачах.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

метапредметные:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Виды деятельности:

Применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума

Ход работы:

Задача 1 (с решением).

Из всех прямоугольников данного периметра найти тот, у которого площадь наибольшая.

○ Пусть периметр прямоугольника равен p. Обозначим длину одной из сторон прямоугольника через x, тогда длина другой стороны равна $\frac{p-2x}{2}=$ $=\frac{p}{2}-x$. Обозначив площадь прямоугольника через y, имеем

$$y=x\left(\frac{p}{2}-x\right)=\frac{p}{2}x-x^2 \quad \left(0<x<\frac{p}{2}\right).$$

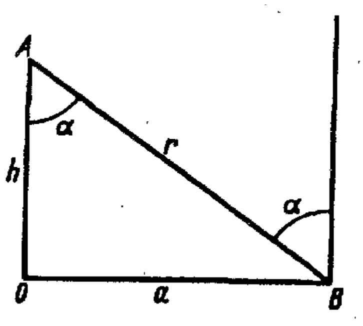
Исследуем функцию на максимум и минимум с помощью второй производной:

$$y'=\frac{p}{2}-2x; \quad \frac{p}{2}-2x=0; \quad x=\frac{p}{4}; \quad y''=-2.$$

Вторая производная отрицательна, следовательно, функция имеет максимум при $x=\frac{p}{4}$. Таким образом, из всех прямоугольников данного периметра наибольшую площадь имеет квадрат.

Задача 2 (с решением)

На какой высоте h надо повесить фонарь над центорм круговой площадки радиуса a, чтобы площадка была максимально освещена у ее границы?



○ Из курса физики известио, что освещеииость E обратно пропорциоиальиа квадрату расстояиия от источиика света и прямо пропорциоиальиа косинусу угла падеиия (угла, образоваииого иормалью к поверхиости с иаправлеиием светового потока), т. е.

$$E=k\cdot\frac{\cos\alpha}{r^2},$$

где k зависит от силы источника света, помещенного в точке A (рис. 32). Из треугольника OAB имеем $\cos\alpha=h/r$ и $r=\sqrt{h^2+a^2}$. Приняв h за независимую переменную, получим

$$E=k\cdot\frac{h}{\sqrt{h^2+a^2}\,(h^2+a^2)}=k\cdot\frac{h}{(h^2+a^2)^{3/2}}\quad(h>0).$$

Исследуем функцию на экстремум с помощью первой производной:

$$E'=k\cdot\frac{(h^2+a^2)^{3/2}-\frac{3}{2}(h^2+a^2)^{1/2}\cdot 2h\cdot h}{(h^2+a^2)^3}=k\cdot\frac{(h^2+a^2)^{1/2}(h^2+a^2-3h^2)}{(h^2+a^2)^3}=$$

$$=k\cdot\frac{a^2-2h^2}{(h^2+a^2)^{5/2}}=k\cdot\frac{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}-h\right)\left(\frac{a}{\sqrt{2}}+h\right)}{(h^2+a^2)^{5/2}};\quad E'=0\ \text{при}\ h=\frac{a}{\sqrt{2}}.$$

Так как $E'>0$ в промежутке $0<h<a/\sqrt{2}$ и $E'<0$ в промежутке $a/\sqrt{2}<h<\infty$, то при $h=a/\sqrt{2}$ функция имеет максимум, т. е. при значении $h=a/\sqrt{2}\approx 0{,}7a$ освещенность в точке B является наибольшей. ●

Задача 3 (с решением)

Закон прямолинейного движения задан уравнением $s=-t^3+9t^2-24t-8$. Найти максимальную скорость движения тела

○ Скорость движения тела есть первая производная от пути по времени: $v=s''=-3t^2+18t-24$. Исследуем эту функцию на максимум и минимум с помощью второй производной:

$$v''=-6t+18;\quad -6t+18=0;\quad t=3;\quad v''=-6.$$

Вторая производная отрицательна, следовательно, скорость является наибольшей при $t=3$. Найдем значение скорости в момент $t=3$:

$$v(3)=-3\cdot 3^2+18\cdot 3-24=3\ (\text{м/с}).\ ●$$

4. Произведение двух положительных чисел равно a. Чему равны числа, если их сумма является наименьшей?

5. В полукруг радиуса R впишите прямоугольник наибольшей площади.

6. В прямоугольный треугольник, катеты которого равны a и $в$, вписан прямоугольник наибольшей площади так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе. Найти длины сторон прямоугольника.

7. Закон прямолинейного движения тела задан уравнением $s = -t^3 + 3t^2 + 9t + 3$. . Найдите максимальную скорость движения тела(s — в метрах, t — в секундах).

8. Закон движения тела, брошенного вертикально вверх, задан уравнением $s = v_0 t - 0{,}5gt^2$. Найдите наибольшую высоту подъема тела.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 55

Вычисление первообразной для данной функции

Цель работы: научиться вычислять первообразную для данной функции.

Результаты:

предметные:

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах,

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием первообразной.Изучение правила вычисления первообразной.

Ход работы:

Найти первообразные для функции:

1. 1) $2x^5 - 3x^2$; 2) $5x^4 + 2x^3$; 3) $3x^3 + 2x - 1$; 4) $6x^2 - 4x + 3$; 5) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$; 6) $4\sqrt[3]{x} - 6\sqrt{x}$; 7) $\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}$; 8) $\frac{2}{x^3} - \frac{3}{x}$.

2. 1) $5\sin x + 2\cos x$; 2) $3e^x - \sin x$; 3) $1 + 3e^x - 4\cos x$; 4) $\frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x} - 2e^x$.

1) $(x+1)^3$; 2) $(x-2)^4$; 3) $\frac{2}{\sqrt{x-2}}$; 4) $\frac{3}{\sqrt[3]{x+3}}$;

3. 5) $\frac{1}{x-1}+4\cos(x+2)$; 6) $\frac{3}{x-3}-2\sin(x-1)$.

1) $\cos(3x+4)$; 2) $\sin(3x-4)$; 3) $\cos\left(\frac{x}{2}-1\right)$;

4. 4) $\sin\left(\frac{x}{4}+5\right)$; 5) $e^{\frac{x+1}{2}}$; 6) e^{3x-5}.

5. Вычислите первообразные данных функций

А

1) x^2+1; 2) $3x^2+4x-3$; 3) $4x^3+x-5$; 4) $\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}-3$;
5) $\frac{x^2+x-3}{3}$; 6) $2\sin x-3\cos x$; 7) $3e^x-x+1$;
8) $x\sqrt{x}-2\sqrt[3]{x}-\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$; 9) $\frac{x^2-1}{x}$; 10) $\frac{\sqrt{x}+x-1}{x}$.

Б

1) $(2x-1)^5$; 2) $3\sin(3x)$; 3) $e^{2x}-(2x)^{-2}$; 4) $\frac{x^2+4\sqrt{x}-3}{4x^3}$; 5) $\frac{1}{2x+1}$;
6) $\sin\frac{x}{2}$; 7) $\frac{x+1}{2x^2}$; 8) $2e^{2x-3}$; 9) $\sqrt{3x-4}$; 10) $(2^x+1)^2$.

В

1) $3x^3+4x\sqrt{x}+\frac{1}{2x+3}$; 2) $3\sin(3x)+\cos(2x-4)$;
3) $4x^3+x+\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$; 4) $\frac{1}{x}+\frac{\sqrt{x}}{x^3}-\cos x\sin x$; 5) $\frac{2}{1+4x^2}$;
6) $3\cos(2x)+\frac{1}{x+4}$; 7) $\frac{1}{1+x^2}$; 8) $xe^{x^2+1}+0,5$; 9) $8\sin^4 2x$;
10) $x\sqrt{x}+e^{-2x-1}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 56

Применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Цель работы: научиться применять интеграл для вычисления физических величин и площадей

Результаты:

предметные:

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах,

метапредметные:

владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Виды деятельности:

Ознакомление с понятием интеграла. Изучение теоремы Ньютона—Лейбница.Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей

Ход работы:

1.

Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x=a$, $x=b$, осью Ox и графиком функции $y=f(x)$, если:

1) $a=3,\ b=4,\ f(x)=x^2$;
2) $a=0,\ b=2,\ f(x)=x^3+1$;
3) $a=1,\ b=8,\ f(x)=\sqrt[3]{x}$;
4) $a=4,\ b=9,\ f(x)=\sqrt{x}$;
5) $a=\frac{\pi}{3},\ b=\frac{2\pi}{3},\ f(x)=\sin x$;
6) $a=-\frac{\pi}{6},\ b=0,\ f(x)=\cos x$.

2.

Найти площадь фигуры, ограниченной прямой $x=b$, осью Ox и графиком функции $y=f(x)$, если:

1) $b=3,\ f(x)=x^2$;
2) $b=2,\ f(x)=x^3$;
3) $b=4,\ f(x)=\sqrt{x}$;
4) $b=8,\ f(x)=\sqrt[3]{x}$;
5) $b=2,\ f(x)=5x-x^2$;
6) $b=3,\ f(x)=x^2+2x$;
7) $b=1,\ f(x)=e^x-1$;
8) $b=2,\ f(x)=1-\frac{1}{x}$.

3. Вычислите интеграл:

1) $\int_0^3 x^2 dx$; 2) $\int_{-2}^3 2x dx$; 3) $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$; 4) $\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.

1) $\int_1^e \frac{1}{x} dx$; 2) $\int_0^{\ln 2} e^x dx$; 3) $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin x dx$; 4) $\int_{-3\pi}^{0} \cos 3x dx$.

1) $\int_{-3}^{2} (2x-3) dx$; 2) $\int_{-2}^{-1} (5-4x) dx$; 3) $\int_{-1}^{2} (1-3x^2) dx$;

4) $\int_{-1}^{1} (x^2+1) dx$; 5) $\int_{1}^{2} (2x+3x^2) dx$; 6) $\int_{-2}^{0} (9x^2-4x) dx$;

7) $\int_{-2}^{-1} (6x^2+2x-10) dx$; 8) $\int_{0}^{2} (3x^2-4x+5) dx$.

4.

Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)$ (м/с). Вычислить путь, пройденный телом за промежуток времени от $t=t_1$ до $t=t_2$, если:

1) $v(t)=3t^2+1,\ t_1=0,\ t_2=4$;
2) $v(t)=2t^2+t,\ t_1=1,\ t_2=3$;
3) $v(t)=6t^2+4,\ t_1=2,\ t_2=3$;
4) $v(t)=t^2-t+3,\ t_1=0,\ t_2=5$.

Скорость прямолинейно движущегося тела $v(t)=4t-t^2$. Вычислить путь, пройденный телом от начала движения до остановки.

Оформите отчет и сдайте преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 57

Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками.

Цель работы: научиться находить уравнения окружности, сферы, плоскости, вычислять расстояния между точками.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Ознакомление с понятием вектора. Изучение декартовой системы координат в пространстве, построение по заданным координатам точек и плоскостей, нахождение координат точек. Нахождение уравнений окружности, сферы, плоскости. Вычисление расстояний между точками.

Ход работы.

Уровень А.

1. Запишите уравнение прямой на плоскости xOy по следующим данным:

1) прямая проходит через точку A(2; -1) и параллельна прямой y=2x-7;

2) прямая проходит через точку A(2;5) и перпендикулярна прямой y= x-4;

3) каждая точка прямой равноудалена от прямых y=2x и y=0,5x;

4) прямая содержит точки A(2;1) и B(-5;4);

5) прямая касается окружности с центром (0;0) и радиусом 3 в точке A(3;0).

2. Запишите уравнение плоскости по следующим данным:

1) плоскость проходит через точку P(7; 2;4) и параллельна плоскостиxOy;

2) плоскость проходит через точку P(2; -1;7) и параллельна плоскости xOz;

3) плоскость проходит через три точки O(0;1;2), P(-1;-1;1) и Q(1;-3;2);

4) плоскость перпендикулярна плоскости xOz и содержит точки P(2;7;1) и Q(3;-2;4).

Уровень Б.

Дан треугольник с вершинами A(2;4), B(2;7) и C(6;4)

Найдите:

1) координаты центра вписанной окружности;

2) координаты центра описанной окружности;

3) уравнение высоты (медианы, биссектрисы), опущенной из вершины A.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1) Как записывается уравнение окружности?

2) Как найти расстояние между точками?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 58

Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Вычисление угла между векторами. Вычисление координат вектора.

Цель работы: научиться складывать и вычитать вектора, умножать вектор на число, вычислять угол между векторами, вычислять координаты вектора.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами. Применение теории при решении задач на действия с векторами.

Ход работы.

Уровень А.

1. Дан квадрат ABCD; точка М – середина отрезка CD, О – точка пересечения диагоналей, точка К делит отрезок ВС в соотношении 1:2. Разложите по векторам а = $\overrightarrow{\mathrm{A}D}$ иb = $\overrightarrow{AB}$ следующие векторы:1) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$; 2)$\overrightarrow{\mathrm{CM}}$; 3) $\overrightarrow{OD}$; 4) $\overrightarrow{DK}$

2. Векторы а, b, с заданы их декартовыми координатами: а (1;2;-1), b (3;-1;7), с (0;2;4). Найдите координаты следующих векторов: 1) а + b+ $\frac{1}{2}$c; 2) 2а – (b + с) 3)$\frac{(b-a)}{2}$

3. Дан правильный треугольник АВС. Постройте точку М такую, что

1) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$; 2) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$; 3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM} = 0$; 4) $4\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$

4. Дана треугольная пирамида с правильным треугольником ABC в основании, с вершиной в точке P, причем ребро PA перпендикулярно плоскости основания, PA=AB. Разложите по векторам c=$\overrightarrow{AP}$, a=$\overrightarrow{AC}$, b=$\overrightarrow{AB}$ следующие векторы:

1) $\overrightarrow{AK}$, где K-середина стороны BC; 2) $\overrightarrow{KP}$; 3) $\overrightarrow{MN}$, где $\overrightarrow{MN}$ – средняя линия треугольника CPB, параллельная BC.

Уровень Б.

1.1) Докажите, что точки A(1;1;2), B(4;5;-8), C(2;-1;0), D(-1;-5;10) являются вершинами параллелограмма.

2). Выразите вектор $\overrightarrow{BC}$ через векторы a=$\overrightarrow{OA}$ и b=$\overrightarrow{OD}$, где O – точка пересечения диагоналей параллелограмма.

3). Вычислите сумму квадратов диагоналей параллелограмма.

2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 2; K – точка пересечения CB_1 и BC_1, точка K_2 – середина ребра DD_1. Вычислите: 1) DB_1; 2) K_1K_2.

3. В правильном шестиугольнике ABCDEF$\overrightarrow{AB}$ = p, $\overrightarrow{BC}$ =q. Выразите через векторы p и q векторы $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FA}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AE}$.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1)В чем состоит правило параллелепипеда?
2) Какие векторы называются коллинеарными?
3) Какие векторы называются компланарными?
4) Как вычисляются координаты вектора в пространстве?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 59

Вычисление скалярного произведения векторов.

Цель работы: научиться вычислять скалярное произведение векторов.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.

Ход работы:

Уровень А.

1. Векторы a, b, c заданы их декартовыми координатами: a (1;2;-1), b (3;-1;7), c (0;2;4). Найдите координаты следующих векторов: 1) (a·c)b – c(a·b); 2) (2b·b)(b – 2c).

2. Длины векторов a и b равны соответственно 4 и 5, угол между ними равен $\frac{2\pi}{3}$. Вычислите: 1) a^2; 2) (3a + 5b)·(2a – 3b); 3) $(3a + 5b)^2$.

3. Докажите, что четырехугольник ABCD – квадрат, если вершины имеют координаты

A(-3;5;6), B(1;-5;7), C(8;-3;-1), D(4;7;-2)

Уровень Б.

1. Найдите координаты вектора x, коллинеарного вектору a=(3;0;-2) и удовлетворяющего условию (x·a)=39.

2. Известно, что (a·b) $=\frac{1}{2}$; (b·c) = $-\frac{1}{2}$; (c·a) = $\frac{1}{3}$; |a| = |b| = |c| = 1. Вычислите:

1) (a + 3b)·(-2a-b); 2) (a-b)·(4a – 2c) + (3b + a)·(b – c); 3) $(a – b)^2$((a –b)(a + b));

4) (1,5 – b – c)·(3a + b + c).

3. Найдите косинус угла между диагоналями параллелограмма, если три его вершины находятся в точках A (2;1;3), B (5;2;-1), C (-3;3;-3).

Уровень В.

1. Заданы координаты вершин треугольника A(-1;-2;4), B(-4;-1;2) и C(-5;6;-4). Найдите длину высоты BD.

2. Заданы координаты вершин треугольника A(6;5;-3), B(7;-5;1) и C(-1;-3;8). Докажите, что этот треугольник прямоугольный и найдите косинусы его острых углов.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1. Как определяется скалярное произведение векторов?

2. Как вычисляется скалярное произведение в координатах?

3. Каковы основные свойства скалярного произведения?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 60

Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

Цель работы: научиться использовать координаты и вектора при решении математических и прикладных задач.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Изучение скалярного произведения векторов, векторного уравнения прямой и плоскости. Применение теории при решении задач на действия с векторами, координатный метод, применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.

Ход работы.

Уровень А.

1. Отрезок, концы которого расположены в точках A(-4;2), B(8;-4), разделен на четыре части. Найдите координаты точек деления.

2. Определите координаты вершин треугольника ABC, если середины его сторон имеют координаты K(-4;2), L(1;6), M(-3;2). Найдите длину медианы AK.

3. Даны координаты двух смежных вершин параллелограмма A(-2;2) и B(2;5) и точки пересечения диагоналей K(0;6). Найдите координаты остальных вершин параллелограмма.

Уровень Б.

1. Даны координаты трех вершин параллелограмма A(3;-4;7), B(-5;3;-2) и C(1;2;-3). Найдите: 1) координаты четвертой вершины; 2) точку пересечения диагоналей; 3) длины сторон и диагоналей.

2. На оси ординат Oy найдите точку, находящуюся на одинаковом расстоянии от точек A(1;-4;7) и B(5;6;-5).

Уровень В.

1. Могут ли точки A(3;-2;-7), B(5;3;-2) и C(7;8;3) быть вершинами треугольника?

2. Даны координаты двух точек A(4;-2;2) и B(7;-6;4). Через точку B проведена прямая, Параллельная вектору$\overrightarrow{OA}$, где O – начало координат. Найдите координаты точки пересечения этой прямой с координатной плоскостью xOy.

2. Ответьте на контрольные вопросы

Как используют координаты и векторы при решении математических и прикладных задач?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 61

Координаты в пространстве. Действия над векторами.

Цель работы: научиться использовать координаты в пространстве.

Результаты (метапредметные): владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения.

Результаты (предметные): сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Виды деятельности: Ознакомление с доказательствами теорем стереометрии о взаимном расположении прямых и плоскостей с использованием векторов

Ход работы.

Уровень А.

1. Даны три точки в пространстве A(1;-2;4), B(3;4;-2) и C(0;-6;2). Найдите:

1) координаты середины отрезка AC; 2)координаты векторов $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$;

3) координаты точки D такой, что ABCD – параллелограмм;

4) расстояние от точки A до точки D.

2. Даны три точки A(1;2;0), B(2;3;0), C(3;4;7). Напишите уравнения:

1) прямой AB; 2) прямой, проходящей через B и параллельной оси Ox; 3) плоскости, содержащей все три данные точки;

Уровень Б.

1. Даны три точки в пространстве A(1;-2;4), B(3;4;-2) и C(0;-6;2). Найдите:

1) координаты точки, делящей отрезок AC на ось Ox в соотношении 1:2;

2) координаты векторов $2\overrightarrow{BC}$ и $3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{2AB}$; 3) на прямой AC координаты такой точки D, чтобы треугольник ABD был прямоугольный; 4) расстояние от точки A до прямой BC.

2. Даны три точки A(1;2;0), B(2;3;0), C(3;4;7). Напишите уравнения:

1) прямой, параллельной AB, проходящей через точку C;

2) прямой, проходящей через точку B параллельно оси Ox;

3) плоскости, содержащей точку C и параллельной плоскости ABO, где O – начало координат;

Уровень В.

1. Даны три точки в пространстве A(1;-2;4), B(3;4;-2) и C(0;-6;2). Найдите:

1) координаты точки, делящей проекцию отрезка AC на ось Ox в соотношении 1:2;

2) координаты векторов 3BC + BA и 2BC – BA + AC + 3BC;

3) координаты точки D, равноудаленной от точек A, B, C, координата z которой равна 2; 4) расстояние от точки A до плоскости BCO.

2. Даны три точки A(1;2;0), B(2;3;0), C(3;4;7). Напишите уравнения:

1) прямой, перпендикулярной AB, проходящей через точку C;

2) прямой, проходящей через точку B и перпендикулярной плоскости yOx;

3) плоскости, содержащей точку с координатами (1;1;1) и перпендикулярной плоскости ABO и ABC, где O – начало координат.

2. Ответьте на контрольные вопросы

1. Как вычисляются координаты вектора в пространстве?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №62

Определение взаимного расположения прямых и угла между ними. Определение взаимного расположения прямых и плоскостей.

Цель работы: научиться определять расположения прямых в пространстве и находить угол между ними.

Результаты (*метапредметные):*

целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира; владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; ***предметные:***

сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Формулировка и приведение доказательств признаков взаимного расположения прямых и плоскостей. Распознавание на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей, аргументирование своих суждений.

Ход работы:

Задание 1.Выполните тест «Прямые в пространстве».

Вариант 1.

1.Прямая а, параллельная прямой b, пересекает плоскость α. Прямая с параллельна прямой b, тогда: а) прямые а и с пересекаются; б) прямая с лежит в плоскости α;в) прямые а и с скрещиваются; г) прямые а и с параллельны.

2. Каким может быть взаимное расположение прямых а и b, если через прямую а можно провести плоскость, параллельную прямой b?

а) скрещиваются или пересекаются; б) скрещиваются или параллельны;

в) только скрещиваются; г) только параллельны.

3. Прямые а и в лежат в параллельных плоскостях, следовательно эти прямые

а)скрещиваются или пересекаются; б) скрещиваются или параллельны;

в) только скрещиваются; г) только параллельны.

4. Каким может быть взаимное расположение двух прямых, если обе они параллельны одной плоскости?

а) только параллельны; б) все случаи взаимного расположения; в) только скрещиваются; г) только пересекаются.

5. Прямая а параллельна плоскости α. Какое из следующих утверждений верно?

а) Прямая а параллельна любой прямой, лежащей в плоскости α; б) прямая а не пересекает ни одну прямую, лежащую в плоскости α; в) прямая а скрещивается со всеми прямыми плоскости α; г) прямая а имеет общую точку с плоскостью .

Задание 6.Закончите предложение:

1) прямая называется перпендикулярной к плоскости, если …

2) прямая перпендикулярна плоскости, если она …

3) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они …

4) если плоскость перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она …

5) расстоянием от точки до плоскости называется …

Задание 7.Решите задачу:

Дано: точка М лежит вне плоскости α, а точки А, В, и С лежат в этой плоскости.

Определите: принадлежит ли точка F плоскости α ? 2. Укажите прямую пересечения плоскостей α и (АВМ), (АВМ) и (ВМС); 3. Может ли точка С принадлежать плоскости α? 4. Принадлежит ли прямая АС плоскости (МВС)?

Задание 8.Тест «Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости»
Вариант 1.

1. К плоскости проведены две равные наклонные. Равны ли их проекции?

2. Какое из следующих утверждений верно?

а) Две прямые перпендикулярные третьей перпендикулярны между собой;

б) прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна хотя бы одной прямой, лежащей в этой плоскости;

в) две прямые, перпендикулярные к плоскости, перпендикулярны между собой;

г) прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

3. Прямая m перпендикулярна к прямым a и b, лежащим в плоскости α, но m не перпендикулярна к плоскости α. Выясните взаимное расположение прямых a и b.

а) параллельны; б) пересекаются; в) скрещиваются; г) определить нельзя.

4. Прямая a перпендикулярна к прямым c и b, лежащим в плоскости α, прямая a перпендикулярна к плоскости α. Выясните взаимное расположение прямых c и b.

а) только параллельны; б) только пересекаются; в) параллельны или пересекаются; г) определить нельзя.

5. В треугольнике АВС, АН – высота треугольника. Вне плоскости АВС выбрана точка Д, причем ДВ ⊥ ВС, ДВ ⊥ АВ . Плоскости ДВС перпендикулярна прямая

а) АД; б) АВ; в) АН; г) АС.

2 уровень

Тест «Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости»

1. Какое из следующих утверждений неверно?

а) Если прямая перпендикулярна к двум прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости;

б) если прямая перпендикулярна к плоскости, то она ее пересекает;

в) если две плоскости перпендикулярны к прямой, то они параллельны;

г) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

2. Две наклонные, проведенные к плоскости, имеют равные проекции. Равны ли сами наклонные?

3. Если одна из двух скрещивающихся прямых перпендикулярна к плоскости, то будет ли перпендикулярна к этой плоскости вторая прямая?

а) Да; б) да, но при определенных условиях; в) определить нельзя; г) нет.

4. Точка E не принадлежит плоскости прямоугольника ABCD. $BE \perp AB$, $BE \perp BC$. Тогда прямая CD и плоскость BCE:

а) параллельны; б) перпендикулярны; в) определить их взаимное расположение нельзя ; г) прямая лежит в плоскости.

5. АВСД – квадрат. Вне его плоскости выбрана точка К, причем $KA \perp AB$. Плоскости АКД перпендикулярна прямая

а) ДС; б) КС; в) ВК; г) ВС.

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №63

Применение признаков и свойств параллельных и перпендикулярных плоскостей.

Цель работы: научиться определять расположения прямых и плоскости, находить угол между ними.

Результаты (*метапредметные*):
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметные:
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения

распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.

Ход работы: 1 уровень

1. Приведите примеры параллельных плоскостей из окружения.

2.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M – середина A_1B_1, N – середина B_1C_1, К – середина AD, P – середина DC. Определить взаимное расположение плоскостей

а) MNK и MNP;

б) $A_1B_1C_1$ и ADC.

3.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M – середина A_1B_1, N – середина B_1C_1, К – середина AD,P – середина DC. Определить взаимное расположение плоскостей

а) MKP и BB_1D;

б) D_1KP и BMN.

4.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M – середина A_1B_1, К – середина AD, P – середина DC. Определить взаимное расположение плоскостей

а) A_1DC_1 и AB_1C;

б) AC_1C и MKP.

4.Дано: $ABCDA_1B_1C_1D1$ - куб.

K, M, N - середины ребер B_1C_1, D_1D, D_1C_1 соответственно,

P - точка пересечения диагоналей грани AA_1B_1B.

Определите взаимное расположение:

1. плоскостей: (AA_1B_1B) и (DD_1C_1C), (AB_1C_1D) и (BB_1D_1D), (AA_1D_1D) и (BB_1C_1C) .

2 уровень

Задание 3. Выполните тест.

1. Дано две параллельные плоскости . Точка М не лежит ни на одной из них. Сколько всего существует прямых , которые проходят через точку М и параллельные плоскости .

А) одна; Б) две; В) бесчисленное множество

2. Известно, что две смежные стороны прямоугольника параллельные плоскости . Какое взаимное расположение плоскости прямоугольника и плоскости ?

А)параллельные; Б)пересекаются; В) совпадают или параллельные;

Г) совпадают

3. Какое взаимное расположение диагоналей противолежащих граней AA_1B_1B и DD_1C_1C куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$?

А) параллельные; Б) скрещивающиеся; В) параллельные или скрещивающиеся; Г) пересекаются; Д)) пересекаются или скрещивающиеся

4.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ через середины ребер B_1C_1, C_1D_1 и DC- точки K, L и M соответсвенно, проведена секущая плоскость KLM. Какая из перечисленных плоскостей параллельна плоскость KLM?

А) ABD; Б) ADD_1, В) BDD_1, Г)$A_1B_1C_1$. Д)ABC

Ответьте на вопросы:

1) Как могут располагаться две плоскости в пространстве?

2) Сформулируйте признак параллельности плоскостей.

3) Приведите примеры параллельных плоскостей.

4)Дайте определение параллельных плоскостей.

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №64

Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.

Цель работы: научиться применить полученные данные при решении простейших задач.

Результаты:
метапредметные:

- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметные:

- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.

Ход работы

Разберите алгоритм решения задачи и запишите его полное решение:

Задача №1:Дано: ΔABC, BD $\perp$ (ABC), BD = 9 см, AC = 10 см, BC = BA = 13 см.

Найти: а) расстояние от точки D до AC;

Решение: а) 1. DB – перпендикуляр, AC и DA – наклонные, так как BA = BC – проекции, то DA=DC. б) ΔDAC – равнобедренный, DK – высота, медиана и биссектриса, DK – расстояние от точки D до AC.

3. ΔBKA, $\angle K = 90$, BK = $\sqrt{BA^2 - AK^2}$, BK = $\sqrt{13^2 - 5^2}$ = $\sqrt{8 \cdot 18}$ = 12 (см).

4. Δ DBK, $\angle B = 90$, DK = $\sqrt{BD^2 + BK^2}$, DK = $\sqrt{81 + 12^2}$ = $\sqrt{225}$ = 15 (см).

Задача №2:Через вершину B ромба ABCD проведена прямая BM перпендикулярно к его плоскости. Найти расстояние от точки M до прямых, содержащих стороны ромба, если AB = 25 см; < BAD = 60º; BM = 12,5 см.

Решение: Проведем BK $\perp$ AD. BK – проекция наклонной MK на плоскость ромба; AD $\perp$ BK, то AD $\perp$ MK (по теореме о трех перпендикулярах). Длина MK – расстояние от точки M до прямой AD . ME – расстояние от точки M до прямой DC. Из треугольника ABK: BK = ABsin60º = $\frac{25\sqrt{3}}{2}$. Δ MBK – прямоугольный ($\angle B$ = 90º), так как MB $\perp$ (ABC); MK = $\sqrt{BK^2 + MB^2}$ = 25 (см).

ВК = ВЕ (как высоты ромба); $\Delta MBK = \Delta MBE$ (по двум катетам, как прямоугольные); МЕ = МК = 25 (см). Расстояние от точки М до прямых АВ и ВС равны длине перпендикуляра МВ, то есть 12,5 см.

Ответ: 25 см; 25 см; 12,5 см; 12,5 см.

1.Выполните чертежи для задач №1 и №2

2.Решите задачу: 1.Изобразить точку М, не принадлежащую плоскости прямоугольника ABCD и равноудалённую от всех его вершин.

Ответьте на вопросы к чертежу: а) Куда проектируется эта точка ? Назовите отрезок, длина которого равна расстоянию от точки до плоскости прямоугольника? 3.Из точки М, не принадлежащей плоскости, провести две наклонные МА и МВ и перпендикуляр МО.

б)1. Какая точка является проекцией точки М? 2.Назовите отрезок, который равен расстоянию от точки М до плоскости?3. Если МА=9см, а МВ=12см, то проекция которой наклонной будет больше?4. Если АО=3см, а ОВ=1см, то которая наклонная длиннее?5. Если МА : МВ = 5 : 6, то проекция которой наклонной будет больше?

1.Как называется линия, соединяющая основания перпендикуляра и наклонной? а) отрезок; б) угол; в) проекция; г) расстояние.
2. Прямая проведенная в плоскости и перпендикулярная проекции наклонной на эту плоскость, перпендикулярна и...а) самой себе; б) самой наклонной; в) самой проекции;
г) самому перпендикуляру.

3. Расстояние от точки до прямой равно длине...а) наклонной; б) медианы; в) проекции; г)перпендикуляра
4. Из двух наклонных, исходящих из одной точки, не лежащей на данной плоскости, больше та, у которой...а)перпендикуляр больше; б) проекция меньше; в) проекция больше;
г) перпендикуляр меньше.

5. Задача. Точка А не лежит в плоскости, а точка Е - принадлежит этой плоскости. АЕ = 13, проекция этого отрезка на плоскость равна 5. Каково расстояние от точки А до данной плоскости? а) 144;б) 8;в) 18;г) 12.
6.Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №65

Определение расстояния от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями. Вычисление двугранных углов.

Цель работы: научиться применить полученные данные при решении простейших задач.

Результаты:
метапредметные:
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметные:
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

Виды деятельности: Изображение на рисунках и конструирование на моделях перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью и обоснование построения.

Ход работы:

Задание 1.Решите самостоятельно задачи:

1.Найдите расстояние между точкой А с координатами (2, 3, -1) и плоскостью, заданной уравнением: $7x-6y-6z+20=0$
2.Определите расстояние между параллельными плоскостями, заданными уравнениями:$6x+6y-3z+10=0$ и $6x+6y-3z+28=0$.
3.Найти расстояние от точки К до плоскости равностороннего треугольника со стороной равной 6 см и равноудаленной от его вершин на расстояние равное 8 см.4. Точка М находится на расстоянии 15 см от всех вершин треугольника со сторонами 6 см, 10 см и 8 см. Найти расстояние от точки М до плоскости треугольника.

Задание 2.Ответьте на вопросы: 1)Что является расстоянием от точки до плоскости? 2)Какую теорему применили для решения задач? 3)Сдайте работу преподавателю.

Задание 3.Решите самостоятельно задания: а)Дано: KMPT-тетраэдр;ΔTMK правильный; Q-середина KM,Q-проекция Р на TMK Указать: линейный угол для двугранного угла PTMK; б)Выполните чертёж к задаче. в)Решите задачу: Параллельные прямые AB и CD лежат в разных гранях двугранного угла, равного 60°. Точки А и D удалены от ребра двугранного угла соответственно на 8 см и 6,5 см. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

Задание 4.Ответьте на вопросы: 1.Дайте определение двугранного угла 2.Дайте определение линейного угла для данного двугранного угла. 3.Укажите количество линейных углов для данного двугранного угла.

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 66

***Построение куба, параллелепипеда и их сечений*.**

Цель работы:научиться строить куб, параллелепипед и их сечения.

Результаты (*предметные):*

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

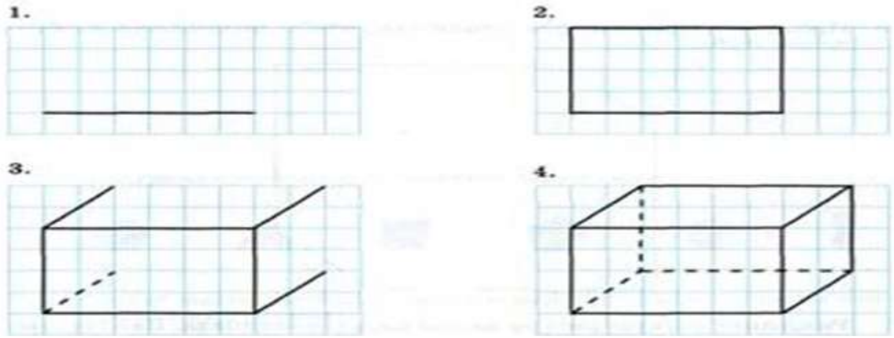
Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников.Построение простейших сечений куба, призмы. Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

Ход работы:

1. Подсчитайте число вершин (В), ребер (Р) и граней (Г) следующих многогранников и проверьте справедливость формулы Эйлера: В-Р+Г=2. 1) куб; 2) параллелепипед.

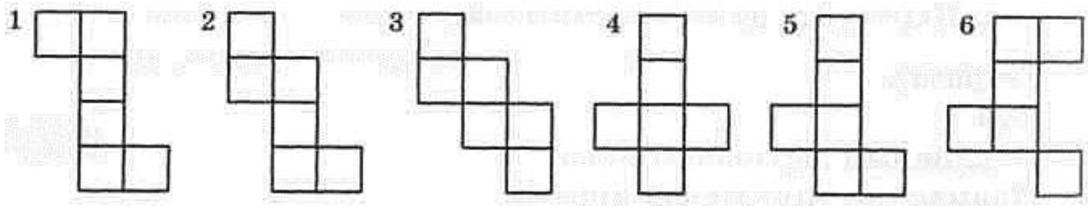
2.Построение параллелепипеда:



3. Нарисуйте на плоскости 1) куб, 2) наклонный параллелепипед, 3) прямоугольный параллелепипед.

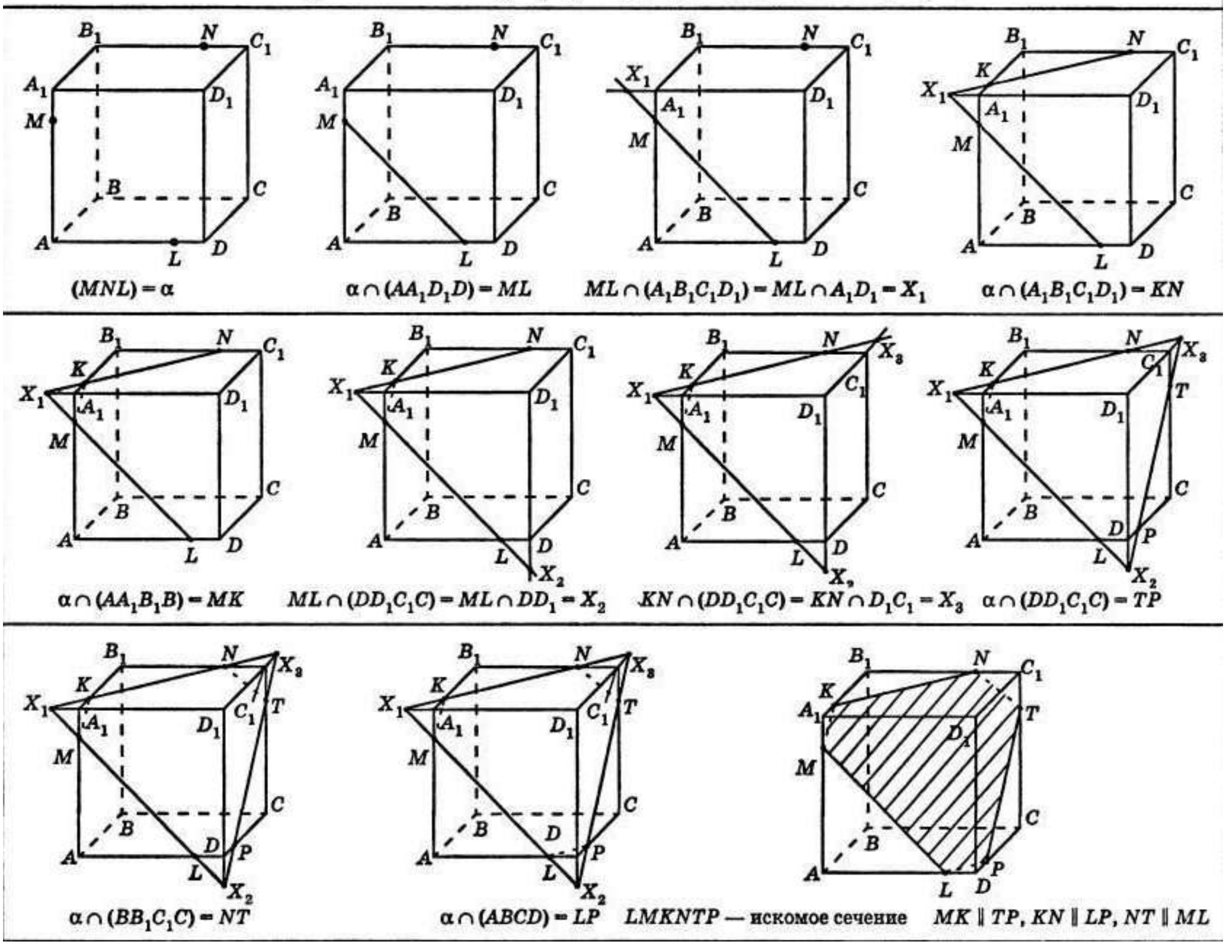
4.

Какие из приведенных фигур могут быть развертками поверхности куба?



Построение сечения куба

Построить сечение куба, проходящее через точки M, N, L.



5.

6. Нарисуйте на плоскости сечения тел:

1) сечения куба в форме n – угольника (n=3, 4, 5, 6)

2) сечения куба плоскостью, проведенной через некоторую точку диагонали куба перпендикулярно к ней.

7. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Нарисуйте прямые, которые проходят через указанную точку перпендикулярно указанной прямой:

а) точка C и прямая C_1D_1;

б) точка C_1 и прямая BD;

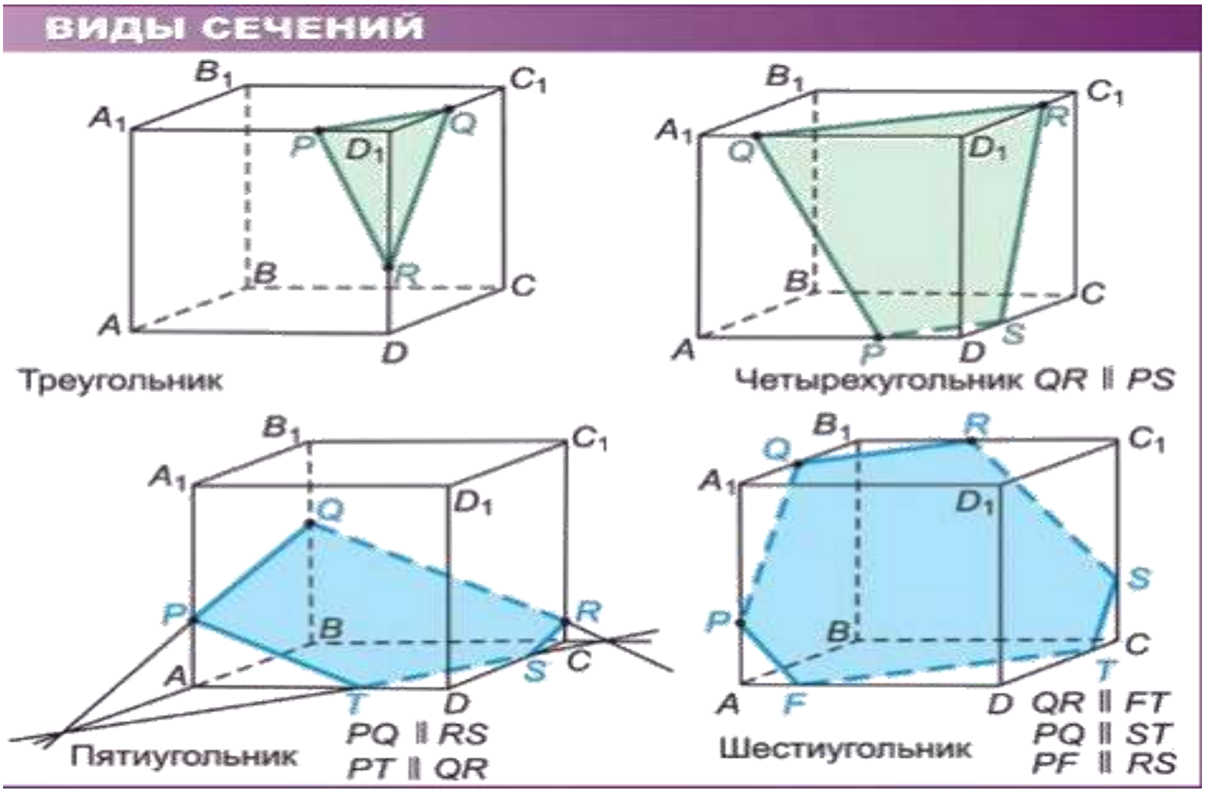
в) точка B_1 и прямая AC;

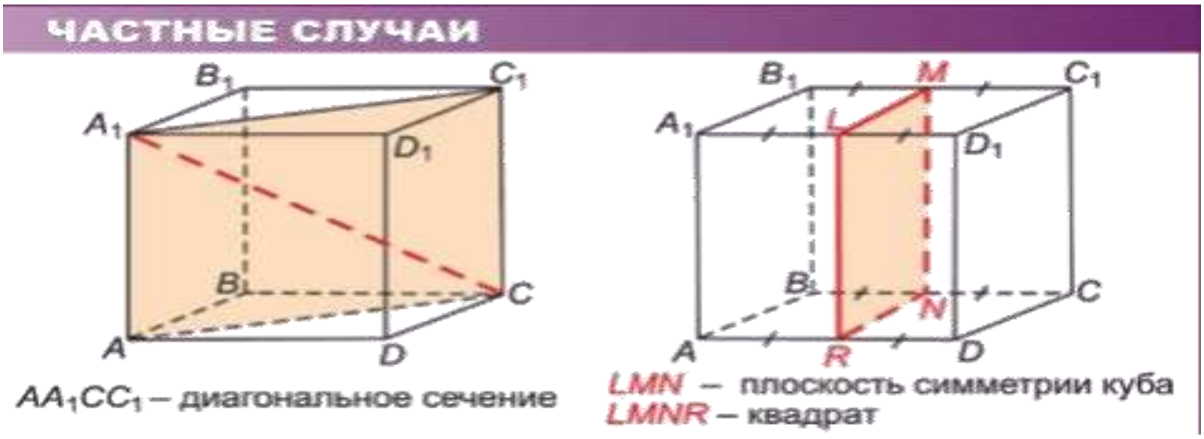
г) точка B и прямая B_1D.

8.

Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точку на боковом ребре и две точки на ребрах основания, не смежных с этим боковым ребром.

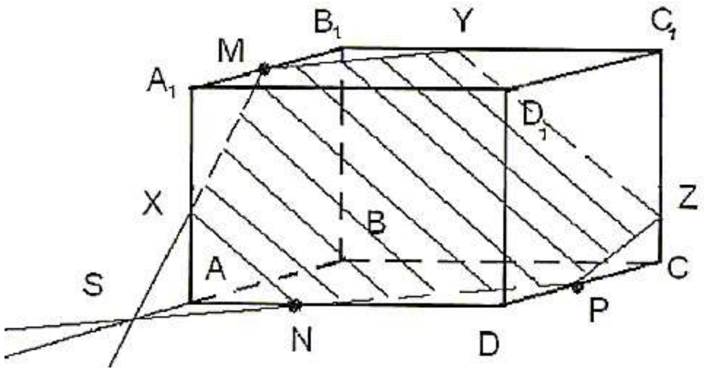
9. Построение сечений параллелепипеда





Задача с ответом: Построить сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки M, N, P (точки указаны на чертеже).

Решение.



1) Точки N и P лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проодящую через эти точки. Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда.

2) Продолжим прямую, на которой лежит сторона AB параллелепипеда. Прямые AB и NP пересекутся в некоторой точке S. Эта точка принадлежит плоскости сечения.

3) Так как точка M также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую AA_1 в некоторой точке X.

4) Точки X и N лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D, соединим их и получим прямую XN.

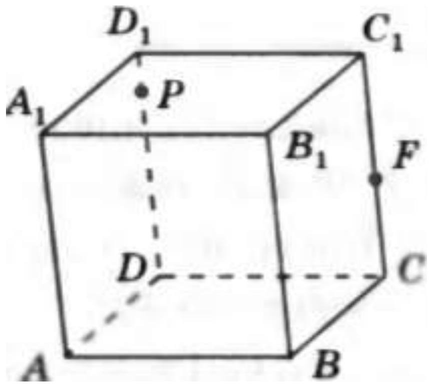
5) Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку M можно провести прямую в грани $A_1B_1C_1D_1$, параллельную прямой NP. Эта прямая пересечет сторону B_1C_1 в точке Y.

6) Аналогично проводим прямую YZ, параллельно прямой XN. Соединяем Z с P и получаем искомое сечение – MYZPNX.

8. На ребрах DD_1 и CC_1 параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отмечены точки P и F. Постройте точку пересечения:

а) прямой PF с плоскостью ABC;

б) прямой BF с плоскостью $A_1B_1C_1$.



9.

В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка F

лежит на ребре AD, T – внутренняя точка грани CC_1D_1D.

а) Через точку T проведите плоскость α, параллельную плоскости B_1BF.

б) Постройте линию пересечения плоскости α с плоскостью AA_1D_1.

10. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки F, P и E лежат на ребрах AD, CC_1 и DD_1. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью FPE.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 67

Вычисление основных элементов куба и параллелепипеда.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы куба и параллелепипеда.

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

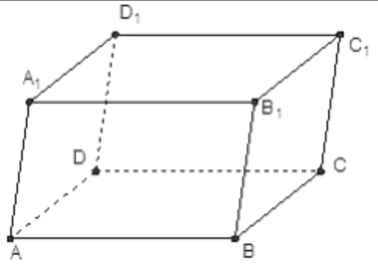
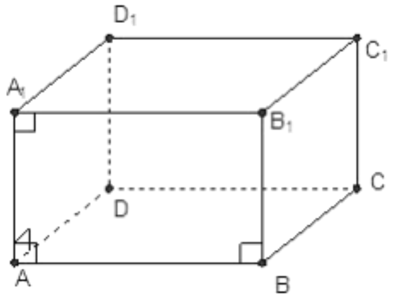
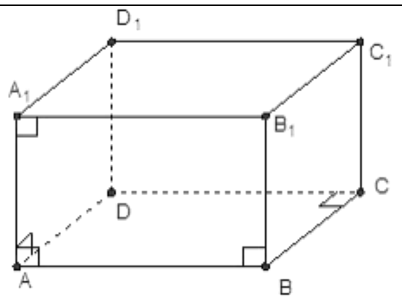
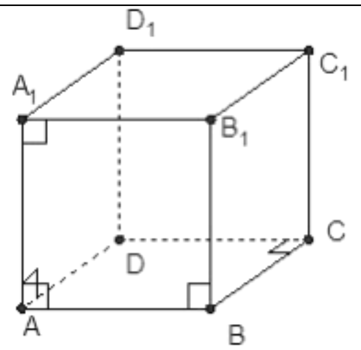
метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

Ход работы:

Виды параллелепипеда	Рисунок	Свойства
Параллелепипед		Наклонная четырехугольная призма, все грани которой паралллелограммы. Противоположные грани параллелепипеда равны.
Прямой параллелепипед		Прямая четырехугольная призма, основания $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ которой – параллелограммы. Высота прямого параллелепипеда равна длине бокового ребра.
Прямоугольный параллелепипед		Прямая четырехугольная призма, основания $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ которой – прямоугольники. Все грани прямоугольного параллелепипеда являются прямоугольниками.
Куб		Правильный параллелепипед, у которого все грани равные квадра ты. У куба все ребра равны и попарно перпендикулярны. Высота куба равна длине ребра.

1. Запишите формулу, связывающую диагональ параллелепипеда и его измерения.

2. Боковое ребро прямого параллелепипеда 5 м, стороны основания 6 м и 8 м, а одна из диагоналей основания 12м. Найдите диагонали параллелепипеда.

3. Ребра и высота прямоугольного параллелепипеда равны 4 см, 4 см и 2 см соответственно. Вычислите диагональ параллелепипеда.

4. В прямоугольном параллелепипеде, измерения которого 8см, 6см, 5см. Найдите: диагональ параллелепипеда.

5. В прямоугольном параллелепипеде, измерения которого 4м, 4м, 3м. Найдите: 1) диагональ параллелепипеда; 2) площадь диагонального сечения.

6. В прямоугольном параллелепипеде, измерения которого 7м, 5м, 2м. Найдите: 1) диагональ параллелепипеда; 2) площадь диагонального сечения.

7. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 33 дм, а его измерения относятся, как 2 : 6 : 9. Найти измерения параллелепипеда.

8. Вычислите угол между диагональю куба и его основанием.

9. Вычислите острый угол между диагоналями куба.

10. Какой длины нужно взять проволоку для изготовления каркаса куба со всеми его диагоналями, если ребро куба равно 10 см?

11. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна 12 см. Диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите боковое ребро призмы.

12. Вычислите диагонали прямого параллелепипеда, каждое ребро которого равно a, а угол в основании равен 60°.

13. В прямоугольном параллелепипеде стороны 5 и 12. Диагональ параллелепипеда образует угол 45°с плоскостью основания. Найти боковое ребро и площадь диагонального сечения.

14. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 15 и 8, площадь диагонального сечения 340. Найти боковое ребро.

15. Основание прямоугольного параллелепипеда ромб с диагоналями 10 и 24. Высота параллелепипеда 10. Найти большую диагональ параллелепипеда.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 68

Построение прямой и наклонной призмы и их сечений.

Цель работы: научиться строить прямую и наклонную призму и их сечения.

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

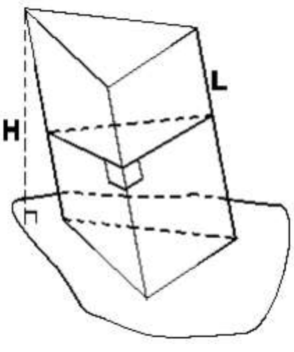
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

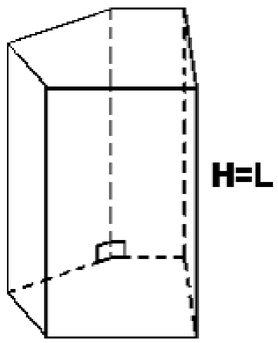
Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач. Характеристика и изображение сечения. Построение простейших сечений призмы.

Ход работы:

Примеры призмы:

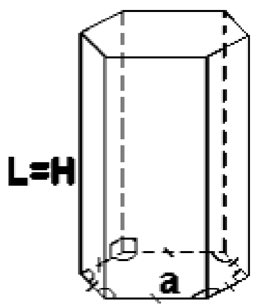
Призма	Рисунок	Свойства
Наклонная призма		Боковые ребра неперпендикулярны плоскостям оснований. Основание – произвольный многоугольник.

Прямая призма



Боковые ребра перпендикулярны плоскостям оснований. Основание – произвольный многоугольник. Боковые грани прямой призмы – прямоугольники. Высота прямой призмы равна длине бокового ребра.

Правильная призма

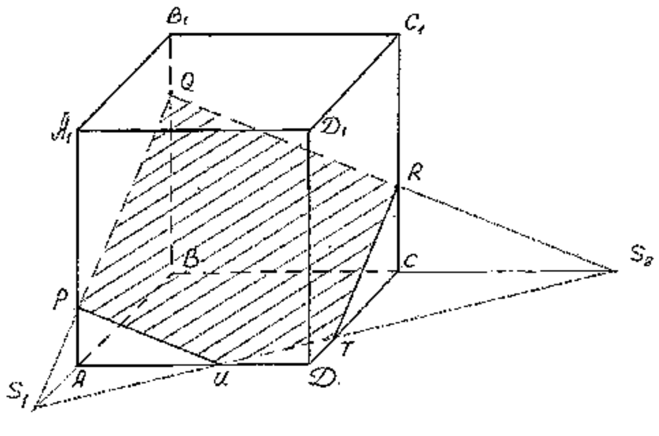


Боковые ребра перпендикулярны плоскостям оснований. Основание – равносторонний многоугольник. Боковые грани правильной призмы – прямоугольники. Высота правильной призмы равна длине бокового ребра.

1. Нарисуйте на плоскости: 1) треугольную прямую призму, 2) постройте прямую четырехугольную призму, 3) постройте наклонную четырехугольную призму.

2. Задача с решением: Построить сечение призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки P, Q, R (точки указаны на чертеже).

Решение.



1) Построим след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы. Рассмотрим грань AA_1B_1B. В этой грани лежат точки сечения P и Q. Проведем прямую PQ.

2) Продолжим прямую PQ, которая принадлежит сечению, до пересечения с прямой AB. Получим точку S_1, принадлежащую следу.

3) Аналогично получаем точку S_2 пересечением прямых QR и BC.

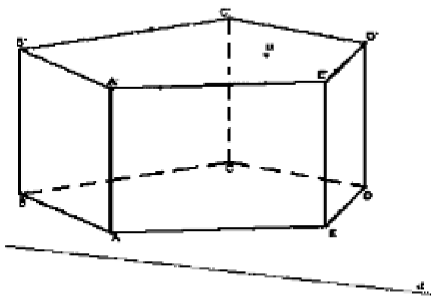
4) Прямая S_1S_2 - след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы.

5) Прямая S_1S_2 пересекает сторону AD в точке U, сторону CD в точке T. Соединим точки P и U, так как они лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D. Аналогично получаем TU и RT.

6) PQRTU – искомое сечение.

3. Построить сечение треугольной призмы призмы $ABCA_1B_1C_1$, проходящее через точки: *K* – принадлежит ребру AA_1, *L* – принадлежит грани AA_1B_1B, *M* – принадлежит грани ABC.

4. Построить сечение призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$. Точка M принадлежит верхнему основанию, прямая d лежит в плоскости нижнего основания



5. Задачи разного уровня:

Группа А

1. Построить сечения призмы ABCA1B1C1 плоскостями, заданными следующими точками P, Q и R: а) P лежит на ребре BB1, Q лежит на ребре AC, R лежит на продолжении ребра CC1 , причем точка C1 лежит между точками C и R; б) P лежит в грани AA1B1B, Q лежит на ребре AC, R лежит в грани BB1C1C; в) P лежит на ребре A1B1, Q — точка отрезка DC1, где точка D лежит на ребре AB, R лежит на продолжении ребра BC, причем C лежит между точками B и R.

2. Построить сечения призмы ABCDA1B1C1D1 плоскостями, заданными следующими точками P, Q и R: а) P лежит на ребре A1B1, Q лежит в грани

ABCD, R лежит на ребре DD1 ; б) P лежит в грани AA1B1B, Q лежит в грани AA1D1D, R лежит в грани CC1D1D; в) P лежит на диагонали AC1, Q лежит на диагонали B1D, R лежит на ребре C1D1 .

3. Построить сечения шестиугольной призмы ABC . . . D1E1F1 плоскостями, заданными следующими точками P, Q и R: а) P лежит на ребре DD1, Q лежит на ребре AB, R лежит на ребре AF; б) P лежит в грани BB1C1C, Q лежит на ребре E1F1, R лежит на ребре AF; в)P лежит на диагонали BD1, Q лежит на диагонали AE, R лежит на ребре BC .

5. Построить сечения призмы ABCA1B1C1 плоскостями, проходящими через прямую AQ, где точка Q лежит на ребре CC1, и точку P, заданную следующим образом: а) P лежит в грани A1B1C1; б) P лежит на прямой C1M, где точка M лежит на ребре A1B1 и находится между точками C1 и P; в) P лежит на отрезке C1K, где точка K лежит на ребре AB.

Группа Б

1. На ребрах BB1 и CC1 призмы ABCA1B1C1 заданы соответственно точки P и Q. Построить сечения призмы следующими плоскостями: а) плоскостью, проходящей через прямую BQ, параллельно прямой AP; б) плоскостью, проходящей через прямую C1P, параллельно прямой AQ; в) плоскостью, проходящей через прямую AQ, параллельно прямой CP и плоскостью, проходящей через прямую CP, параллельно прямой AQ.

2. На ребре BB1 призмы ABCA1B1C1 задана точка P, а в грани ABC — точка Q. Построить сечения призмы следующими плоскостями: а) плоскостью, проходящей через прямую C1Q, параллельно прямой AP и плоскостью, проходящей через прямую AP, параллельно прямой C1Q; б) плоскостью, проходящей через прямую CP, параллельно прямой C1Q и плоскостью, проходящей через прямую C1Q, параллельно прямой CP; в) плоскостью, проходящей через прямую CP, параллельно прямой B1Q и плоскостью, проходящей через прямую B1Q, параллельно прямой CP .

3. В грани ABCD призмы ABCA1B1C1 задана точка P. Построить сечения призмы следующими плоскостями: а) плоскостью, проходящей через прямую D1P, параллельно прямой B1D и плоскостью, проходящей через прямую B1D, параллельно прямой D1P; б) плоскостью, проходящей через прямую A1P, параллельно прямой DB1 и плоскостью, проходящей через прямую DB1 параллельно прямой A1P; в) плоскостью, проходящей через прямую B1P, параллельно прямой A1C и плоскостью, проходящей через прямую A1C параллельно прямой B1P.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 69

Вычисление основных элементов призмы.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы призмы.

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

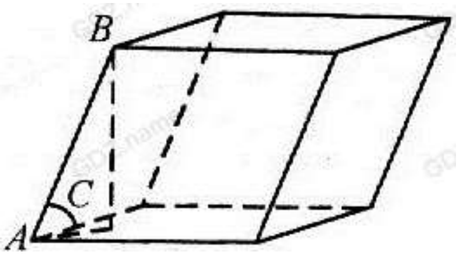
Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

Ход работы:

1. Задача с решением. Боковое ребро наклонной призмы равно 15 см и наклонено к плоскости основания под углом 30^o. Найдите высоту призмы.

Решение:



BO - перпендикуляр в основанию, так что ΔABO- прямоугольный.

Значит $BC=AB\cdot sinBAC$=1,5$\cdot sin30^o$ =7,5 (см).   Ответ: 7,5 см.

2. Задача с решением.В правильной четырехугольной призме площадь основания равны 144 $см^2$, а высота рана 14см. Определить диагональ этой призмы.

Решение:

Так как призма правильная, то в основании ее лежит квадрат и его площадь равна :$S=a^2$

Тогда $a= \sqrt{S} = \sqrt{144} = 12$ (см)

Далее, заметим, что правильная четырехугольная призма является прямоугольным параллелепипедом, так что квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трех его измерений, так что:

$d^2=a^2+a^2+h^2=12^2+12^2+14^2=484$, d= 22(см)

3. Высота наклонной призмы равна 4√3 см. Найти боковое ребро призмы, если оно образует с плоскостью основания угол 60^o.

4. Основанием прямой призмы служит ромб; диагонали призмы и высота соответственно равны 8, 5 и 2 см. Вычислите сторону основания призмы.

5. В треугольной наклонной призме расстояния между боковыми ребрами равны 20, 34 и 42. Найдите расстояния между большей и боковой гранью и противоположным ей боковым ребром.

6. Диагональ правильной четырёхугольной призмы образует с плоскостью боковой грани угол 30°. Найдите угол между диагональю и плоскостью основания.

7. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция с основаниями *a* и b и высотой h. Найдите острый угол, образованный двумя соседними боковыми гранями.

8. В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит правильный треугольник со стороной 4. Прямые AB_1 и CA_1 перпендикулярны. Найдите высоту призмы.

9. Основание прямой призмы – треугольник ABC, в котором $AB=\sqrt{7}$, $AC=2$, $BC=3$. Найдите двугранный угол при боковом ребре CC_1.

10. Диагональ AC основания прямой призмы $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$ равна 6 см, а высота призмы равна $6\sqrt{3}$ см. Найдите угол наклона диагонали A_1C к плоскости основания.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 70

Построение пирамиды и ее сечений.

Цель работы: научиться строить пирамиду и ее сечения

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

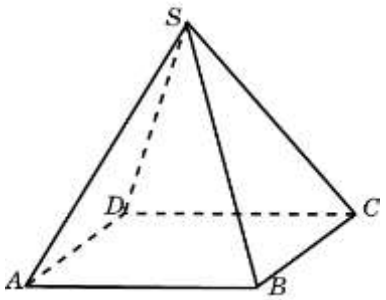
Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников..

Характеристика и изображение сечения. Построение простейших сечений пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии.Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

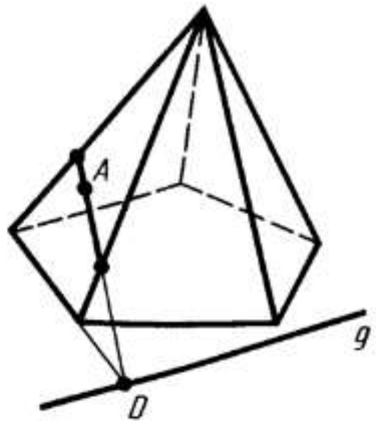
Ход работы:

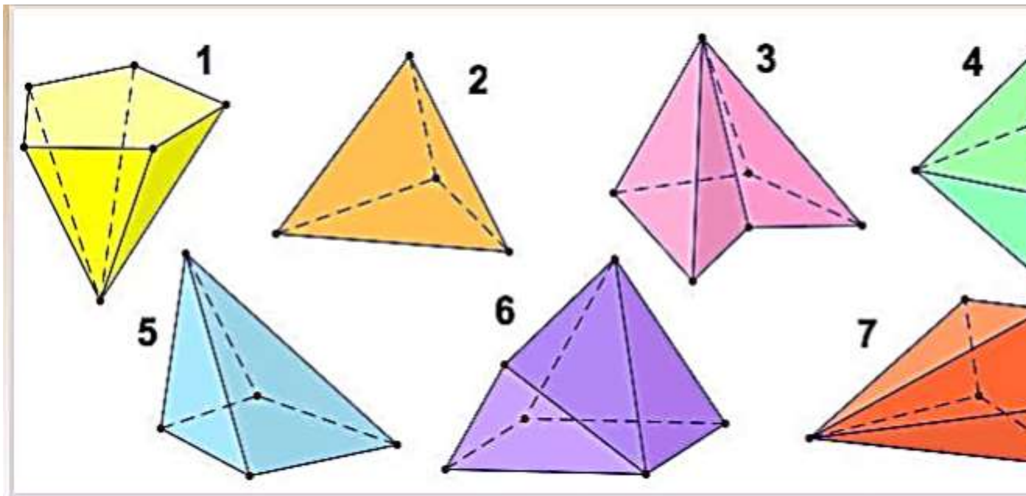
В соответствии с правилами параллельного проектирования изображение пирамиды строится следующим образом. Сначала строится основание. Это будет некоторый плоский многоугольник. Затем отмечается вершина пирамиды, которая соединяется боковыми ребрами с вершинами основания. На рисунке показано изображение четырехугольной пирамиды.



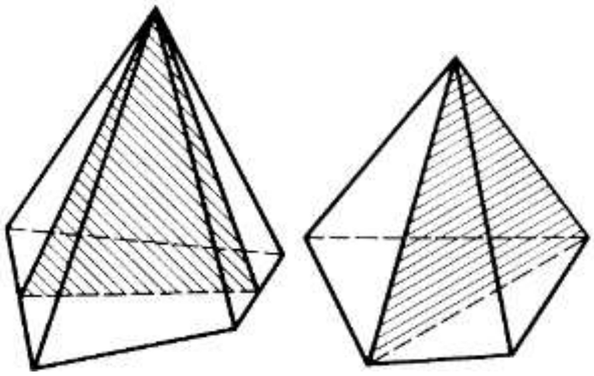
1. Нарисуйте на плоскости: 1) треугольную пирамиду, 2) постройте правильную четырехугольную пирамиду, 3) постройте наклонную треугольную пирамиду; 4) постройте тетраэдр.

2. Среди многогранников выберите те, которые являются пирамидой.





Сечения пирамиды плоскостями, проходящими через ее вершину, представляют

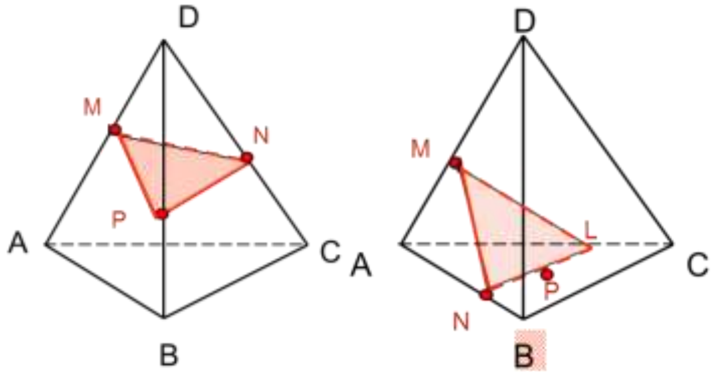


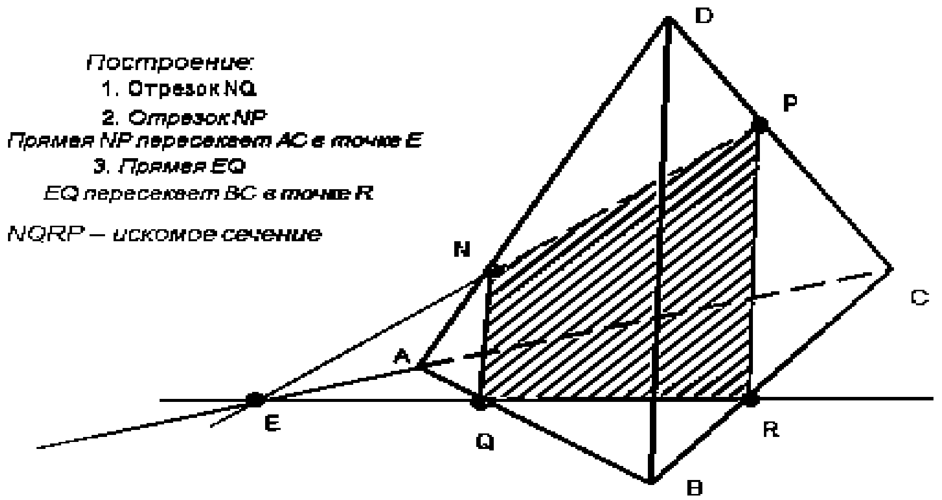
собой треугольники.

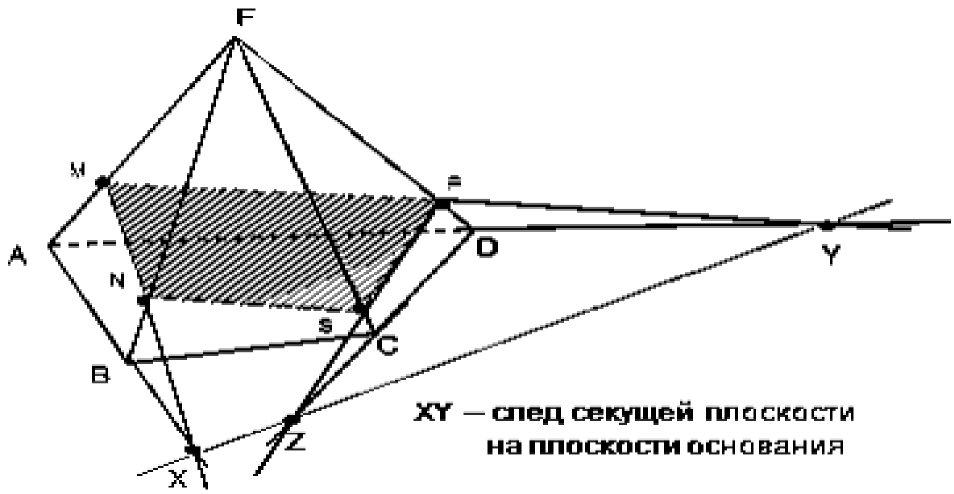
В частности, треугольниками являются диагональные сечения. Это сечения плоскостями, проходящими через два несоседних боковых ребра пирамиды. Сечение пирамиды плоскостью с заданным следом g на плоскости основания строится так же, как и сечение призмы. Для построения сечения пирамиды плоскостью достаточно построить пересечения ее боковых граней с секущей плоскостью.

Если на грани, не параллельной следу g, известна какая-нибудь точка A, принадлежащая сечению, то сначала строится пересечение следа g секущей плоскости с плоскостью этой грани — точка D на рисунке. Точка D соединяется с точкой A прямой. Тогда отрезок этой прямой, принадлежащий грани, есть пересечение этой грани с секущей плоскостью. Если точка A лежит на грани, параллельной следу g, то секущая плоскость пересекает эту грань по отрезку, параллельному прямой g. Переходя к соседней боковой грани, строят ее пересечение с секущей плоскостью и т. д. В итоге получается требуемое сечение пирамиды.

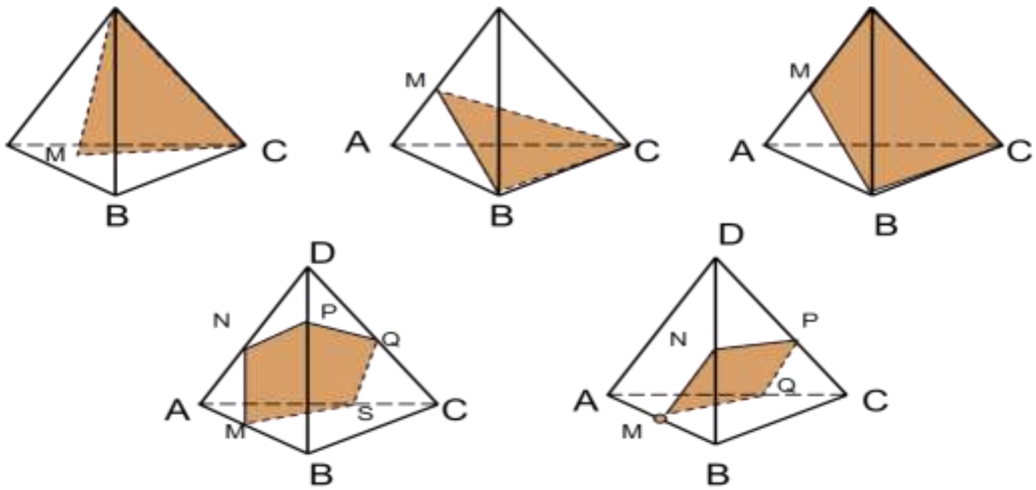
2. Построение сечения тетраэдра плоскостью, заданной тремя точками:







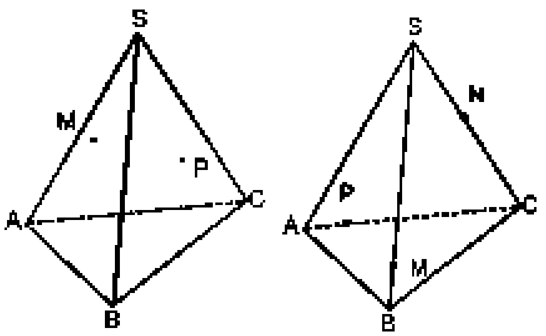
3. На каких рисунках сечение построено не верно?



4. Постройте пирамиду SABCDE и ее сечение плоскостью, проходящей через её вершину и точки A и D.

5. Изобразите тетраэдр DABC и постройте сечения этого тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости грани ABC, если: а) точки M является серединой ребра AD; б) точка M лежит внутри грани ABD.

6. Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки B, M и N, где точки M и N принадлежат, соответственно, граням ABS и BCS.



7. Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки M, N, P.

8. Построить сечение правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками на ее боковых ребрах.

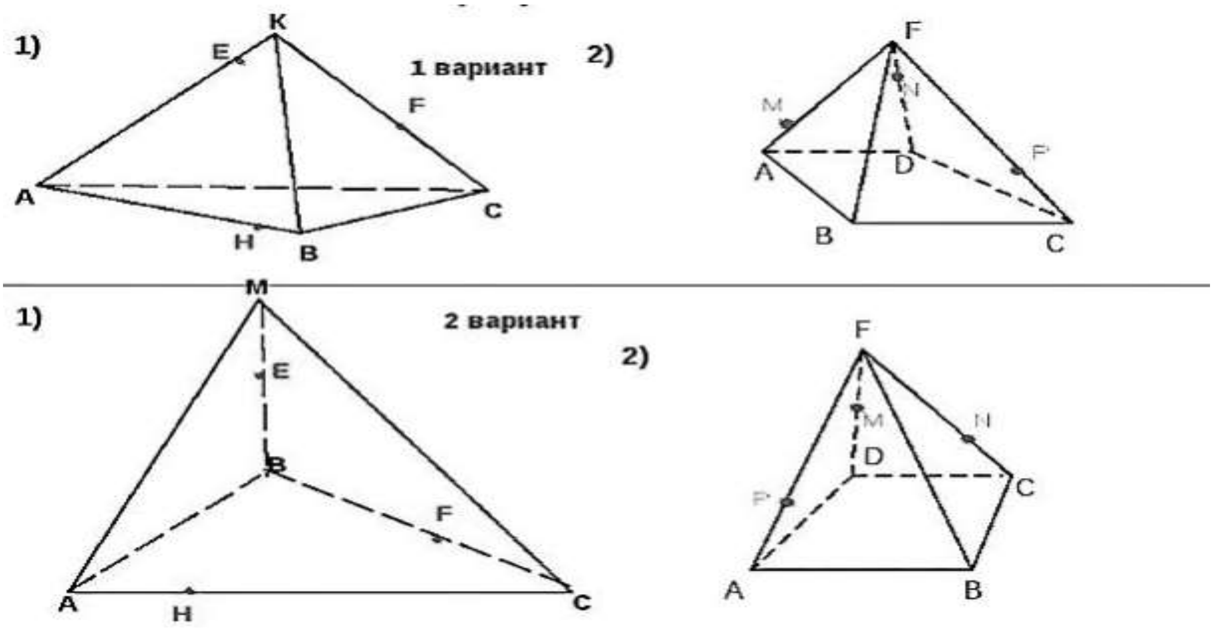
9. Построить сечение пятиугольной пирамиды плоскостью, заданной тремя точками на ее ребрах.

10. Постройте сечение пятиугольной пирамиды PABCDE плоскостью (KQR), где K, Q - внутренние точки ребер соответственно PA и PC, а точка R лежит внутри грани DPE.

11. Построить сечение четырехугольной пирамиды SABCD плоскостью, проходящей через точки M и N и параллельной прямой SC, если точка M принадлежит ребру AS, точка N - продолжению ребра SD.

12. Построить сечение пятиугольной пирамиды ABCDES плоскостью, проходящей через диагональ BE основания параллельно боковому ребру SC.

Задания для проверки уровня усвоения:



ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 71

Вычисление основных элементов пирамиды.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы пирамиды

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств.Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников.Вычисление линейных элементов и углов в пространственных конфигурациях, аргументирование своих суждений.Применение фактов и сведений из планиметрии.

Ход работы:

1. Что называется пирамидой? Дайте определения граням, ребрам и высоте пирамиды (все элементы указать на фигуре).
2. Какая пирамида называется правильной? (выбрать нужную модель)
3. Что можно сказать о боковых ребрах и боковых гранях правильной пирамиды?
4. Что такое апофема правильной пирамиды?
5. Решить задачи:

Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 10 м, оно наклонено к плоскости основания под углом 30^0.

Вычислите длину:

а) высоты пирамиды;

б) стороны основания пирамиды.

Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 20 см, оно наклонено к плоскости основания под углом 45^0.

Вычислите :

а) длину высоты пирамиды;

б) расстояние от центра основания пирамиды до ее бокового ребра.

Высота правильной четырехугольной пирамиды равна $2\sqrt{3}$ м. Угол между плоскостями боковой грани и основания равен 30°.

Вычислите длину стороны основания пирамиды.

Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $8\sqrt{2}$ дм, высота пирамиды – 15 дм.

Вычислите длину бокового ребра.

6. Для правильной четырехугольной пирамиды SABCDвыбраны следующие обозначения:

a — ребро основания AB;
h — высота;
l — боковое ребро;
d — апофема (высота боковой грани, опущенная из вершины S);
α — угол наклона бокового ребра к плоскости основания;
β — угол наклона боковой грани к плоскости основания;
R — радиус описанного шара;
r — радиус вписанного шара.

Заполните таблицу.

№ п/п	a	h	l	d	$\cos\alpha$	$\cos\beta$	R	r
1	6	4						
2			6		$\frac{1}{2}$			
3				5		$\frac{4}{5}$		
4					$\frac{3}{5}$		2	
5						$\frac{1}{2}$		1

7. Основанием правильной пирамиды является четырехугольник со стороной 3см. Высота боковой грани 9см. Найдите площадь боковой и полной поверхностей пирамиды. Задача 1 . В треугольной пирамиде стороны основания равны 13 см, 14 см, 15см, все боковые ребра составляют с основанием углы, равны α . Найти высоту пирамиды.

8. В основание треугольника пирамиды лежит равнобедренный треугольник ABC , угол C прямой. Длины боковых ребер пирамиды равны b , длина гипотенузы основания равна C. Найдите углы, которые боковые рёбра образуют с основанием, и двугранный угол при ребре CE.

9. Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 10 см, 10 см и 12 см. Все боковые рёбра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 45°. Найдите высоту пирамиды.

10. Основание пирамиды – трапеция, параллельные стороны которой равны 6 см и 8 см, а высота равна 7 см. Каждое боковое ребро равно 13 см. Найдите высоту пирамиды.

11. Основание пирамиды – треугольниксо сторонами 13 см, 14 см и 15 см. Все двугранные углы при сторонах основания равны 75°. Найдите высоту пирамиды.

12. Основание пирамиды – равнобедренныйпрямоугольный треугольник. Каждый из двугранных углов при основании равен b. Высота пирамиды равна h. Найдите площадь основания.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 72

Исследование симметрии в многогранниках.Построение правильных многогранников

Цель работы: научиться исследовать симметрию в многогранниках

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире;

применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

Виды деятельности:

Ознакомление с видами симметрий в пространстве, формулирование определений и свойств. Характеристика симметрии тел вращения и многогранников.Применение свойств симметрии при решении задач.

Ход работы:

1. Что такое симметрия?

2. Что такое центральная симметрия?

3. Даны точки А, В и М. Постройте точку, симметричную точке М относительно середины отрезка АВ.

4. Какие из следующих букв имеют центр симметрии: А, О, М, X, К?

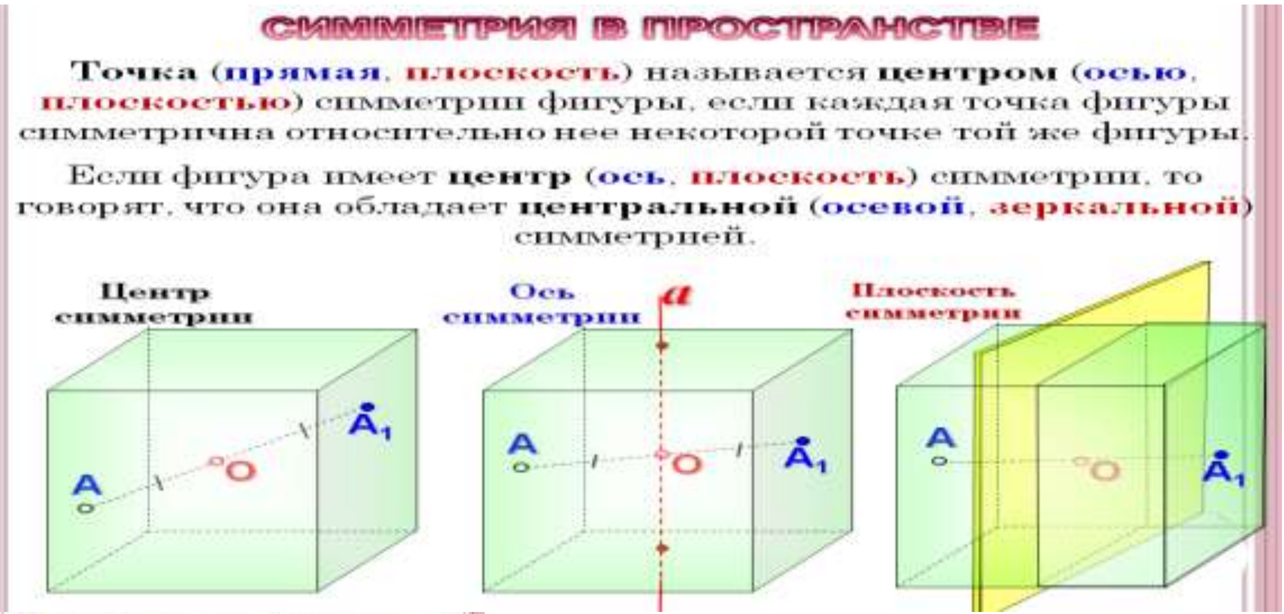
5. Что такое осевая симметрия?

6. Даны две точки А и В, симметричные относительно некоторой прямой, и точка М. Постройте точку, симметричную точке М относительно той же прямой.

7. Какие из следующих букв имеют ось симметрии: А, Б, Г, Е, О?

8. Что такое зеркальная симметрия?

9. В правую или левую перчатку переходит правая перчатка при зеркальной симметрии? осевой симметрии? центральной симметрии?

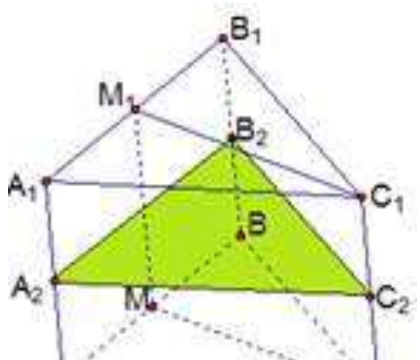


Тело человека построено по принципу двусторонней симметрии.

10. Обладает ли симметрией лицо человека?

–Нет, точной (математической) симметрией оно не обладает.

11. *Задание с решением*: Укажите число плоскостей симметрии у правильной треугольной призмы.Ответ: 4



Решение:

Пусть M_1и M – середины ребер A_1B_1 и AB соответственно (см. рис). Вершине C_1соответствует плоскость симметрии CC_1M_1M. Данная плоскость является плоскостью симметрии, потому что ребро AB перпендикулярно MC по свойствам правильного треугольника и перпендикулярно CC_1 по свойствам прямой призмы. Значит ребро AB перпендикулярно плоскости CC_1M_1M. Аналогично ребро A_1B_1 перпендикулярно той же плоскости. Так, при выполнении симметрии точка A перейдет в точку B и наоборот; точка A_1 перейдет в точкуB_1 и наоборот; точки C_1 и C останутся без изменений. То есть призма переходит сама в себя.

Мы рассмотрели плоскость симметрии относительно вершины C_1, таких вершин три – значит три плоскости симметрии. Четвертая плоскость симметрии проходит через середины боковых ребер

Других плоскостей симметрии рассматриваемая призма не имеет, т. к. наличие плоскостей симметрии связано с количеством осей симметрии в основаниях и боковых гранях фигуры.

Элементы симметрии правильных многогранников:

	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	гексаэдр	додекаэдр
Центры симметрии	-	1	1	1	1
Оси симметрии	3	9	15	9	15
Плоскости симметрии	6	9	15	9	15

12. **Докажите, что куб является правильным многогранником.**

Доказательство.

Проверим, обладает ли куб всеми признаками правильного ____________, указанными в определении.

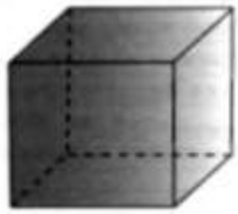
1) Куб ____________ выпуклым многогранником.

2) Каждая грань куба — ________, т. е. ____________ многоугольник, и все грани ________ между собой.

3) В ____________ вершине куба сходится ____________ число ребер, а именно ___ ребра.

Итак, у куба ____________ все признаки, указанные в определении ____________ многогранника.

Следовательно, куб ____________ правильным ____________, что и требовалось доказать.

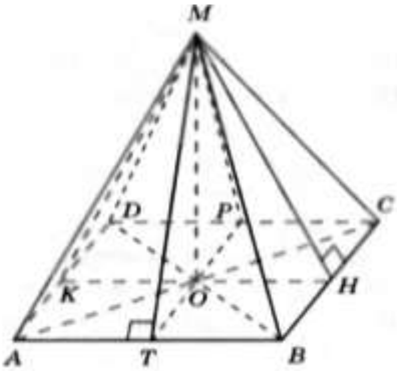


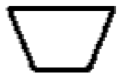
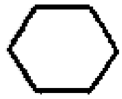
13. Укажите какие из нарисованных плоских фигур могут быть изображениями указанных пространственных фигур.

Сколько центров, осей и плоскостей симметрии имеет правильная четырехугольная пирамида?

Ответ.

У правильной четырехугольной пирамиды нет ____________ симметрии; ________ ось ____________ (прямая ____); ________ плоскости симметрии (KMH, ________, AMC и ________).



Пространственная фигура	Плоская фигура			
				
Куб				
Треугольная пирамида				
Четырехугольная пирамида с произвольным основанием				
Прямоугольный параллелепипед				
Пятнугольная пирамида				

Правильный многогранник — это выпуклый многогранник, у которого все грани – одинаковые правильные многоугольники и в каждой вершине сходится одно и то же число ребер.

Для любого правильного многогранника: $v + f = e + 2$ - теорема Эйлера, где f обозначает число граней, e — число ребер, v — число вершин выпуклого многогранника.

1. Почему существует лишь пять правильных многогранников?

2. Нарисуйте развертки правильного тетраэдра, куба и октаэдра.

3. Вычислите радиусы шаров, описанных вокруг правильного тетраэдра, куба и октаэдра, зная ребро правильного многогранника.

4. Сколько осей симметрии есть у куба, у правильного тетраэдра?

5. Как связаны между собой куб и октаэдр?

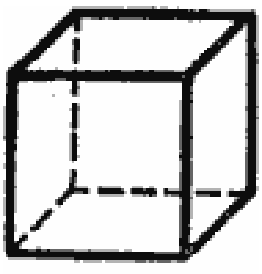
6. Что такое Архимедовы тела?

7. Какое из перечисленных геометрических тел не является правильным многогранником?

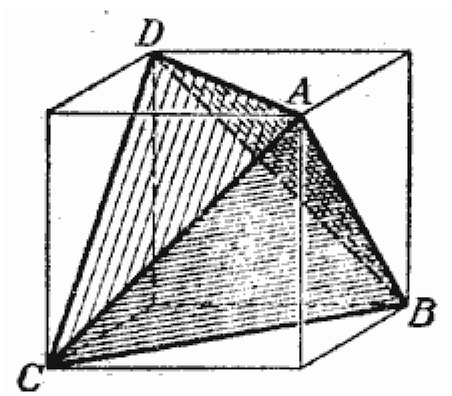
а) правильный тетраэдр; б) правильный гексаэдр; в) правильная призма; г) правильный додекаэдр; д) правильный октаэдр.

8. Способ построения куба указать весьма легко. Действительно, берём произвольную плоскость P и в ней какой-либо квадрат; через стороны этого квадрата проводим плоскости, перпендикулярные к плоскости P. Таких

плоскостей будет четыре. Далее проводим плоскость Q, параллельную P и отстоящую от неё на расстоянии, равном стороне квадрата. Шесть полученных плоскостей образуют грани куба; двенадцать прямых — пересечения каждой пары пересекающихся плоскостей — являются рёбрами куба, а восемь точек пересечения каждой тройки пересекающихся плоскостей служат вершинами куба. В этом легко убедиться, непосредственно рассматривая полученную совокупность точек, прямых и плоскостей. Умея построить куб, легко найти способ построения всех других правильных многогранников.



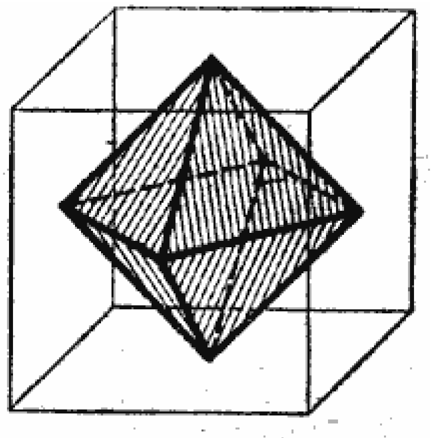
9. Построение правильного тетраэдра**.** Пусть дан куб.



Возьмём какую-нибудь его вершину, например А. В ней сходятся три грани куба, имеющие форму квадратов. В каждом из этих квадратов берём вершину, противоположную точке А. Пусть это будут вершины куба В, С и D. Точки А, В, С и D служат вершинами правильного тетраэдра. Действительно, каждый из отрезков АВ, ВС, CD, AD, BD и АС, очевидно, служит диагональю одной из граней куба. А потому все эти отрезки равны между собой. Отсюда следует, что в треугольной пирамиде с вершиной А и основанием BCD все грани — правильные треугольники, следовательно, эта пирамида—правильный тетраэдр. Этот тетраэдр вписан в данный куб.

Полезно заметить, что оставшиеся четыре вершины куба служат вершинами второго правильного тетраэдра, равного первому и также вписанного в данный куб.

Построение октаэдра. Если в данном кубе построить центры всех его граней, то шесть полученных точек служат вершинами октаэдра. В этом легко убедиться, рассматривая чертёж 113.



Черт. 113.

Построение додекаэдра и икосаэдра. Если через каждое из 12 ребер куба провести плоскость, не имеющую с поверхностью куба других общих точек, кроме точек того ребра, через которое она проведена, то полученные 12 плоскостей образуют грани некоторого 12-гранника. Более подробное изучение формы этого многогранника показывает, что можно так подобрать наклон этих плоскостей к граням куба, что полученный 12-гранник будет додекаэдром. Наконец, если мы умеем построить додекаэдр, то построение икосаэдра не представляет затруднений: центры граней додекаэдра служат вершинами икосаэдра.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 73

Построение усеченной пирамиды и вычисление ее основных элементов.

Цель работы: научиться строить усеченную пирамиду и вычислять ее основные элементы

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений;

Виды деятельности:

Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств. Изображение основных многогранников и выполнение рисунков по условиям задач

Ход работы:

1. Что называется усеченной пирамидой?
2. Высота правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна 7 см, стороны оснований 10 см и 2 см. Найдите: 1) длину бокового ребра; 2) площадь сечения, проходящего через середину высоты параллельно основанию; 3) высоту полной пирамиды, из которой получилась данная усеченная пирамида.

№ 3-8

Площади оснований правильной усеченной четырехугольной пирамиды равны 4 см^2 и 64 см^2, ее высота равна 4 см.

Вычислите площадь диагонального сечения усеченной пирамиды.

Вычислите длину апофемы правильной усеченной четырехугольной пирамиды, стороны оснований которой 6 дм и 10 дм, а высота – $\sqrt{14}$ дм.

Боковое ребро правильной четырехугольной усеченной пирамиды равно 2 м, стороны оснований – 6 м и 10 м.

Вычислите длину:

а) высоты усеченной пирамиды;

б) апофемы усеченной пирамиды.

Вычислите длину высоты правильной треугольной усеченной пирамиды, стороны оснований которой равны $4\sqrt{3}$ дм и $\sqrt{3}$ дм, а боковое ребро – 5 дм.

Высота правильной четырехугольной усеченной пирамиды равна 16 см, а стороны основания – 24 см и 40 см.

Вычислите длину диагонали усеченной пирамиды.

Высота правильной четырехугольной усеченной пирамиды равна 36 см, апофема – 45 см, а стороны оснований пропорциональны числам 1 и 4.

Вычислите площади оснований усеченной пирамиды.

Задача с решением. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде высота равна 2, а стороны оснований равны 3 и 5. Найдите диагональ усеченной пирамиды.

Проведем сечение через противоположные боковые ребра AA_1 и CC_1 данной усеченной пирамиды $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основаниями ABCD и $A_1B_1C_1D_1$(AB=5, A_1B_1=3). Пусть O и O_1-центры оснований ABCD и $A_1B_1C_1D_1$ соответственно. Секущая плоскость проходит через высоту OO_1 усеченной пирамиды. В сечении получим равнобедренную трапецию AA_1CC_1 с основаниями $AC=5\sqrt{2}$ и $A_1C_1=3\sqrt{2}$. Пусть A_1K-высота трапеции.

$A_1K=OO_1=2$, $AK=(AC-A_1C_1)=1/2(5\sqrt{2}-3\sqrt{2})=\sqrt{2}$, $CK=AC-AK=5\sqrt{2}-\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.

Из прямоугольного треугольника $A1$КС находим, что $A1$С=√($A1K$^2+CK^2)=√(4+32)=6

Ответ: 6

9. В правильной усечённой четырёхугольной пирамиде стороны оснований равны 36 см и 14 см. Плоскость, проведённая через сторону нижнего основания перпендикулярно противолежащей боковой грани, проходит через сторону верхнего основания. Найдите площадь сечения.

10. Площади оснований правильной усечённой четырёхугольной пирамиды равны Q и q. Угол, образованный боковым ребром со стороной основания, равен 60. Найдите площадь диагонального сечения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 74

Построение цилиндра и его сечений.

Цель работы: научиться строить цилиндр и его сечения.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Ход работы.

Уровень А.

1. Нарисуйте на плоскости изображения тела вращения.

1) прямой круговой цилиндр;

2) фигура, получающаяся вращением прямоугольника вокруг оси, параллельной одной из его сторон и не пересекающей прямоугольник.

2. Какие из перечисленных кривых образуются при пересечении поверхности кругового цилиндра плоскостью: окружность, гипербола, отрезки прямых, эллипс, многоугольник?

Уровень Б.

1) Точки А и В цилиндра соединили веревкой, опоясывающей цилиндр и имеющей наименьшую возможную длину. Как изобразится эта веревка на развертке поверхности цилиндра?

2. Ответьте на контрольные вопросы

Дайте определение цилиндра.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 75

Вычисление основных элементов цилиндра.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы цилиндра.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Ход работы.

Уровень А.

1) Диаметр основания цилиндра равен 12, высота – 20. Рассмотрим точки, находящиеся на поверхности цилиндра на расстоянии 10 от центра нижнего основания цилиндра. На какой высоте от нижнего основания находятся эти точки? Какую фигуру они образуют?

2) Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60°. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра.

3) Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) площадь основания цилиндра.

Уровень Б.

1) При каком отношении высоты цилиндра к его радиусу разверткой боковой поверхности цилиндра будет квадрат?

Ответьте на контрольные вопросы

1) Назовите основные элементы цилиндра?

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 76

Построение конуса и его сечений.

Цель работы: научиться строить конус и его сечения.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Ход работы.

Уровень А.

Нарисуйте на плоскости изображения тела вращения.

1) прямой круговой конус;

2) фигура, получающаяся вращением треугольника вокруг одной из его сторон. Рассмотрите треугольники разных видов.

Уровень Б.

1) Какие из перечисленных кривых образуются при пересечении поверхности конуса плоскостью: а) окружности; б) гиперболы; в) отрезками прямых; г) эллипса; д) многоугольника.

Ответьте на контрольные вопросы

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 77

Вычисление основных элементов конуса.

Цель работы: научиться вычислять основные элементы конуса.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Ход работы.

Уровень А.

1. Диаметр основания конуса равен 6, а высота равна 4. Вычислите образующую конуса и расстояние от центра основания до образующей конуса.

2. Высота конуса равна 8, а образующая – 10. Определите радиус вписанного шара.

3. Для конуса введены следующие обозначения:

R – радиус основания; l – образующая; h–высота; α – угол наклона образующей к плоскости основания; β – угол сектора, получающегося при развертке конуса; r–радиус шара, вписанного в конус; R_0–радиус шара, описанного около конуса.

Заполните таблицу.

№ п/п	R	l	h	cosα	β	r	R_0
1	6	10					
2		5	3				
3		4		3/4	$\frac{8}{5}\pi$		
4		5				1	
5	$\sqrt{3}/3$						
6				1/2			1

Уровень Б.

1) Через вершину прямого конуса проведено сечение максимальной площади. Известно, что площадь этого сечения в два раза больше площади осевого сечения. Найдите угол при вершине осевого сечения конуса.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 78

Построение усеченного конуса, вычисление его основных элементов.

Цель работы: научиться строить усеченный конус и вычислять его основные элементы.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Ход работы.

Нарисуйте на плоскости изображения тела вращения.

Уровень А.

1) усеченный прямой круговой конус;

2) фигура, получающаяся вращением равнобедренной трапеции вокруг ее оси симметрии.

2. Решите задачи:

1) В усеченном конусе радиусы оснований равны 1 и 4, а образующая – 5.

Найдите: а) высоту конуса; б) косинус угла наклона образующей к основанию.

2) Найдите образующую усеченного конуса, если радиусы оснований равны 3см и 6см, а высота равна 4см.

Уровень Б.

1) развертка поверхности усеченного конуса;

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 79

Построение шара и сферы, их сечений. Уравнение сферы.

Цель работы: научиться строить шар и сферу, их сечения.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств. Формулирование теорем о сечении шара плоскостью и плоскости, касательной к сфере. Характеристика и изображение тел вращения, их развертки, сечения. Решение задач на построение сечений, вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проведение доказательных рассуждений при решении задач. Применение свойств симметрии при решении задач на тела вращения, комбинацию тел.

Ход работы.

Уровень А.

1. Нарисуйте на плоскости изображения тела вращения.

Фигура, получающаяся вращением кругового сектора вокруг оси, проходящей через центр круга, из которого вырезан сектор.

2. Решите задачи:

1) Для каждого шара радиуса R укажите радиус сечения r шара плоскостью, если она проведена на расстоянии 10 см от центра: 26, $6\sqrt{3}$, $2\sqrt{41}$, 14, $8\sqrt{2}$.

2) На каком расстоянии от центра шара радиуса 5 надо провести плоскость, чтобы в ее сечении получился круг радиуса 4?

Уровень Б.

Отметьте, в какую из сфер радиуса R можно вписать многоугольник.

Многоугольник	Радиус сферы R				
	10	5	12	4	8
Прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8					
Равносторонний треугольник со стороной 6					
Прямоугольник со сторонами 4 и 7					
Квадрат со стороной 8					
Правильный шестиугольник со стороной 5					

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №80

Вычисление площади поверхности и объёма призмы

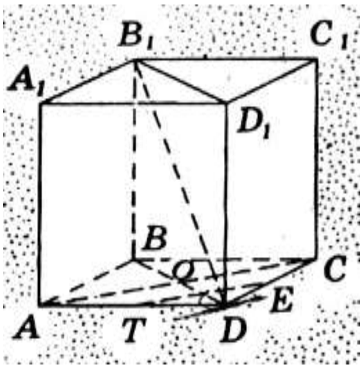
Цель работы: научиться вычислять площади поверхности и объёма призмы.

Результаты:
метапредметные:
целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность иинтуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;
предметные:
владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
Виды деятельности: Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств. Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников. Характеристика и изображение сечения, вычисление площадей поверхностей. Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии.

Ход работы:

С помощью рисунка назовите:

1)боковые ребра призмы; 2)боковую поверхность призмы ; 3)прямую призму; 4)правильную призму ;



Задание 1.Решите самостоятельно задания:

1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна $2\sqrt{3}$, а высота-5. Найдите объем призмы.

1) $15\sqrt{3}$ **2)**45 **3)** $10\sqrt{3}$ **4)** $12\sqrt{3}$ **5)**$18\sqrt{3}$

2. Выберите верное утверждение.

1)Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту.

2) Объем правильной треугольной призмы вычисляется по формуле $V=0{,}25a^2h\sqrt{3}$ -где а- сторона основания, h-высота призмы.

3)Объем прямой призмы равен половине произведения площади основания на высоту.

4)Объем правильной четырехугольной призмы вычисляется по формуле $V=a^2h$-где а- сторона основания, h-высота призмы.

5)Объем правильной шестиугольной призмы вычисляется по формуле $V=1.5a^2h\sqrt{3}$, где а- сторона основания, h-высота призмы.

3.Сторона основания правильной треугольной призмы равна $\sqrt{3}$. Через сторону нижнего основания и противоположную вершину верхнего основания проведена плоскость, которая проходит под углом 45° к основанию. Найдите объем призмы.

1) $9\sqrt{3}$ **2)**9 **3)** $4{,}5\sqrt{3}$ **4)** $2{,}25\sqrt{3}$ **5)**$1{,}125\sqrt{3}$

4. Основанием прямой призмы является ромб, сторона которого равна 13, а одна из диогоналей-24. Найдите объем призмы, если диагональ боковой грани равна 14.

1) $720\sqrt{3}$ **2)** $360\sqrt{3}$ **3)** $180\sqrt{3}$ **4)** $540\sqrt{3}$ **5)**$60\sqrt{3}$

5.Найдите объем правильной шестиугольной призмы со стороной основания, равной 2, и высотой, равной $\sqrt{3}$.

Задание 2.Ответьте на вопросы:

1) Приведите примеры предметов из окружающего мира, которые имеют вид призм.
2) Как называется фигура, состоящая из двух равных многоугольников, лежащих в параллельных плоскостях, и n параллелограммов?
3) Как называются стороны граней многогранника?
4) Как называется отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани?
5) У какой призмы боковые ребра перпендикулярны к основаниям?
6) Как называется высота боковой грани правильной пирамиды?
7) Какой многоугольник лежит в основании правильной призмы?
8) Какая фигура является боковой гранью призмы?

3.Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №81

Вычисление площади поверхности и объёма пирамиды

Цель работы: научиться вычислять площади поверхности и объёма пирамиды

Результаты:
метапредметные:
целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;
предметные:
владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
Виды деятельности: Описание и характеристика различных видов многогранников, перечисление их элементов и свойств. Изображение многогранников и выполнение построения на изображениях и моделях многогранников. Характеристика и изображение сечения, вычисление площадей поверхностей. Построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды. Применение фактов и сведений из планиметрии.

Ход работы:

Задание 1.Решите самостоятельно задания:

1.В наклонной призме боковое ребро равно 7 см, перпендикулярное сечение - прямоугольный треугольник с катетами: 4 см и 3 см. найдите объем призмы.

а) 10 $см^3$, б) 42 $см^3$, в) 60 $см^3$, г) 30 $см^3$.

2. В правильной шестиугольной пирамиде сторона ее основания 2 см. Объем пирамиды равен 6 $см^3$. Чему равна высота?

а) $\sqrt{3}$ см, б) 3 см, в) $\frac{1}{3}$ см.

3. Объем пирамиды равен 56 $см^3$, площадь основания 14 $см^2$. Чему равна высота?

а) 14 см, б) 12 см, в) 16 см.

4. В правильной треугольной пирамиде высота равна 5 см, стороны основания 3 см. Чему равен объем пирамиды?

а) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ $см^3$, б) $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ $см^3$, в) $\frac{75\sqrt{3}}{4}$ $см^3$.

5. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 9 см. Сторона основания 4 см. найдите объем пирамиды.

а) 50 $см^3$, б) 48 $см^3$, в) 16 $см^3$.

6. Объем правильной четырехугольной пирамиды равен 27 $см^3$, высота 9 см. найти сторону основания.

а)12 см, б) 9 см, в) 3 см.

7. Объем усеченной пирамиды равен 210 $см^3$, площадь нижнего основания 36 $см^2$, верхнего 9 $см^2$. Найдите высоту пирамиды.

а) 1см, б) 15 см, в) 10см.

8. Равновеликие призма и правильная четырехугольная пирамида имеют равные высоты. Чему равна сторона основания пирамиды, если площадь основания призмы равна S?

а) $\frac{1}{3}S$, б) $3S$, в) $\sqrt{3S}$.

Задание 2.Ответьте на вопросы:

Пирамида — это... Боковая грань пирамиды — это... Правильная пирамида - это.. Высота правильной пирамиды - это..
Что называют апофемой? В каких пирамидах бывают апофемы? Боковая поверхность пирамиды - это... Формулы площади поверхности и объёма пирамиды. Куда проецируется высота правильной пирамиды?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 82

Вычисление площади поверхности и объема цилиндра.

Цель работы: научиться вычислять площади поверхности и объема цилиндра.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел

Ход работы.

Уровень А.

1. Решите задачи:

1) Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м^2, а площадь основания равна 5 м^2. Найдите высоту цилиндра.

2) Диаметр основания цилиндра равен 1м, а высота цилиндра равна длине окружности основания. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

3) Пусть V, r, hсоответственно объем, радиус и высота цилиндра. Найдите: а) V, если $r=2\sqrt{2}$ см, h=5 см; б) r, если V=100см^3, h = 3,5 см; в) h, если r=h, V=6πсм^3.

Уровень Б.

1. Из множества цилиндров, периметр осевого сечения которых равен 2р, найдите объем цилиндра, имеющего наибольшую боковую поверхность.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 83

Вычисление площади поверхности и объема конуса.

Цель работы: научиться вычислять площади поверхности и объем конуса.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел

Ход работы.

Уровень А.

1. Площадь осевого сечения конуса равна 0,6 см^2. Высота конуса равна 1,2 см. Вычислите площадь полной поверхности конуса.

2. Угол между образующей и осью конуса равен 45°, образующая равна 6 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

3. Высота конуса равна 5 см. На расстоянии 2 см от вершины его пересекает плоскость, параллельная основанию. Найдите объем исходного конуса, если объем меньшего конуса, отсекаемого от исходного, равен 24 см^3.

Уровень Б.

1. Прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см вращается вокруг меньшего катета. Вычислите площади боковой и полной поверхностей образованного при этом вращении конуса.

2. Найдите объем конуса, если его образующая равна 15 см, а площадь осевого сечения равна 60 см^2.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 84

Вычисление площади сферы и объема шара.

Цель работы: научиться вычислять площадь сферы и объем шара.

Результаты (метапредметные): владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;

Результаты (предметные): владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Виды деятельности: Ознакомление с понятиями площади и объема, аксиомами и свойствами. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов. Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел

Ход работы.

Уровень А.

1. Найдите площадь сферы, радиус которой равен а)5 см, б)1 дм, в)$\sqrt{3}$ м, г)$2\sqrt{5}$см.

2. Площадь сечения сферы, проходящего через ее центр, равна 9 м^2. Найдите площадь сферы.

3. Вычислите радиус круга, площадь которого равна площади сферы радиуса 5 м.

4. Вычислите площадь и объем шара радиуса 6 см.

5. Вычислите радиус и объем шара, если его площадь 64 π см^2.

Уровень Б.

1. В шаре проведена плоскость, перпендикулярная к диаметру и делящая его на части 6 см и 12 см. Найдите объемы двух полученных частей шара.

3. Оформите отчет и сделайте вывод по практической работе.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 85

Вычисление площади поверхности и объема усеченной пирамиды и усеченного конуса

Цель работы: научиться вычислять площади и объем усеченных пирамиды и конуса

Результаты:

предметные:

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках

информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Изучение формул для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения.Решение задач на вычисление площадей поверхности пространственных тел. Изучение теорем о вычислении объемов пространственных тел, решение задач на применение формул вычисления объемов.

Ход работы:

1. **По боковому ребру l и сторонам основания a и b найдите объем правильной усеченной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.**
2. **Стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды составляют 4 и 8, диагональ — 11. Найдите объем пирамиды.**
3. **Апофема правильной шестиугольной усеченной пирамиды $a = 10$ см, высота $h = 8$ см. Сумма длин каждой из сторон верхнего и нижнего ее оснований $l_в + l_н = 8\sqrt{3}$ см. Найдите объем пирамиды.**
4.

Стороны одного основания усеченной пирамиды равны 27, 29 и 52, периметр другого основания равен 72; высота пирамиды — 10. Найдите объем пирамиды.

6-10.

В прямоугольной трапеции основания равны a и b ($b > a$). Найдите отношение объемов V_a и V_b фигур, образованных вращением трапеции вокруг оснований.

Радиусы оснований усеченного конуса составляют R и r ($R > r$), образующая наклонена к основанию под углом α. Найдите объем усеченного конуса.

В усеченном конусе радиусы оснований составляют 27 см и 11 см. Образующая относится к высоте как 17 : 15. Найдите объем усеченного конуса.

Усеченный конус с радиусами оснований 6 см и 9 см и высотой 12 см пересечен двумя плоскостями, параллельными основаниям, которые делят высоту на три равные части. Найдите объем средней части конуса.

Основания равнобедренной трапеции составляют 11 см и 21 см, а боковая сторона — 13 см. Найдите объем фигуры, образуемой при вращении этой трапеции вокруг ее оси.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №86

Подсчёт числа размещений.

Цель работы: научиться решать простейших задач на подсчёт числа размещений.

Результаты:
метапредметные:
владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
предметные:
сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения. Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления.

Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.

Ход работы:

1 уровень

Задание 1

Вычислить:

1) A_4^1; 2) A_5^1; 3) A_5^2; 4) A_4^2;
5) A_7^7; 6) A_6^6; 7) A_{10}^3; 8) A_8^3.

Задание 2.Решите самостоятельно задачи:

1. В группе ТД – 21 обучается 24 студентов. Сколькими способами можно составить график дежурства по техникуму, если группа дежурных состоит из трех студентов?

2.Сколькими способами из класса, в котором учатся 30 школьников, можно выбрать капитана команды для математических соревнований и его заместителя?

3.Сколько всего исходов, если друг за другом из колоды вынимают две карты, не возвращая карту обратно (выбор без возвращения).

4.Имеются 3 путевки в санаторий. Сколько вариантов распределения можно составить для 5 претендентов?

5.Расписание одного дня содержит 6 уроков. Определить количество таких расписаний при выборе из 12 дисциплин.

2 уровень.

1.

Найти значение выражения:

1) $\dfrac{A_{15}^9 - A_{15}^8}{A_{15}^7}$; 2) $\dfrac{A_{18}^{10} + A_{18}^{11}}{A_{18}^9}$; 3) $\dfrac{A_9^4 \cdot A_4^4}{A_8^6}$;

2.

Решить относительно m уравнение:

1) $A_m^2 = 72$; 2) $A_m^2 = 56$; 3) $A_m^3 = 12m$;

Ответьте на вопросы:

1.Что называется размещением из n элементов по k?

2.По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №87

Подсчёт числа сочетаний.

Цель работы: научиться решать простейших задач на подсчёт числа сочетаний.

Результаты:
метапредметные:
владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
предметные:
сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения. Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.

Ход работы: 1 уровень

Задание 1.

Найти значение:

1) C_7^1; 2) C_6^1; 3) C_8^2; 4) C_7^2;
5) C_7^3; 6) C_8^3; 7) C_9^8; 8) C_{10}^9;

Задание 2 .Решите самостоятельно задачи:

1.. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 3 членов, можно образовать из 10 преподавателей?

2.В ящике находится 15 деталей. Сколькими способами можно взять 4 детали?

3.В студенческой столовой продают сосиски в тесте, ватрушки и пончики. Сколькими способами можно приобрести пять пирожков?

4.Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 3 карты?

5.У бармена есть 6 сортов зеленого чая. Для проведения чайной церемонии требуется подать зеленый чай ровно 3 различных сортов. Сколькими способами бармен может выполнить заказ?

2 уровень.

Задание 1.

Найти значение выражения, предварительно его упростив:

1) $C_{13}^{10} + C_{13}^{11}$; **2)** $C_{14}^{12} + C_{14}^{13}$; **3)** $C_{19}^{4} - C_{18}^{4}$;

Задание2.

Решить уравнение:

1) $C_{x+1}^{2} + C_{x+1}^{3} = 7x$; **2)** $C_{x-1}^{3} + C_{x-1}^{2} = 4\,(x-1)$;

Ответьте на вопросы:

1.Что называется сочетанием из n элементов по k?

2.По какой формуле вычисляют число сочетаний из n элементов по k?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №88

Подсчёт числа перестановок.

Цель работы: научиться решать простейших задач на подсчёт числа перестановок.

Результаты:
метапредметные:
владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
предметные:
сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения. Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.

Ход работы: 1 уровень

Задание 1.

Найти значение:

1) P_5; **2)** P_7; **3)** P_9; **4)** P_8.

Задание 2.

Найти значение выражения:

1) $\frac{26!}{25!}$; 2) $\frac{32!}{31!}$; 3) $\frac{12!}{10!}$; 4) $\frac{14!}{12!}$;

5) $\frac{5!\cdot 3!}{7!}$; 6) $\frac{6!\cdot 4!}{8!}$; 7) $\frac{10!}{8!\cdot 3!}$; 8) $\frac{11!}{9!\cdot 2!}$.

Задание 3.Решите самостоятельно задачи:

1.Запишите сколькими способами можно переставить комбинацию из яблока, банана, груши?

2.(о квартете). В знаменитой басне Крылова “Квартет” “Проказница Мартышка, Осел, Козел да косолапый Мишка” исследовали влияние взаимного расположения музыкантов на качество исполнения. Вопрос: Сколько существует способов, чтобы рассадить четырех музыкантов?

3.Сколько четырёхзначных чисел можно составить из четырёх карточек с цифрами 0, 5, 7, 9?

4.В семье 6 человек. За столом 6 стульев. В семье решили каждый вечер рассаживаться на эти 6 стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?(Одного человека мы можем посадить только один раз.)

5..Сколькими способами 4 вора могут по одному разбежаться на все 4 стороны?

2 уровень

Решить уравнение относительно n:

1) $\frac{P_n}{P_{n+1}} = \frac{1}{4}$; 2) $\frac{P_{n+2}}{P_{n+1}} = 5$;

3) $\frac{P_n}{P_{n-2}} = 20$; 4) $\frac{P_{n-1}}{P_{n+1}} = \frac{1}{12}$.

Задание 2.Ответьте на вопросы :а)Что называется перестановкой из n элементов? б) Какой смысл имеет запись n! ? в) По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №89

Решение задач на перебор вариантов.

Цель работы: научиться решать простейших задач на перебор вариантов.

Результаты:
метапредметные:

владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Решение комбинаторных задач методом перебора и по правилу умножения. Ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями, перестановками и формулами для их вычисления. Объяснение и применение формул для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.

Ход работы: 1 уровень

Задание 1. Разберите решение задачи и запишите в тетрадь. Пете на день рождения подарили 7 новых дисков с играми, а Вале папа привез 9 дисков из командировки. Сколькими способами они могут обменять 4 любых диска одного на 4 диска другого?

Вычислим, сколько четверок из 7 дисков можно составить у Пети:
C^4_7=35, число четверок у Вали из 9 дисков - C^4_9 = 126
По правилу умножения находим число обменов **35х126=4410**

Задание 2.Решите самостоятельно задачи всеми известными способами:

1.Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 3, 6, 7, 9?

2.Три друга, Антон, Борис и Виктор, приобрели два билета на футбольный матч. Сколько существует различных вариантов похода на футбол?

3.Мисс Марпл, расследуя убийство, заметила отъезжающее от дома мистера Дэвидсона такси. Она запомнила первую цифру “2”. В городке номера машин были трехзначные и состояли из цифр 1,2,3,4 и 5. Скольких водителей, в худшем случае, ей придется опросить, чтобы найти настоящего убийцу?

2 уровень.

1.В студенческом общежитии в одной комнате живут трое студентов Петя, Вася и Коля. У них есть 6 чашек, 8 блюдец и 10 чайных ложек (все принадлежности отличаются друг от друга). Сколькими способами ребята могут накрыть стол для чаепития (так, что каждый получит чашку, блюдце и ложку)?

2.Пишут одну за другой 4 последовательные цифры, затем первые две меняют местами. Полученное таким образом четырехзначное число является квадратом натурального числа. Найдите его.

Ответьте на вопросы:

1.Что используется для облегчения процесса решения задач методом перебора?

2.Как называется специальная схема для решения комбинаторных задач?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №90

Решение задач на применение формулы бинома Ньютона.

Цель работы: научиться решать простейших задач на применение формулы бинома Ньютона.

Результаты:

метапредметные:
владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

предметные:

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

Виды деятельности: Изучение правила комбинаторики и применение при решении комбинаторных задач. Ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля. Решение практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики.

Ход работы: **1 уровень**

Задание 1.Записать разложение бинома а) $(x-2)^6$ б)$(1+x)^8$ в) $(a-1)^9$ г)$(2x+1)^5$

2 уровень

1. Написать разложение по формуле бинома Ньютона и упростить :

а) $(b-\sqrt{20})^2$; б) $(a-2b)^5$; в) $(a-\frac{1}{a})^{13}$.

Задание 2.Ответьте на вопросы:

1.Запишите формулу бинома Ньютона.

2.Какие известные формулы можно разложить с помощью бинома Ньютона?

Сдайте работу преподавателю.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 91

Решение задач с помощью теоремы сложения вероятностей

Цель работы: Научиться вычислять вероятности событий.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях;

метапредметные:

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей.

Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий.

Ход работы

Пример 1. В ящике лежат 10 шаров: 3 красных, 2 синих и 5 белых. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар цветной (не белый)?

I способ. Пусть событие A — появление красного шара, B — появление синего шара, тогда A+B — появление цветного шара. Очевидно, что P(A)=$\frac{3}{10}$, P(B)= $\frac{2}{10}$=$\frac{1}{5}$. Так как события A и B совместны, к ним применима теорема сложения вероятностей: P(A +B)=P(A)+P(B)= $\frac{3}{10}+\frac{1}{5}$= $\frac{1}{2}$.

II способ. Пусть событие C — появление белого шара, тогда событие $\bar{C}$ — появление не белого (т. е. цветного) шара. Очевидно, P(C)=$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, а P($\bar{C}$)=1-P(C)=1- $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

Пример 2. Вероятность попадания в мишень стрелком равна 0,6. Какова вероятность того, что он, выстрелив по мишени, промахнется?

Если событие A — попадание в мишень, то по условию P(A)=0,6. Промах — противоположное попаданию событие, и его вероятность P($\bar{A}$) = 1-P(A) = 1-0,6 = 0,4.

Пример 3. В роте из 100 солдат двое имеют высшее образование. Какова вероятность того, что в случайным образом сформированном взводе из 30 солдат будет хотя бы один человек с высшим образованием?

Пусть событие A — во взводе хотя бы один человек имеет высшее образование, тогда событие $\bar{A}$— ни один человек во взводе не имеет высшего образования. В данной ситуации проще вычислить P($\bar{A}$), чем P(A). Найдем P($\bar{A}$). Число способов

составления взвода в количестве 30 человек из 100 солдат роты равно C_{100}^{30}. Число солдат, не имеющих
высшего образования, равно 100 — 2 = 98. Из 98 человек составить взвод в количестве 30 человек можно C_{98}^{30} способами. Найдем вероятность того, что среди отобранных 30 человек нет ни одного с высшим образованием: $P(\overline{A})=\frac{C_{98}^{30}}{C_{100}^{30}}=\frac{\frac{98!}{30!68!}}{\frac{100!}{30!70!}}=\frac{69\cdot70}{99\cdot100}=\frac{161}{330}$.

Отсюда находим $P(A) = 1-P(\overline{A})=1-\frac{161}{330}=\frac{169}{330}=0{,}512$.

Пример 4.Вероятность попадания в опухолевую клетку «мишень» первого радионуклида равна Р =0,7, а второго –Р =0,8. Найти вероятность попадания в клетку - «мишень», если бы одновременно использовались оба препарата.

Решение: $P(A+B)=P(A)+P(B) - P(A\cdot B)=0{,}7+0{,}8 - 0{,}56=0{,}94$.

Пример 5. В большой популяции плодовой мушки 25% мух имеют мутацию глаз, 50% - мутацию крыльев, а 40% мух с мутацией глаз и крыльев. Какова вероятность того, что у мухи, наудачу выбранной из этой популяции, окажется хотя бы одна из этих мутаций?

Решение: А – Событие, состоящее в том, что случайно выбранная муха имеет мутации глаз. В - есть событие, состоящее в том, что случайно выбранная муха имеет мутацию крыльев. Вероятность того, что муха имеет одну или обе мутации: $P(A+B)=P(A)+P(B) - P(AB)$. Тогда $P(A+B)=0{,}25+0{,}5 - 0{,}4\cdot 0{,}25=0{,}65$.

Задания:

1. Победитель соревнования награждается призом (событие А), денежной премией (событие В), медалью (событие С). Что представляют собой события А+В?

2. Турист имеет возможность посетить 3 города: А, В и С. Обозначаем события: А – турист посетил город А; В - турист посетил город В. С-турист посетил город С. В чем заключается событие А+С?

3. Пусть вероятность того, что забег выигрывает Джим, равна $\frac{1}{3}$, а вероятность того, что забег выиграет Том, равна $\frac{1}{5}$. Какова вероятность того, что забег выиграет один из них?

4. Вероятность того, что у взрослого пациента все зубы сохранились равна 0,67. Вероятность того, что некоторые зубы отсутствуют равна 0,24. Вероятность того, что он беззубый равно 0,09. Вычислить вероятность того, что у пациента несколько зубов.

5. В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем пять из них стандартные. Рабочий берет наудачу три детали. Найти вероятность того, что по крайней мере она из взятых деталей окажется стандартной.

6. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 3, либо 5, либо тому и другому одновременно.

7. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна карта. Какова вероятность того, что будет вынута карта бубновой масти или туз?

8. В колоде 36 карт. Наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта либо туз, либо дама?

9. В пачке находится 12 билетов денежно-вещевой лотереи, 16 билетов спортивной лотереи и 20 билетов художественной лотереи. Какова вероятность того, что наудачу
вынутый один билет будет билетом либо денежно-вещевой, либо художественной лотереи?

10. В ящике лежат 5 белых, 10 черных и 15 красных шаров. Какова вероятность того, что наугад вынутый шар не будет белым? (Решить задачу двумя способами.)

11. Вероятность выигрыша главного приза равна 10^{-8}. Какова вероятность не выиграть главный приз?

12. Найти вероятность того, что наугад вынутая из полного набора домино (28 костей) одна кость домино не будет «дублем».

13. В вазе стоят 4 белых и 7 красных астр. Какова вероятность того, что среди случайным образом вынутых из вазы трех цветков окажется по крайней мере одна белая астра?

14. В студенческой группе 22 человека, среди которых 4 девушки. Какова вероятность того, что среди троих случайным образом выбранных из этой группы студентов для участия в конференции окажется по крайней мере одна девушка?

15. Вероятность поражения мишени при первом выстреле равна 0,7. Вероятность поражения мишени при втором выстреле равна 0,8. Вероятность поражения мишени и при первом, и при втором выстрелах равна 0,56. Найти вероятность того, что:

1) мишень будет поражена хотя бы одним выстрелом;

2) мишень не будет поражена ни одним из выстрелов.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 92

Решение задач с помощью теоремы умножения вероятностей

Цель работы: Научиться вычислять вероятности событий.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях;

метапредметные:

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Изучение классического определения вероятности, свойств вероятности.Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий.

Ход работы

Пример 1.В коробке содержатся 3 белых и 3 желтых таблетки. Из коробки дважды вынимают наугад по одной таблетке, не возвращая их в коробку. Найти вероятность появления белых таблеток при втором испытании (событие B), если при первом испытании была извлечена желтая таблетка (событие A).

Решение: После первого испытания в коробке осталось 5 таблеток, из них 3 белых. Искомое условие вероятности: $P(B/A)= 3/5 =0{,}6$.

Пример 2. В коробке находится 8 красных и 6 белых таблеток. Из коробки последовательно без возвращения извлекают 3 таблетки. Найти вероятность того, что все 3 таблетки белые.

Решение: Обозначим; A_1 - первая таблетка белая, A_2 - вторая таблетка белая, A_3 - третья таблетка белая. $P(A_1A_2\,A_3)=P(A_1)P(A_2\,/A_1)\cdot P(A_3\,/A_1\,A_2)$;

$P(A_1)=\frac{6}{14}$; $P(A_2/A_1)=\frac{5}{13}$; $P(A_3/A_1A_2)=\frac{4}{12}$; $P(A) = P(A_1A_2A_3) = \frac{6}{14}\cdot\frac{5}{13}\cdot\frac{4}{12}=\frac{5}{91}$ $= 0{,}055$.

Пример 3. Пусть имеются следующие события: A – «из колоды карт вынута дама»; B – «из колоды карт вынута карта пиковой масти». Что представляет собой событие AB? *Решение:* AB есть событие «вынута дама пик». Событие B называются независимыми от события A, если появление события A не изменяет вероятности появления события B.

Вероятность появления нескольких независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$.

Для зависимых событий: P(AB)=P(A)·P(B/A). Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденную в предположении, что первое событие произошло.

Пример 4.Найти вероятность совместного появления герба при одном бросании двух монет. *Решение*: P(AB)=P(A)·P(B) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Пример 5. В лаборатории работают 7 женщин и 3 мужчины. Случайным образом из числа этих сотрудников для научной конференции выбираются один докладчик и один содокладчик. Какова вероятность того, что докладчиком будет выбрана женщина, а содокладчиком – мужчина?

Пусть событие А – докладчикомвыбрана женщина, событие В – содокладчик – мужчина.

1-й способ. Вероятность того, что сначала выбирался основной докладчик и им оказалась женщина (наступило событие А), равна P(A)=$\frac{7}{10}$. Вероятность того, что вторым выбирался содокладчик и им оказался мужчина (произошло событие В), вычисляется при условии, что первой уже была выбрана женщина, т. е. P(B/A)=$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. По формуле имеем P(AB) = P(A)·P(B/A)= $\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{30}$.

2-й способ. Вероятность того, что первым выбирался содокладчик и им оказался мужчина (произошло событие В), равна P(B)=A. Вероятность того, что вторым выбирался докладчик и им оказалась женщина (событие А), вычисляется при условии, что первым уже выбран мужчина, т. е. P(A/B) =$\frac{7}{9}$. По формуле получаем P(B/A) = P(B)·P(A/B)=$\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{7}{30}$.

Задания:

1. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна карта. Выяснить, являются ли независимыми события А и Б, если А – появилсякороль, Б – вынутакарта червовой или
пиковой масти.

2. Из колоды, содержащей 36 карт, последовательно вынимаются 2 карты. Рассмотрим события А и Б, где А – вторымвынут туз, Б – первымвынут туз. Зависимы ли события А и Б?

3. На столе лежат 4 синих и 3 красных карандаша. Редактор дважды наугад берет по одному карандашу и обратно их не кладет. Найти вероятность того, что: 1) вторым был взят красный карандаш при условии, что первым был синий; 2) вторым взят синий карандаш при условии, что первым оказался синий; 3) вторым взят синий карандаш при условии, что первым был красный; 4) вторым взят красный карандаш при условии, что первым также оказался красный карандаш.

4. Из ящика, содержащего 4 белых и 5 красных шаров, 2 раза наугад извлекают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность того, что: 1) вторым извлечен красный шар при условии, что первым также оказался красный шар; 2) оба раза извлекались красные шары.

5. Из чисел 1, 2, 3, ..., 11, 12 случайным образом выбирают одно число и рассматривают два события: А – выбраночетное число, В – выбраночисло, кратное трем. Выяснить, являются ли события А и В независимыми.

6. В изготовленной партии детских мячей вероятность появления бракованного мяча равна 0,004. Произвольным образом в красный цвет окрашены $\frac{3}{4}$ всех мячей, а остальные мячи окрашены в синий. Какова вероятность того, что наугад вынутый мяч будет небракованным и красным?

7. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени по одному разу. Вероятности попадания в мишень для них равны соответственно 0,2; 0,5 и 0,4. Найти вероятность того, что все три стрелка попадут в мишень.

8. Вероятность попадания в мишень стрелком равна 0,6. Какова вероятность того, что стрелок попадает в мишень в каждом из двух последовательных выстрелов?

9. Вероятность поражения цели первым орудием равна 0,7, а вторым - 0,6. Найти вероятность поражения цели обоими орудиями, стрелявшими независимо друг от друга.

10. В урне 2 белых, 3 красных и 5 черных шаров. Дважды вынимают по одному шару и возвращают их обратно в урну, Какова вероятность того, что: 1) первым вынут красный шар, а вторым - черный; 2) первым вынут черный шар, а вторым - белый?

11. Бросают три игральные кости. Найти вероятность выпадения четного числа очков на каждой кости.

12. Дважды бросают игральную кость. Событие А – припервом бросании выпало 6 очков, событие В – врезультате второго бросания появилось число очков, кратное трем. Найти вероятность события АВ.

13. Дважды бросают игральную кость. Событие А – первыйраз выпало четное число, событие В – второйраз выпало число, меньшее трех. Найти вероятность события АВ.

14. Вероятность попадания в цель при стрельбе из трех орудий такова: P_1=0,75; P_2=0,8; P_3=0,85. Какова вероятность хотя бы одного попадания (событие А) при одном залпе из всех этих орудий?

15. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один стрелок.

Ответьте на контрольные вопросы

1) дайте классическое определение вероятности

2) приведите примеры областей, где применяется теория вероятности при исследовании каких-либо процессов.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 93

Составление закона распределения дискретной случайной величины и вычисление ее числовых характеристик

Цель работы: Научиться решать задачи с использованием элементов математической статистики.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

метапредметные:

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Рассмотрение примеров вычисления вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий.Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик

Ход работы

Пример 1. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?

Решение: Пусть X – дискретная случайная величина, равная числу светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки, она может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4.

Случайная величина X принимает значение равное 0, если автомобиль попал на запрещающий сигнал на первом же светофоре, вероятность этого P(X=0)=0,5.

Случайная величина X принимает значение равное 1, если автомобиль проехал на первом светофоре и попал на запрещающий сигнал на втором светофоре, вероятность этого P(X=1)= 0,5· 0,5=0,25.

Случайная величина X принимает значение равное 2, если автомобиль проехал на первом и втором светофоре и попал на запрещающий сигнал на третьем светофоре, вероятность этого P(X=2)= 0,5· 0,5·0,5=0,125.

Случайная величина X принимает значение равное 3, если автомобиль проехал на первом, втором и третьем светофоре и попал на запрещающий сигнал на четвертом светофоре, вероятность этого P(X=3)=0,5·0,5·0,5·0,5=$0,5^4$ =0,0625.

Случайная величина X принимает значение равное 4, если автомобиль проехал на всех 4 светофорах, вероятность этого P(X=4)=$0,5^4$=0,0625. Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,5	0,25	0,125	0, 0625	0,0625

Расчеты произведены правильно, так как сумма ∑pi =1.

Математическое ожидание:

M(X)=$\sum x_i \cdot p_i$ = 0·0,5+1·0,25+2·0,125+3·0,0625+4·0,0625=0,9375.

Дисперсия: D(X) = $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot p_i - \left(M(x)\right)^2$ ==$0^2 \cdot 0,5+1^2 \cdot 0,25+2^2 \cdot 0,125+3^2 \cdot 0,0625+4^2 \cdot 0,0625 - 0,9375^2$ =1, 434.

Пример 2. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте, построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения F(x) и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.

Решение: 1) Дискретная случайная величина X={число отказавших элементов в одном опыте} имеет следующие возможные значения: x_1=0 (ни один из элементов устройства не отказал), x_2=1 (отказал один элемент), x_3=2 (отказало два элемента) и x_4=3 (отказали три элемента).

Отказы элементов независимы друг от друга, вероятности отказа каждого элемента равны между собой, поэтому применима формула Бернулли. Учитывая, что, по условию, n=3, p=0,1, q=1-p=0,9, определим вероятности значений:

$P_3(0)=C_3^0\, p^0\, q^{3-0} = q^3 = 0{,}9^3 = 0{,}729;$

$P_3(1)=C_3^1\, p^1\, q^{3-1} = 3*0{,}1*0{,}9^2 = 0{,}243;$

$P_3(2)=C_3^2\, p^2\, q^{3-2} = 3*0{,}1^2*0{,}9=0{,}027;$

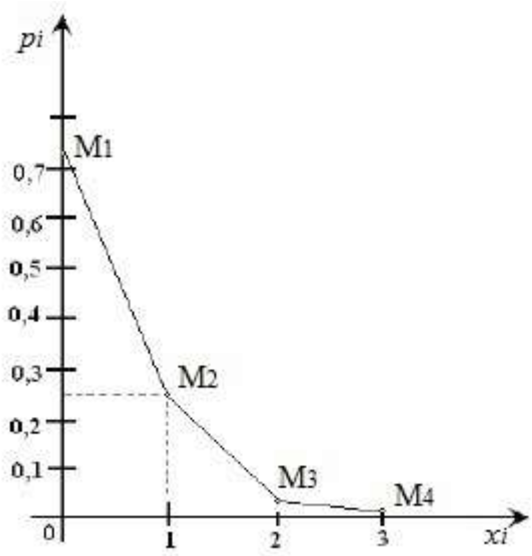
$P_3(3)=C_3^3\, p^3\, q^{3-3} = p^3=0{,}1^3 = 0{,}001;$

Проверка: $\sum p_i$ = 0,729+0,243+0,027+0,001=1.

Таким образом, искомый биномиальный закон распределения X имеет вид:

Значения x_i	0	1	2	3
Вероятности p_i	0,729	0,243	0,027	0,001

2) Для построения многоугольника распределения строим прямоугольную систему координат.



По оси абсцисс откладываем возможные значения x_i, а по оси ординат – соответствующие им вероятностиp_i. Построим точки $M_1(0;0,729)$, $M_2(1;0,243)$, $M_3(2;0,027)$, $M_4(3;0,001)$. Соединив эти точки отрезками прямых, получаем искомый многоугольник распределения.

3) Найдем функцию распределения F(x) = P(X<x):

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\le 0,\\ 0{,}729 & \text{при } 0<x\le 1,\\ 0{,}972 & \text{при } 1<x\le 2,\\ 0.999 & \text{при } 2<x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}.$$

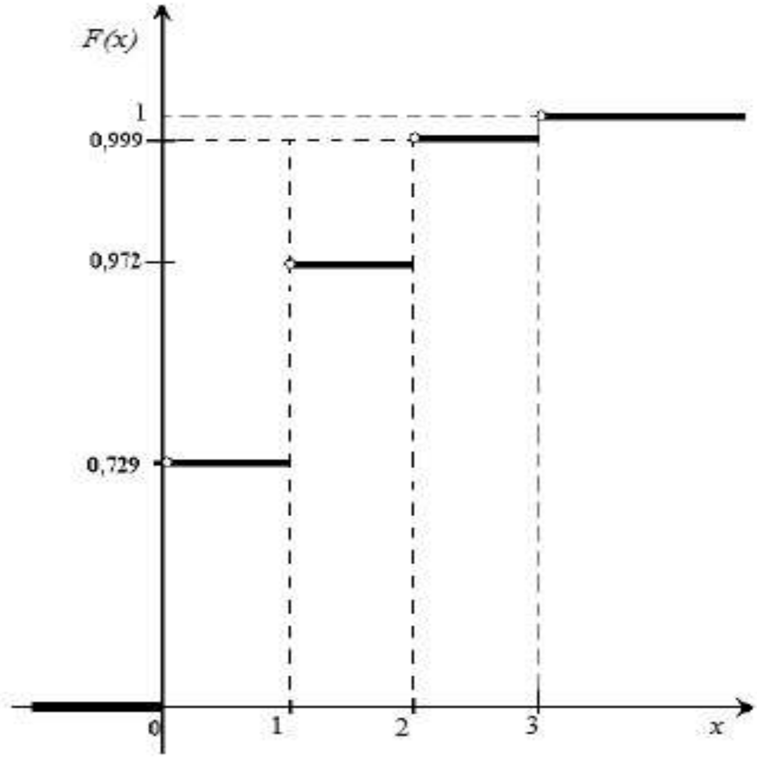
Для x≤0 имеем F(x)=P(X<0)=0;

для 0<x≤1 имеем F(x)=P(X<1)=P(X=0)=0,729;

для 1<x≤2 F(x)=P(X<2)=P(X=0)+P(X=1)=0,729+0,243=0,972;

для 2<x≤3 F(x)=P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=0,972+0,027=0,999;

для x>3 будет F(x)=1, т.к. событие достоверно. Тогда график функции:



4) Для биномиального распределения X: математическое ожидание M(X)=np=3*0,1=0,3; дисперсия D(X)=npq=3*0,1*0,9=0,27; среднее квадратическое отклонение σ(X)=√D(X)=√0,27≈0,52.

Задания:

1. Задают ли законы распределения дискретной случайной величины следующие таблицы?

А)

x_i	1	2	3	4
P_i	0,1	0,4	0,3	0,2

Б)

x_i	1	2	3	4
P_i	0,1	0,2	0,3	0,5

2. В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывался один выигрыш в 50 у.е. и десять выигрышей по 10 у.е. Найти закон распределения величины X – стоимости возможного выигрыша.

3. Вероятность того, что покупатель ознакомился заранее с рекламой товара равна 0,6 (p=0,6). Осуществляется выборочный контроль качества рекламы путем опроса покупателей до первого, изучившего рекламу заранее. Составить ряд распределения количества опрошенных покупателей.

4. Пусть задан закон распределения случайной величины X:

X	1	2
P	0,2	0,8

Найти её числовые характеристики.

7.Дискретная случайная величина *X* задана законом распределения

X	1	4	8
P	0,3	0,1	0,6

Найти функцию распределения F(x) и построить ее график.

8. Составить закон распределения случайной величины X-числа выпадений пятерки при трех бросаниях игральной кости. Вычислить M(X),D(X), σ(X) этой величины.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 94

Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик

Цель работы: Научиться решать практические задачи на обработку числовых данных.

Результаты:

предметные:

- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;

метапредметные:

- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

Виды деятельности:

Ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками.

Решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.

Ход работы:

Как построить вариационный ряд в Excel

Вариационный ряд может быть:

- дискретным, когда изучаемый признак характеризуется определенным числом (как правило целым).
- интервальным, когда определены границы «от» и «до» для непрерывно варьируемого признака. Интервальный ряд также строят если множество значений дискретно варьируемого признака велико.

Рассмотрим пример построения дискретного вариационного ряда.

Пример 1. Имеются данные о количественном составе 60 семей.

2	4	5	6	5	2	3	4	1	4	3	3
4	3	3	4	4	4	4	5	5	3	4	1
3	4	3	5	4	3	5	3	3	2	3	4
6	5	4	4	4	2	3	4	4	6	5	1
5	2	6	2	3	3	4	5	4	4	6	4

Построить вариационный ряд и полигон распределения

Решение.

Алгоритм построения вариационного ряда:

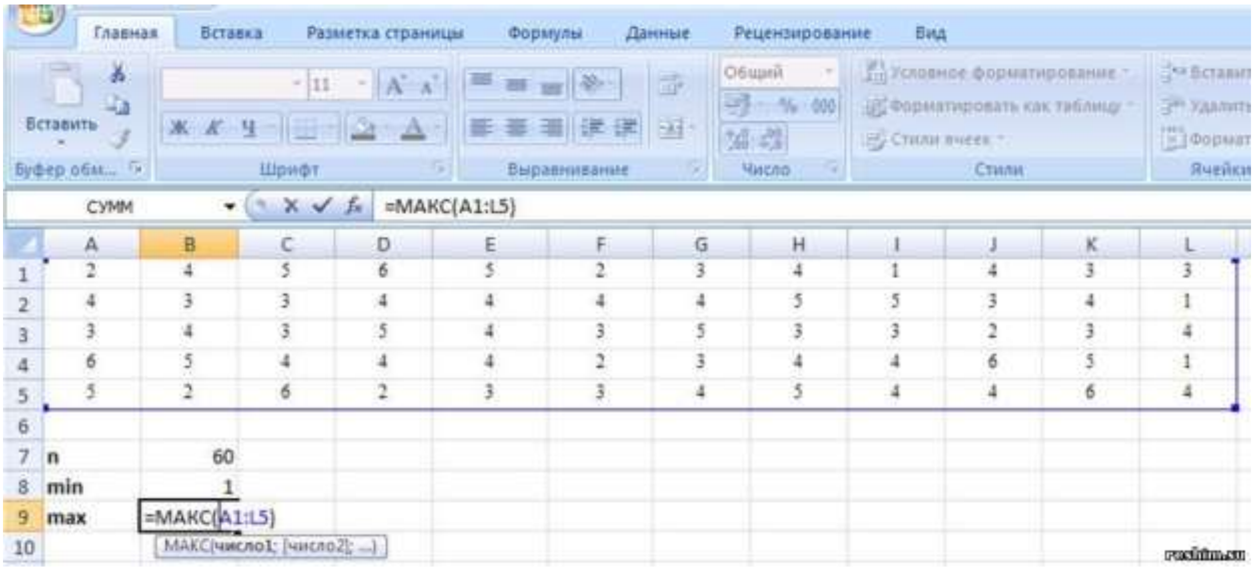
1) Откроем таблицы Excel.

2) Введем массив данных в диапазон A1:L5. Если вы изучаете документ в электронной форме (в формате Word, например), для этого достаточно выделить таблицу с данными и скопировать ее в буфер, затем выделить ячейку A1 и вставить данные – они автоматически займут подходящий диапазон.

3) Подсчитаем объем выборки n – число выборочных данных, для этого в ячейку B7 введем формулу =СЧЁТ(A1:L5). Заметим, что для того, чтобы в формулу ввести нужный диапазон, необязательно вводить его обозначение с клавиатуры, достаточно его выделить.

4) Определим минимальное и максимальное значение в выборке, введя в ячейку B8 формулу =МИН(A1:L5), и в ячейку B9: =МАКС(A1:L5).

Рис.1.1 Пример 1. Первичная обработка статистических данных в таблицах Excel

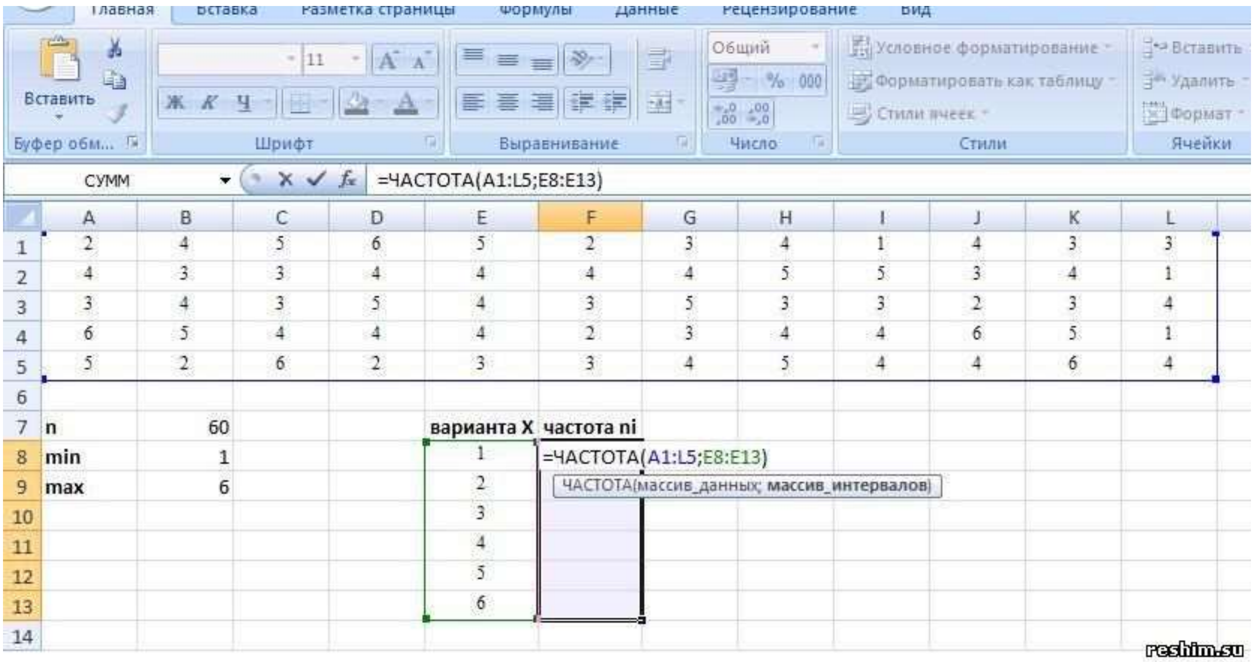


	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	2	4	5	6	5	2	3	4	1	4	3	3
2	4	3	3	4	4	4	4	5	5	3	4	1
3	3	4	3	5	4	3	5	3	3	2	3	4
4	6	5	4	4	4	2	3	4	4	6	5	1
5	5	2	6	2	3	3	4	5	4	4	6	4
6												
7	n	60										
8	min	1										
9	max	=МАКС(A1:L5)										
10												

5) Далее, подготовим таблицу для построения вариационного ряда, введя названия для столбца интервалов (значений варианты) и столбца частот. В столбец интервалов введем значения признака от минимального (1) до максимального (6), заняв диапазон B12:B17.

6) Выделим столбец частот, введем формулу =ЧАСТОТА(A1:L5;B12:B17) и нажмем сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ENTER

Рис.1.2 Пример 1. Построение вариационного ряда



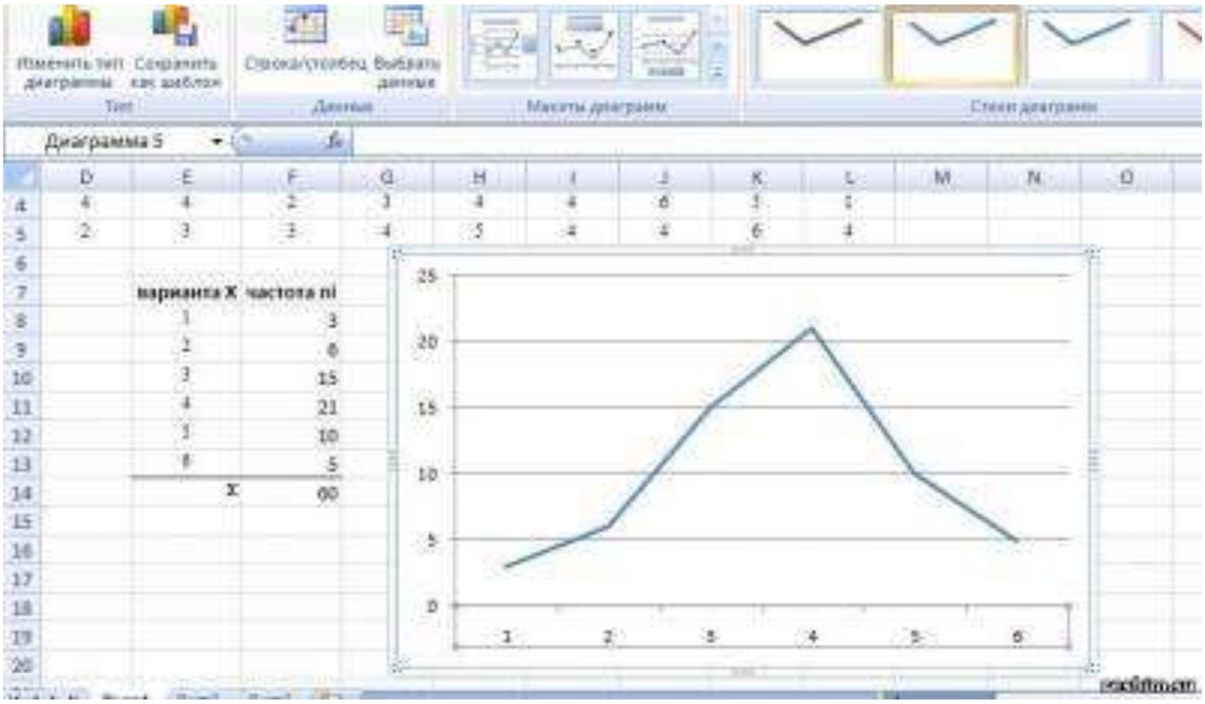
7) Для контроля вычислим сумму частот при помощи функции СУММ (значок функции S в группе «Редактирование» на вкладке «Главная»), вычисленная сумма должна совпасть с ранее вычисленным объемом выборки в ячейке B7.

Построим полигон:

1) выделив полученный диапазон частот, выберем команду «График» на вкладке «Вставка». По умолчанию значениями на горизонтальной оси будут порядковые числа - в нашем случае от 1 до 6, что совпадает со значениями варианты (номерами тарифных разрядов).

2) Название ряда диаграммы «ряд 1» можно либо изменить, воспользовавшись той же опцией «выбрать данные» вкладки «Конструктор», либо просто удалить.

Рис.1.3. Пример 1. Построение полигона частот



Проведите анализ данных годовых уровней прибыли двух компаний.

Найдите среднее значение и стандартное отклонение прибыли для каждой компаний.

Сравните результаты их деятельности за 10 лет.

Деятельность какой из компаний, по Вашему мнению, более успешна?

Годы	Computers Comp	Точка.ru
2000	14,2	-6,2
2001	12,3	13,3
2002	-16,2	-8,4
2003	15,4	27,3
2004	17,2	28,2
2005	10,3	14,5
2006	-6,3	-2,4
2007	-7,8	-3,1
2008	3,4	15,6
2009	12,2	18,2

Чтобы выяснить, какие суммы тратят студенты второго курса в течении недели, питаясь в студенческой столовой, был проведён опрос 20 случайно отобранных студентов, который дал следующие результаты:
220, 315, 220, 150, 310, 310, 225, 178, 272, 310, 190, 145, 150, 220, 285, 112,150, 320, 310, 220
(данные условные).

Найдите среднюю арифметическую, моду и среднеквадратическое отклонение ряда данных.

Список рекомендуемой литературы

Основная литература:

1. *Башмаков М. И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студ. учреждений сред.проф. образования. —3 изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2017.

Дополнительная литература:

2. *Башмаков М. И.* Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Задачник: учеб.пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М.: Издательский центр «Академия», 2017.

Интернет ресурсы:

www. fcior. edu. ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

www. school-collection. edu. ru (Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).

Перечень средств обучения:

1. www. school-collection. edu. ru (Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов).

<u>Приложение</u>

Некоторые сведения из элементарной математики

Алгебра

Действия над многочленами

$$(a+b+c)m = am + bm + cm;$$

$$(a+b+c)(m+n) = a(m+n) + b(m+n) + c(m+n) =$$
$$= am + an + bm + bn + cm + cn$$

$$\frac{a+b+c}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m}.$$

Действия над дробями

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd};$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

Формулы сокращённого умножения и деления

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b);$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

Действия со степенями

$$a^m a^n = a^{m+n};$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n};$$

$$(ab)^m = a^m b^m;$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n};$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m};$$

$$a^0 = 1;$$

$$(a \neq 0);$$

$$1^a = 1;$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m};$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Действия с корнями

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m};$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}};$$

$$\frac{b}{\sqrt[n]{a}} = \frac{b\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a};$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}};$$

$$\frac{c}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{c\left(\sqrt{a} \pm \sqrt{b}\right)}{a - b}.$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a};$$

Комплексные числа

Алгебраическая форма

$$a + bi,$$

Где a – действительная часть комплексного числа;

b – мнимая часть;

i – мнимая единица $i = \sqrt{-1};\ i^2 = -1.$

Действия над комплексными числами

$$(a + bi) \pm \left(a^/ + b^/ i\right) = \left(a \pm a^/\right) + \left(b \pm b^/\right)i;$$

$$(a + bi) + (a - bi) = 2a.$$

Решение уравнений

► Уравнение первой степени $ax = b$.

Решение: $x = \frac{b}{a} (a \neq 0)$.

► Система двух уравнений первой степени

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1; \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

Решение;

$$\left.\begin{aligned} x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}; \\ y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}; \end{aligned}\right\} (a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0)$$

► Квадратные уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ - общего вида.

Решение: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Если $b^2 = 4ac$, то корни действительные и равные, если $b^2 > 4ac$, то действительные и неравные, если $b^2 < 4ac$, то комплексно-сопряжённые.

$x^2 + px + g = 0$ – приведённое уравнение.

Решение: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - g}$.

Теорема Виета

$$x_1 + x_2 = -p = -\frac{b}{a}; \qquad x_1 \cdot x_2 = g = \frac{c}{a}.$$

Прогрессия

►Арифметическая прогрессия:

$$a_1, a_2, a_{3,} \dots, a_{n-1,} a_n;$$

$$a_2 = a_1 + d;$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d;$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

где a_n – n – й – член арифметической прогрессии;

d – разность прогрессии.

► Геометрическая прогрессия:

$$a_1, a_2, a_{3,} \dots, a_{n-1,} a_n;$$

$$a_2 = a_1 \cdot g;$$

$$a_3 = a_2 g = a_1\, g^2;$$

$$a_n = a_1 g^{n-1},$$

где a_n – n – й – член геометрической прогрессии;

g - знаменатель прогрессии.

Логарифмы

Логарифм – это показатель степени, в которую надо возвести данное основание, чтобы получить данное число.

$\log_b N = x \quad b^{\,x} = N$ ($b -$ основание);

$a^{\log_a N} = N -$ основное логарифмическое тождество;

$\log_a a^N = N;$

$\log_a \left(\frac{1}{N}\right) = -\log_a N;$

$\log_a a = 1; \log_a 1 = 0;$

$\log_b(mn) = \log_b m + \log_b n -$ формула для логарифма произведения;

$\log_a \left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n -$ формула для логарифма частного;

$\log_b m^n = n \log_b m -$ формула для логарифма степени;

$\log_b \sqrt[n]{m} = \frac{1}{n} \log_b m;$

$\log_b a = \dfrac{1}{\log_a b};$

$\log_a N = \dfrac{\log_c N}{\log_c a};$

$\log_a nN = \dfrac{1}{n} \log_a N.$

Десятичные логарифмы

$$\lg N = x \quad 10^x = N$$

(основание логарифма $b = 10$).

Натуральные логарифмы

$$\ln N = x; \quad e^x = N.$$

Основание логарифма $e = 2{,}718 \ldots \approx 2{,}7$.

На пример, $\ln 6 = 1{,}79$. Это значит, что $e^{1{,}79} = 6$.

$\ln N = \ln 10 \cdot \lg N \approx 2{,}3 \lg N$;

$\lg N = \lg e \, . \ln \mathrm{N} \approx 0{,}43 \ln \mathrm{N}$.

Геометрия

А. Плоские фигуры

1. Равносторонний треугольник

a – сторона, h – высота, S – площадь

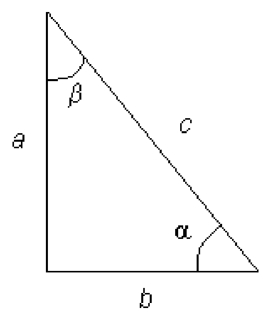
$$a = \frac{2}{3}\sqrt{3h} \approx 1{,}56;$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a \approx 0{,}87;$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \approx 0{,}43a^2;$$

$$S = \frac{h^2\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}58h^2.$$

2. Прямоугольный треугольник



a, b – катеты, с – гипотенуза

$c^2 = a^2 + b^2$

$$S = \frac{ab}{2}$$

3. Квадрат

a – сторона, d – диагональ, S – площадь

$$a = \frac{\sqrt{2}}{2} d \approx 0{,}7d;$$

$$d = a\sqrt{2} \approx 1{,}4a;$$

$$S = a^2.$$

4. Прямоугольник и параллелограмм

a – основание,h – высота, S – площадь;

$$S = a \cdot h.$$

5. Ромб

D – большая диагональ, d – малая диагональ;

$$S = \frac{Dd}{2}.$$

5. Трапеция

b – основание,h – высота;

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h.$$

6. Круг

C – длина окружности, R – радиус,

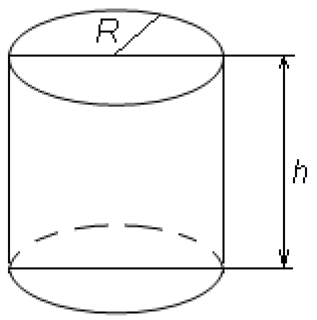
d– диаметр, S – площадь.

$$S = \pi R^2 = 3{,}14R^2; \quad S = \frac{\pi d^2}{4} = 0{,}79d^2;$$

$$C = \pi d = 3{,}14d; \quad C = 2\pi R = 6{,}28R.$$

Б. Объёмы и поверхности

1. Цилиндр



h - высота,

R - радиус основания,

$S_{осн}$ – площадь основания,

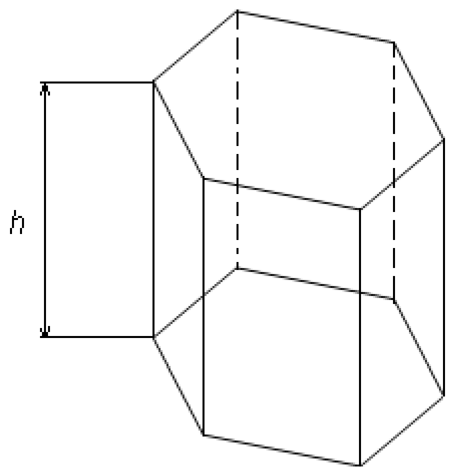
V – объём,

$S_{бок}$ - площадь боковой поверхности.

$$V = S_{осн} \cdot h = \pi R^2 \cdot h = \frac{\pi d^2}{4} h,$$

$$S_{бок} = 2\pi Rh = \pi dh.$$

2. Призма



h - высота,

$S_{осн}$ – площадь основания,

V – объём,

$S_{бок}$ - площадь боковой поверхности.

p- периметр основания.

$$V = S \cdot h;$$

$$S_{бок} = p \cdot h.$$

<u>*3. Шар*</u>

R – радиус, d – диаметр,

S – площадь поверхности, V – объем.

$S=4\pi R^2 = \pi d^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi}{6}d^3$.

ТРИГОНОМЕТРИЯ.

2. Радианное измерение угла

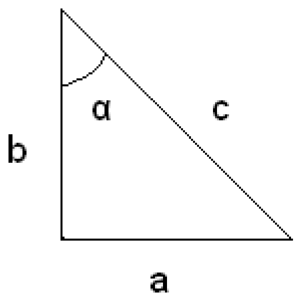
1 радиан $=\frac{180^o}{\pi} \approx 57^o17$;

$1^o = \frac{\pi}{180}$ радиан = 0,0175 радиан;

$1' = \frac{\pi}{180 \cdot 60}$ радиан ≈ 0,00029 радиан.

Углы в градусах α^o	1^o	30^o	45^o	60^o	90^o	180^o	270^o	360^o
Углы в Радиа-нах $\alpha_{1\ рад}$	0,0175	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π

3. Тригонометрические функции



sinα = $\frac{a}{c}$;

cosα = $\frac{b}{c}$;

tgα = $\frac{a}{b}$;

ctgα = $\frac{b}{a}$.

3. Значение тригонометрических функций

α	0º	30º	45º	60º	90º	120º	180º	270º	360º
sinα	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	-1	0
cosα	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	1
tgα	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	0	∞	0
ctgα	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	∞	0	∞
sesα	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-2	-1	∞	1
cosecα	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	∞	-1	∞

4. Основные тождества

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$;

$1 + \mathrm{ctg}^2\,\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} = \mathrm{cosec}^2\,\alpha$;

$\mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{ctg}\alpha = 1$;

$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$;

$tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{ctg\alpha}$;

$1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} = \sec^2\alpha$.

$ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{1}{tg\alpha}$;

$cosec\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}$;

5. Формулаприведения

sin (90º - α)= +cosα;

cos (90º - α)= +sinα;

sin (90º + α)= +cosα;

cos (90º + α)= -sinα;

sin (180º - α)= +sinα;

cos (180º - α)= -cosα;

sin (180º -+α)= -sinα;

cos (180º + α)= -cosα;

sin (270º - α)= -cosα;

cos (270º - α)= -sinα;

sin (360º + α)= +sinα;

cos (270º + α)= +sinα;

sin (270º + α)= -cosα;

cos (360º - α)= +cosα;

sin (360º - α)= -sinα;

cos (360º + α)= +cosα;

tg (90º- α)= +ctgα;

ctg (90º- α)= +tgα;

tg (90º+ α)= -ctgα;

ctg (90º+ α)= -tgα;

tg (180º- α)= -tgα;

ctg (180º- α)= -ctgα;

tg (180º+ α)= +tgα;

ctg (180º+ α)= +ctgα;

tg (270º- α)= +ctgα;

ctg (270º- α)= +tgα;

tg (270º+ α)= -ctgα;

ctg (270º+ α)= -tgα;

tg (360º- α)= -tgα;

ctg (360º- α)= -ctgα;

tg (360º-+α)= +tgα;

ctg (360º+ α)= +ctgα.

6. Формула сложения и вычитания

sin (α ± β)= sinα · cosβ ± cosαsinβ**;**

cos (α ± β)= cosα · cosβ ± sinαsinβ**;**

tg (α ± β)= (tgα ± tgβ) ÷ (1 ± tgαtgβ)**;**

ctg (α + β)= (ctgαctgβ ±1) ÷ (ctgβ ± ctgα)**;**

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\mathrm{tg}\alpha \pm \mathrm{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$;

$\mathrm{ctg}\alpha \pm \mathrm{ctg}\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$;

$\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \cos^2\alpha = \sin(\beta \pm \alpha)\cdot \sin(\alpha - \beta)$;

$\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\beta - \sin^2\alpha = \cos(\beta + \alpha)\cdot \cos(\alpha - \beta)$.

7. Формула преобразования произведения

$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}$;

$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{2}$;

$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2}$;

$\mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{tg}\beta = (\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{tg}\beta) \div (\mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{ctg}\beta) = -(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta) \div (\mathrm{ctg}\alpha - \mathrm{ctg}\beta)$;

$\mathrm{ctg}\alpha \cdot \mathrm{tg}\beta = (\mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{tg}\beta) \div (\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{ctg}\beta) = -(\mathrm{ctg}\alpha - \mathrm{tg}\beta) \div (\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{ctg}\beta)$;

$\mathrm{ctg}\alpha \cdot \mathrm{tg}\beta = (\mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{ctg}\beta) \div (\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{tg}\beta) = -(\mathrm{ctg}\alpha - \mathrm{ctg}\beta) \div (\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta)$.

8. Формула двойных, тройных и половинных углов

$\sin2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$;

$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$;

$\sin3\alpha = 3\sin\beta - 4\sin^3\alpha$;

$\cos2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1\text{-}2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$;

$\cos3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$;

$\text{tg}2\alpha = \dfrac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = \dfrac{2}{ctg\alpha - tg\alpha}$;

$\text{tg}\alpha = \dfrac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$;

$\text{tg}3\alpha = \dfrac{3tg\alpha - tg^3\alpha}{1-3tg^2\alpha}$;

$\text{ctg}2\alpha = \dfrac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha} = \dfrac{ctg\alpha - tg\alpha}{2}$;

$\text{ctg}\alpha = \dfrac{ctg^2\frac{\alpha}{2} - 1}{2ctg\frac{\alpha}{2}}$;

$\text{ctg}3\alpha = \dfrac{ctg^3\alpha - 3ctg\alpha}{3ctg^2\alpha - 1}$;

$\sin\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$;

$\cos\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$;

$\text{tg}\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$;

$\text{ctg}\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \dfrac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$;

$\sin\alpha = \dfrac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$;

$\cos\alpha = \dfrac{1-2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$;

$\cos\alpha \pm \sin\alpha = \sqrt{1 \pm \sin 2\beta\alpha}$.

9. Степени синуса и косинуса

$2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$;

$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$;

$2\sin^2\frac{\alpha}{2} = 1 - \cos 2\alpha$;

$2\cos^2\frac{\alpha}{2} = 1 + \cos 2\alpha$;

$4\sin^3\alpha = 3\sin\alpha - \sin 3\alpha$;

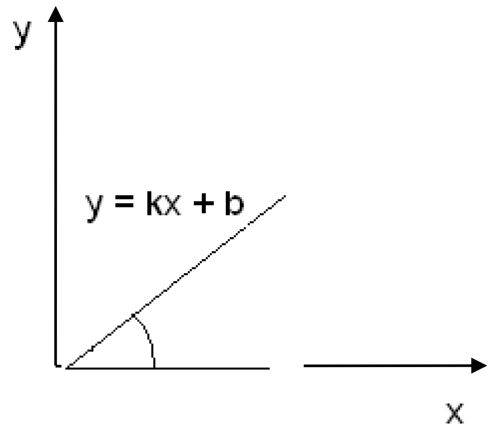
$4\cos^3\alpha = 3\cos\alpha - \cos 3\alpha$;

ЭЛЕМЕНРАТНЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

1. Линейная функция

Уравнение прямой $y = kx + b$, где k и b- некоторые действительные числа.

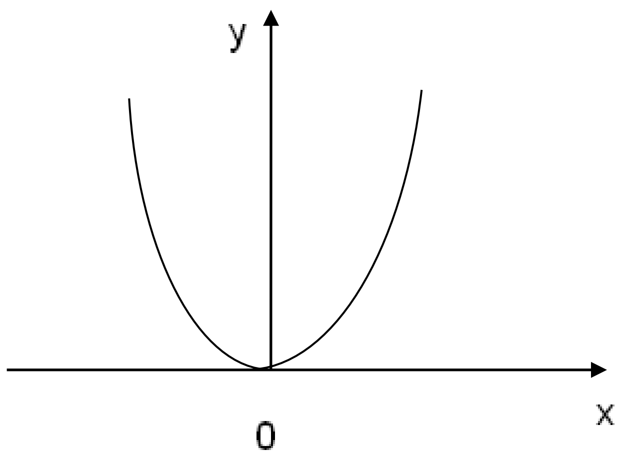
tg $\alpha = k$- угловой коэффициент прямой.



2. Квадратная функция

$y = ax^2 + bx + bc$,

где a, b, c, - некоторые действительные числа.



$y = ax^2$. График этой функции – парабола.

4. y= $\frac{k}{x}$. График этой функции – гипербола

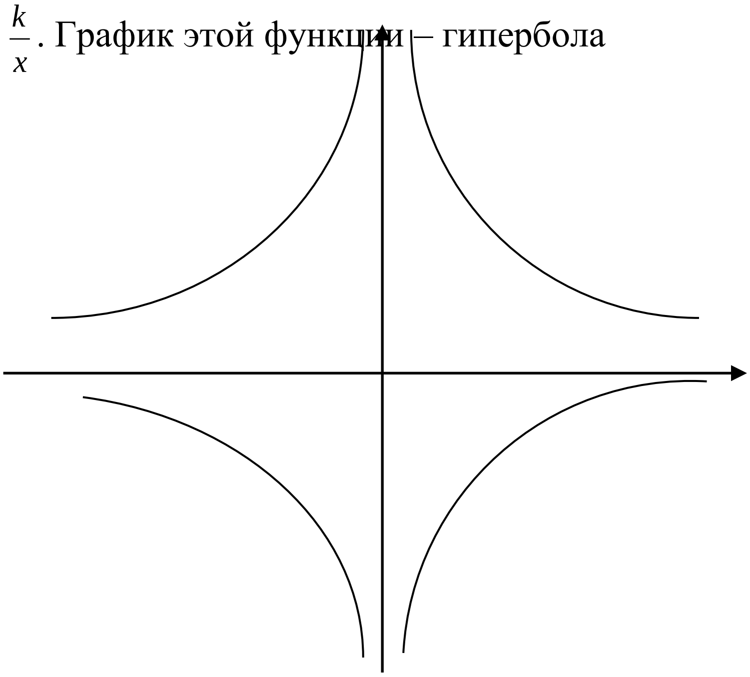


Таблица производных основных элементарных функций и производных сложных функций

$y = f(x)$	$y' = f'(x)$	y=$f(u), u = \varphi(x)$	$y' = f'(u) \cdot u'$
$y = x^a$	$(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$	$y = u^a$	$y' = a \cdot u^{a-1} \cdot u'$
$y = \sqrt{x}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{u}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$
$y = \frac{1}{x}$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$y = \frac{1}{u}$	$y' = -\frac{1}{u^2} \cdot u'$
$y = a^x$	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$y = a^u$	$y' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$
$y = e^x$	$(e^x)' = e^x$	$y = e^u$	$y' = e^u \cdot u'$
$y = \log_a x$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$y = \log_a u$	$y' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$
$y = \ln x$	$(\ln x)'=\frac{1}{x}$	$y = \ln u$	$y' = \frac{1}{u} \cdot u'$
$y = \sin x$	$(\sin x)'=\cos x$	$y = \sin u$	$y' = \cos u \cdot u'$
$y = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$y = \cos u$	$y' = -\sin u \cdot u'$
$y = \mathrm{tg} x$	$(\mathrm{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$y = \mathrm{tg} u$	$y' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$

$y = \mathrm{ctg}x$	$(\mathrm{ctg}x)^{/} = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$y = \mathrm{ctg}u$	$y^{/} = -\dfrac{1}{\sin^2 u} \cdot u^{/}$
$y = \arcsin x$	$(\arcsin x)^{/} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \arcsin u$	$y^{/} = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u^{/}$
$y = \arccos x$	$(\arccos x)^{/} = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = \arccos u$	$y^{/} = -\dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u^{/}$
$y = \mathrm{arctg}x$	$(\mathrm{arctg}x)^{/} = \dfrac{1}{1+x^2}$	$y = \mathrm{arctg}u$	$y^{/} = \dfrac{1}{1+u^2} \cdot u^{/}$
$y = \mathrm{arcctg}x$	$(\mathrm{arcctg}x)^{/} = -\dfrac{1}{1+x^2}$	$y = \mathrm{arcctg}u$	$y^{/} = -\dfrac{1}{1+u^2} \cdot u^{/}$

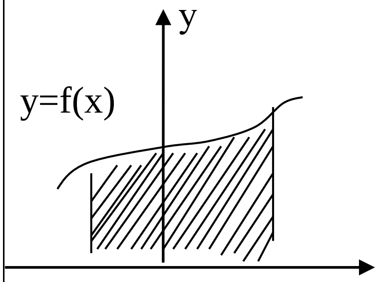
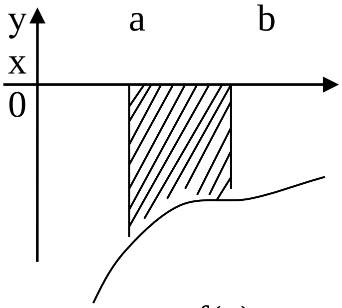
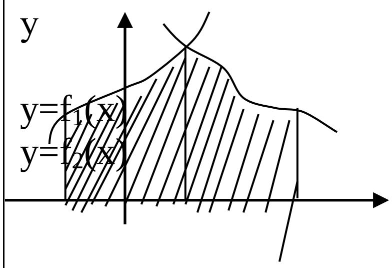
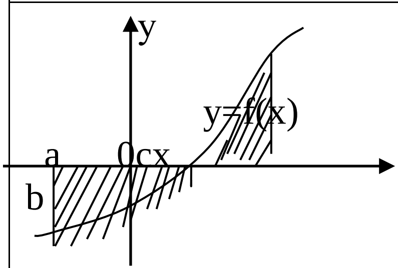
Таблица основных дифференциалов функции

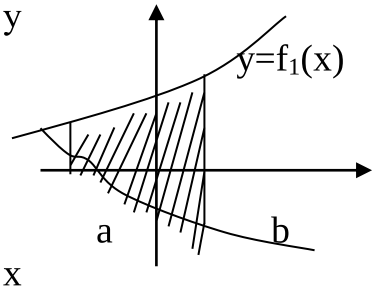
$\boldsymbol{df(x) = f^{/}(x)dx}$	$\boldsymbol{f^{/}(x)dx = df(x)}$
$dx = \dfrac{1}{a}d(ax+b)$	$dx = d(x+b)$
$dx = \dfrac{1}{a}d(ax)$	$\dfrac{1}{x}dx = d\ln x$
$\cos x\, dx = d\sin x$	$\sin x\, dx = -d\cos x$
$xdx = d\left(\dfrac{x^2}{2}\right) = \dfrac{1}{2}dx^2$	$\dfrac{1}{\cos^2 x}\, dx = d\,\mathrm{tg}x$
$x^a dx = d\left(\dfrac{x^{a+1}}{a+1}\right) = \dfrac{1}{a+1}dx^{a+1}$	$a^x\, \mathrm{d}x = d\dfrac{a^x}{\ln a} = \dfrac{1}{\ln a}da^x$
$\dfrac{1}{x^2}dx = d\left(-\dfrac{1}{x}\right) = -d\left(\dfrac{1}{x}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \mathrm{d}\arcsin x$
$\dfrac{1}{\sin^2 x}dx = d(-\mathrm{ctg}x) = -d\mathrm{ctg}x$	$\dfrac{1}{1+x^2}dx = d\,\mathrm{arctg}x$
$e^x dx = de^x$	$adx = d(ax)$

Таблицаинтегралов

	$\int f(x)dx = F(x)+c$	$F'(x) = f(x)$	$\int f(u)du = F(u) + C$
1.	$\int 0dx = C$	$C' = 0$	$\int 0du = C$
2.	$\int dx = x + C$	$(x + C)' = 1$	$\int du = x + C$
3.	$\int xdx = \frac{x^2}{2} - C$	$\left(\frac{x^2}{2}\right)' = x$	$\int udu = \frac{u^2}{2} + C$
4.	$\int x^a dx = \frac{x^{a\cdot 1}}{a+1} + C$	$\left(\frac{x^{a\cdot 1}}{x+1}\right) = \frac{1}{a+1}\left(x^{a\cdot 1}\right) = x^a$	$\int \text{ц}^a du = \frac{u^{a\cdot 1}}{a+1} + C$
5.	$\int a'dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\left(\frac{a^x}{\ln a}\right)' = \frac{a^x \ln a}{\ln a} = a^x$	$\int a^n du = \frac{a^n}{\ln a} + C$
6.	$\int a'dx = c' + C$	$(e')' = c'$	$\int e' du = e' + C$
7.	$\int \sin xdx = -\cos x + C$	$(-\cos x)' = \sin x$	$\int \sin udu = -\cos u + C$
8.	$\int \cos xdx = \sin x + C$	$(\sin x)' = \cos x$	$\int \cos udu = \sin u + C$
9.	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctg + C$	$(-ctgx)' = \frac{1}{\sin^2 x}$	$\int \frac{dx}{\sin^2 u} = -ctgu + C$
10.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \lg x + C$	$(\lg x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\int \frac{du}{\cos^2 x} = \lg u + C$
11.	$\int \frac{dx}{x} = \ln\vert x\vert + C$	$(\ln\vert x\vert)' = \frac{1}{x}$	$\int \frac{du}{u} = \ln\vert u\vert + C$
12.	$\int \frac{\text{вч}}{\sqrt{1-x^2}} =$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} =$
		$(-\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	
13.	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$	$\left(\arcsin\frac{x}{a}\right)' = \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \arcsin\frac{u}{a} + C$

Площадь криволинейной трапеции

Вид фигуры	Условия	Формула для нахождения площади
 y y=f(x) a 0 b x криволинейная трапеция	y= f(x)b – непрерывна u $f(x) \geq 0$ на [a ; b]	$S\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big/_a^b = F(b) - F(a)$
 y a b x 0 y=f(x)	y=f(x)- непрерывна u $f(x) \leq 0$ на [a ; b]	$S=-\int_a^b f(x)dx=-F(x)\Big/_a^b = -(F(b)-F(a))$ (правило 1)
 y $y=f_1(x)$ $y=f_2(x)$ a c b x	f1(x)- непрерывна u $f1(x) \geq 0$ на: [a ; c] u f2(x) – непрерывна u $f2(x) \geq 0$ на [c ; b]	$S=\int_a^c f1(x)dx + \int_c^b f2(x)dx$ (правило 2)
 y y=f(x) a 0cx b	y=f(x)- непрерывна на [a ; b] $f(x) \leq 0$ на: [a ; c] $f(x) \geq 0$ на [c ; b]	$S=-\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ (правило 3)

y  x $y=f_2(x)$	$y=f(x)$- непрерывна на [a ; b] $y=f(x)$- непрерывна на [a ;b] u $F_1(x) \geq f_2(x)$ на [a ; b]	$S=\int_a^b (f_1(x) - f_2(x))dx$ (правило 4)